Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center

M 1 0 1 4 0 2 1 2 M

SPOMLADANSKI IZPITNI ROK
TAVASZI VIZSGAIDŐSZAK

Višja raven
Emelt szint

MATEMATIKA

Izpitna pola 2
2. feladatlap

Sobota, 5. junij 2010 / 90 minut
2010. június 5., szombat / 90 perc

Dovoljeno gradivo in pripomočki:
Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, računalo brez grafičnega zaslona in možnosti računanja s simboli, šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo.
Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.

Engedélyezett segédeszközök: a jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, csak műveleteket végző zsebszámológépet, körzőt és 2 háromszögvonalzót vagy vonalzót hoz magával.
A jelölt egy értékelő lapot és két pótlapot is kap a vázlatkészítéshez.

SPLOŠNA MATURA
ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Ta pola ima 16 strani, od tega 3 rezervne in 3 prazne.
A feladatlap terjedelme 16 oldal, ebből 3 tartalék és 3 üres.

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.
Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 3 strukturirane naloge. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 40. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

Rešitve, ki jih pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpisujte **v izpitno polo** pod besedila nalog in na naslednje strani, grafe funkcij pa rišite s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z nič (0) točkami. Strani 12, 13 in 14 so rezervne; uporabite jih le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót!
Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg azt a felügyelő tanár nem engedélyezi!
Ragassza vagy írja be kódszámát (a feladatlap első oldalának jobb felső sarkában levő keretbe és az értékelő lapra)! Kódszámát a pótlapra is írja rá!

A feladatlap 3 strukturált feladatot tartalmaz. Összesen 40 pont érhető el. A feladatlapban a feladatok mellett feltüntettük az elérhető pontszámot is. A feladatok megoldásakor használhatja a 4. oldalon található standard képletgyűjteményt.

Válaszait töltőtollal vagy golyóstollal írja a ***feladatlap*** *erre kijelölt helyére, a függvénygrafikonokat ceruzával rajzolja be! Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd válaszát írja le újra! Az olvashatatlan megoldásokat és a nem egyértelmű javításokat nulla (0) ponttal értékeljük. A 12., 13. és a 14. oldal tartalék. Csak abban az esetben írjon oda, ha másutt már nincs hely! Egyértelműen jelölje meg, melyik feladatokat oldotta meg ezeken az oldalakon! Vázlatát írja a pótlapokra, de azt az értékelés során nem vesszük figyelembe.*

A válasznak tartalmaznia kell a megoldásig vezető műveletsort, az összes köztes számítással és következtetéssel együtt. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékeljék!

Bízzon önmagában és képességeiben! Eredményes munkát kívánunk!

Formule

- $a^{2n+1}+b^{2n+1}=(a+b)\left(a^{2n}-a^{2n-1}b+a^{2n-2}b^{2}-....+a^{2}b^{2n-2}-ab^{2n-1}+b^{2n}\right)$
- Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2=ca_1$, $b^2=cb_1$, $v_c^2=a_1b_1$
- Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R=\frac{abc}{4S}$, $r=\frac{S}{s}$, $s=\frac{a+b+c}{2}$
- Kotne funkcije polovičnih kotov:
  $\sin\frac{x}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$; $\cos\frac{x}{2}=\pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$; $\tan\frac{x}{2}=\frac{\sin x}{1+\cos x}$
- Kotne funkcije trojnih kotov:
  $\sin 3x=3\sin x-4\sin^3 x$, $\cos 3x=4\cos^3 x-3\cos x$
- Adicijski izrek:
  $\sin(x+y)=\sin x\cos y+\cos x\sin y$

  $\cos(x+y)=\cos x\cos y-\sin x\sin y$

  $\tan(x+y)=\frac{\tan x+\tan y}{1-\tan x\tan y}$
- Faktorizacija:
  $\sin x+\sin y=2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\sin x-\sin y=2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

  $\cos x+\cos y=2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\cos x-\cos y=-2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

  $\tan x\pm\tan y=\frac{\sin(x\pm y)}{\cos x\cos y}$, $\cot x\pm\cot y=\frac{\sin(y\pm x)}{\sin x\sin y}$
- Razčlenitev produkta kotnih funkcij:
  $\sin x\sin y=-\frac{1}{2}\left[\cos(x+y)-\cos(x-y)\right]$

  $\cos x\cos y=\frac{1}{2}\left[\cos(x+y)+\cos(x-y)\right]$

  $\sin x\cos y=\frac{1}{2}\left[\sin(x+y)+\sin(x-y)\right]$
- Razdalja točke $T_0\left(x_0,y_0\right)$ od premice $ax+by-c=0$:

  $d\left(T_0,p\right)=\left|\frac{ax_0+by_0-c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$
- Ploščina trikotnika z oglišči $A\left(x_1,y_1\right)$, $B\left(x_2,y_2\right)$, $C\left(x_3,y_3\right)$:
  $S=\frac{1}{2}\left|(x_2-x_1)(y_3-y_1)-(x_3-x_1)(y_2-y_1)\right|$
- Elipsa: $e^2=a^2-b^2$, $\varepsilon=\frac{e}{a}$; $a>b$
- Hiperbola: $e^2=a^2+b^2$, $\varepsilon=\frac{e}{a}$, a je realna polos
- Parabola: $y^2=2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2},0\right)$
- Integrala:
  $\int\frac{\mathrm{d}x}{x^2+a^2}=\frac{1}{a}\operatorname{arc\,tan}\frac{x}{a}+C$, $\int\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{a^2-x^2}}=\operatorname{arc\,sin}\frac{x}{a}+C$

Képletek

- $a^{2n+1}+b^{2n+1}=(a+b)\left(a^{2n}-a^{2n-1}b+a^{2n-2}b^2-....+a^2b^{2n-2}-ab^{2n-1}+b^{2n}\right)$
- *A derékszögű háromszög magasságtétele és befogótétele:* $a^2=ca_1$, $b^2=cb_1$, $v_c^2=a_1b_1$
- *A háromszög köré írt kör és a háromszögbe írt kör sugara:* $R=\dfrac{abc}{4S}$, $r=\dfrac{S}{s}$, $s=\dfrac{a+b+c}{2}$
- *A félszögek szögfüggvényei:*
  $\sin\dfrac{x}{2}=\pm\sqrt{\dfrac{1-\cos x}{2}}$; $\cos\dfrac{x}{2}=\pm\sqrt{\dfrac{1+\cos x}{2}}$; $\tan\dfrac{x}{2}=\dfrac{\sin x}{1+\cos x}$
- *A szög háromszorosának szögfüggvényei:*
  $\sin 3x=3\sin x-4\sin^3 x$, $\cos 3x=4\cos^3 x-3\cos x$
- *Addíciós tételek:*
  $\sin(x+y)=\sin x\cos y+\cos x\sin y$
  $\cos(x+y)=\cos x\cos y-\sin x\sin y$
  $\tan(x+y)=\dfrac{\tan x+\tan y}{1-\tan x\tan y}$
- *Tényezőkre bontás:*
  $\sin x+\sin y=2\sin\dfrac{x+y}{2}\cos\dfrac{x-y}{2}$, $\sin x-\sin y=2\cos\dfrac{x+y}{2}\sin\dfrac{x-y}{2}$
  $\cos x+\cos y=2\cos\dfrac{x+y}{2}\cos\dfrac{x-y}{2}$, $\cos x-\cos y=-2\sin\dfrac{x+y}{2}\sin\dfrac{x-y}{2}$
  $\tan x\pm\tan y=\dfrac{\sin(x\pm y)}{\cos x\cos y}$, $\cot x\pm\cot y=\dfrac{\sin(y\pm x)}{\sin x\sin y}$
- *A szögfüggvények szorzatának felbontása:*
  $\sin x\sin y=-\dfrac{1}{2}\left[\cos(x+y)-\cos(x-y)\right]$
  $\cos x\cos y=\dfrac{1}{2}\left[\cos(x+y)+\cos(x-y)\right]$
  $\sin x\cos y=\dfrac{1}{2}\left[\sin(x+y)+\sin(x-y)\right]$
- *A* $T_0\left(x_0,y_0\right)$ *pont távolsága az* $ax+by-c=0$ *egyenestől:*
  $d\left(T_0,p\right)=\left|\dfrac{ax_0+by_0-c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$
- *Az* $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$, $C(x_3,y_3)$ *csúcsú háromszög területe:*
  $S=\dfrac{1}{2}\left|(x_2-x_1)(y_3-y_1)-(x_3-x_1)(y_2-y_1)\right|$
- *Ellipszis:* $e^2=a^2-b^2$, $\varepsilon=\dfrac{e}{a}$; $a>b$
- *Hiperbola:* $e^2=a^2+b^2$, $\varepsilon=\dfrac{e}{a}$, *az a valós féltengely*
- *Parabola:* $y^2=2px$, *fókuszpont* $G\left(\dfrac{p}{2},0\right)$
- *Integrálok:* $\displaystyle\int\frac{\mathrm{d}x}{x^2+a^2}=\frac{1}{a}\operatorname{arc}\,\tan\frac{x}{a}+C$, $\displaystyle\int\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{a^2-x^2}}=\operatorname{arc}\,\sin\frac{x}{a}+C$

Prazna stran
Üres oldal

OBRNITE LIST.
LAPOZZON!

01. Dana je funkcija $f(x)=\dfrac{(x-2)^2}{x}$.

Adott az $f(x)=\dfrac{(x-2)^2}{x}$ *függvény.*

a) Določite ničle, pole, asimptote in stacionarne točke dane funkcije.

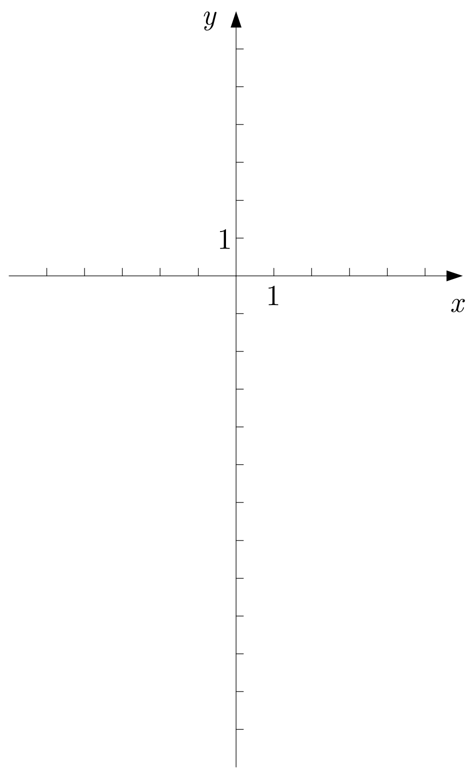
Határozza meg az adott függvény gyökeit, pólusait, asszimptotáit és stacionárius pontjait!

(4 točke/pont)

b) Narišite graf funkcije f.

Rajzolja meg az f *függvény grafikonját!*

(3 točke/pont)



c) Rešite neenačbo $f(x)\leq 1$.

Oldja meg az $f(x)\leq 1$ *egyenlőtlenséget!*

(2 točki/pont)

d) Izračunajte ploščino lika, ki ga omejujeta premica $y=1$ in graf funkcije f.

Számítsa ki annak a síkidomnak a területét, amelyet az $y=1$ *egyenes és az* f *függvény grafikonja határolnak!*

(5 točk/pont)

02. V ravnini so dane točke $A(2,1)$, $B(-1,4)$ in $C(-2,-3)$.

A síkban adott három pont: $A(2,1)$, $B(-1,4)$ *és* $C(-2,-3)$

a) Dokažite, da je trikotnik ABC pravokoten. Izračunajte ploščino trikotniku očrtanega kroga. Rezultat naj bo točen.

Bizonyítsa, hogy az ABC *háromszög derékszögű! Számítsa ki a háromszög köré írt kör területét! Az eredmény pontos legyen!*

(5 točk/pont)

b) Izračunajte koordinati točke A', ki je pravokotna projekcija točke A na daljico BC.

Számítsa ki annak az A' *pontnak a koordinátáit, amely az A pont merőleges vetülete a* BC *szakaszra!*

(3 točke/pont)

c) Točka M leži na daljici AC. Zapišite koordinati točke M tako, da bo ploščina trikotnika ABM enaka 11.

Az M pont az AC szakaszon fekszik. Írja fel az M pont koordinátáit úgy, hogy az ABM *háromszög területe 11 legyen!*

(5 točk/pont)

03. Rešite naslednje naloge iz kompleksnih števil.

Oldja meg a komplex számokkal kapcsolatos alábbi feladatokat!

a) V kompleksni ravnini narišite sliko kompleksnega števila $z = 10\,(1+2\mathrm{i})^{-1}$.
A komplex síkban rajzolja meg a $z = 10\,(1+2\mathrm{i})^{-1}$ *komplex szám ábráját!*

(2 točki/pont)

b) Izračunajte vsa realna števila $x,$ za katera je število
$z = 6x^3\mathrm{i}^{2009} + 5x^2\mathrm{i}^{2011} - 12x\mathrm{i}^{2013} + 4\mathrm{i}^{2007} + \left(x^2+1\right)\mathrm{i}^{2008} + x + 5$ realno število.

Számítsa ki mindazokat az x *valós számokat, amelyekre a*
$z = 6x^3\mathrm{i}^{2009} + 5x^2\mathrm{i}^{2011} - 12x\mathrm{i}^{2013} + 4\mathrm{i}^{2007} + \left(x^2+1\right)\mathrm{i}^{2008} + x + 5$ *valós szám!*

(5 točk/pont)

c) Dano je kompleksno število $w = 1 - \mathrm{i}$. Izračunajte vsa kompleksna števila $z = x + \mathrm{i}y$, za katera je $\mathrm{Re}(w \cdot z) = 0$ in $|z \cdot \overline{w}| = 2$.

Adott a $w = 1 - \mathrm{i}$ *komplex szám. Számítsa ki mindazokat a* $z = x + \mathrm{i}y$ *komplex számokat, amelyekre* $\mathrm{Re}(w \cdot z) = 0$ *és* $|z \cdot \overline{w}| = 2$ *!*

(4 točke/pont)

d) V kompleksni ravnini narišite množico točk, ki ustreza pogoju $|z-1| = 2$.

A komplex síkban rajzolja meg azt a ponthalmazt, amely eleget tesz a $|z-1| = 2$ *feltételnek!*

(2 točki/pont)

REZERVNA STRAN
TARTALÉK OLDAL

REZERVNA STRAN
TARTALÉK OLDAL

REZERVNA STRAN
TARTALÉK OLDAL

Prazna stran

Üres oldal

Prazna stran

Üres oldal