



Šifra kandidata :  
A jelölt kódszáma :

**Državni izpitni center**



M 1 0 2 4 0 2 1 1 M

JESENSKI IZPITNI ROK  
ŐSZI VIZSGAIDŐSZAK

**Višja raven**  
**Emelt szint**  
**MATEMATIKA**  
≡ Izpitna pola 1 ≡  
**1. feladatlap**

**Četrtek, 26. avgust 2010 / 90 minut**  
**2010. augusztus 26., csütörtök / 90 perc**

*Dovoljeno gradivo in pripomočki:*

*Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, računalo brez grafičnega zaslona in možnosti računanja s simboli, šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo.*

*Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.*

*Engedélyezett segédeszközök: a jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, csak műveleteket végző zsebszámológépet, körzőt és 2 háromszögvonalzót vagy vonalzót hoz magával.*

*A jelölt egy értékelő lapot és két pótlapot is kap a vázlatkészítéshez.*

**SPLOŠNA MATURA**  
**ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA**

Navodila kandidatu so na naslednji strani.

*A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.*

Ta pola ima 20 strani, od tega 4 prazne.  
A feladatlap terjedelme 20 oldal, ebből 4 üres.

## NAVODILA KANDIDATU

**Pazljivo preberite ta navodila.**

**Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.**

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 12 nalog. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 80. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

Rešitve, ki jih pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpisujte **v izpitno polo** v za to predvideni prostor, grafe funkcij pa rišite s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z nič (0) točkami. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

## ÚTMUTATÓ A JELŐLTNEK

***Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót!***

***Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg azt a felügyelő tanár nem engedélyezi!***

*Ragassza vagy írja be kódszámát (a feladatlap első oldalának jobb felső sarkában levő keretbe és az értékelő lapra)! Kódszámát a pótlapra is írja rá!*

*A feladatlap 12 feladatot tartalmaz. Összesen 80 pont érhető el. A feladatlapban a feladatok mellett feltüntettük az elérhető pontszámot is. A feladatok megoldásakor használhatja a 4. oldalon található standard képletgyűjteményt.*

*Válaszait töltőtollal vagy golyóstollal írja a **feladatlap** erre kijelölt helyére, a függvénygrafikonokat ceruzával rajzolja be! Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd válaszát írja le újra! Az olvashatatlan megoldásokat és a nem egyértelmű javításokat nulla (0) ponttal értékeljük. Vázlatát írja a pótlapokra, ám azt az értékelés során nem vesszük figyelembe.*

*A válasznak tartalmaznia kell a megoldásig vezető műveletsort, az összes köztes számítással és következtetéssel együtt. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékeli!*

*Bízzon önmagában és képességeiben! Eredményes munkát kívánunk!*

## Formule

- $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$
- Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku:  $a^2 = ca_1$ ,  $b^2 = cb_1$ ,  $v_c^2 = a_1b_1$
- Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga:  $R = \frac{abc}{4S}$ ,  $r = \frac{S}{s}$ ,  $s = \frac{a + b + c}{2}$
- Kotne funkcije polovičnih kotov:  

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}; \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}; \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$
- Kotne funkcije trojnih kotov:  

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x, \cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$
- Adicijski izrek:  

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$
- Faktorizacija:  

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x + y}{2} \cos \frac{x - y}{2}, \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x + y}{2} \sin \frac{x - y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x + y}{2} \cos \frac{x - y}{2}, \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x + y}{2} \sin \frac{x - y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}, \cot x \pm \cot y = \frac{\sin(y \pm x)}{\sin x \sin y}$$
- Razčlenitev produkta kotnih funkcij:  

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2}[\cos(x + y) - \cos(x - y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2}[\cos(x + y) + \cos(x - y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2}[\sin(x + y) + \sin(x - y)]$$
- Razdalja točke  $T_0(x_0, y_0)$  od premice  $ax + by - c = 0$ :  

$$d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$
- Ploščina trikotnika z oglišči  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ :  

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- Elipsa:  $e^2 = a^2 - b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ ;  $a > b$
- Hiperbola:  $e^2 = a^2 + b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ ,  $a$  je realna polos
- Parabola:  $y^2 = 2px$ , gorišče  $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- Integrala:  

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C, \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$$

**Képletek**

- $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$
- *A derékszögű háromszög magasságtétele és befogótétele:*  $a^2 = ca_1$ ,  $b^2 = cb_1$ ,  $v_c^2 = a_1b_1$
- *A háromszög köré írt kör és a háromszögbe írt kör sugara:*  $R = \frac{abc}{4S}$ ,  $r = \frac{S}{s}$ ,  $s = \frac{a+b+c}{2}$
- *A félszögek szögfüggvényei:*  

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}; \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}; \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$
- *A szög háromszorosának szögfüggvényei:*  

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x, \cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$
- *Addíciós tételek:*  

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$
- *Tényezőkre bontás:*  

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}, \cot x \pm \cot y = \frac{\sin(y \pm x)}{\sin x \sin y}$$
- *A szögfüggvények szorzatának felbontása:*  

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x + y) - \cos(x - y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x + y) + \cos(x - y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x + y) + \sin(x - y)]$$
- *A  $T_0(x_0, y_0)$  pont távolsága az  $ax + by - c = 0$  egyenestől:*  

$$d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$
- *Az  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$  csúcsú háromszög területe:*  

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- *Ellipszis:*  $e^2 = a^2 - b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ ;  $a > b$
- *Hiperbola:*  $e^2 = a^2 + b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ , az  $a$  valós féltengely
- *Parabola:*  $y^2 = 2px$ , fókuszpont  $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- *Integrálok:*  $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$ ,  $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$

01. Dane so množice  $A = \{1, 2\}$ ,  $B = \{1, 3, 4, 5\}$  in  $C = \{2, 4, 5\}$ . Zapišite množice  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \setminus B$ ,  $B \setminus A$ ,  $(A \cap C) \cup B$ ,  $(A \cup B) \setminus (A \cap B)$  in  $A \times C$  tako, da navedete njihove elemente.

*Adott az  $A = \{1, 2\}$ , a  $B = \{1, 3, 4, 5\}$  és a  $C = \{2, 4, 5\}$  halmaz. Írja fel az  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \setminus B$ ,  $B \setminus A$ ,  $(A \cap C) \cup B$ ,  $(A \cup B) \setminus (A \cap B)$  és az  $A \times C$  halmazokat úgy, hogy felsorolja az elemeiket!*

*(8 pont)*

$$A \cup B =$$

$$A \cap B =$$

$$A \setminus B =$$

$$B \setminus A =$$

$$(A \cap C) \cup B =$$

$$(A \cup B) \setminus (A \cap B) =$$

$$A \times C =$$

02. Rešite neenačbo  $(2x - 3)^2 - 2x \geq (2x - 3)(2x + 3) - 10$ . Množico rešitev zapišite kot interval in jo ponazorite na številski premici.

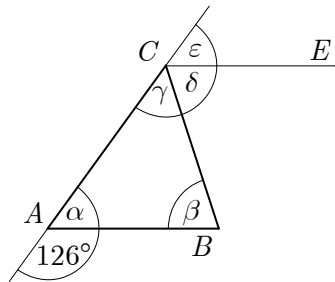
*Oldja meg a  $(2x - 3)^2 - 2x \geq (2x - 3)(2x + 3) - 10$  egyenlőtlenséget! A megoldáshalmazt írja fel intervallum formájában, majd rajzolja ezt meg a számegyenesen!*

*(6 pont)*

03. Trikotnik  $ABC$  na skici je enakokrak ( $|AB| = |BC|$ ). Zunanji kot pri oglišču  $A$  meri  $126^\circ$ . Daljica  $CE$  je vzporedna stranici  $AB$ . V razpredelnico vpišite velikosti kotov  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$  in  $\varepsilon$ .

Az ábrán levő  $ABC$  háromszög egyenlő szárú háromszög ( $|AB| = |BC|$ ). Az  $A$  csúcsnál levő külső szög  $126^\circ$ . A  $CE$  szakasz párhuzamos az  $AB$  oldallal. A táblázatba írja be az  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$  és  $\varepsilon$  szögek nagyságát!

(5 točk/pont)



$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$\varepsilon$

04. Dano je kompleksno število  $z = 12 + 5i$ . Izračunajte število  $z^2 - i\bar{z} + 2|z|$ .

*Adott a  $z = 12 + 5i$  komplex szám. Számítsa ki a  $z^2 - i\bar{z} + 2|z|$  számot!*

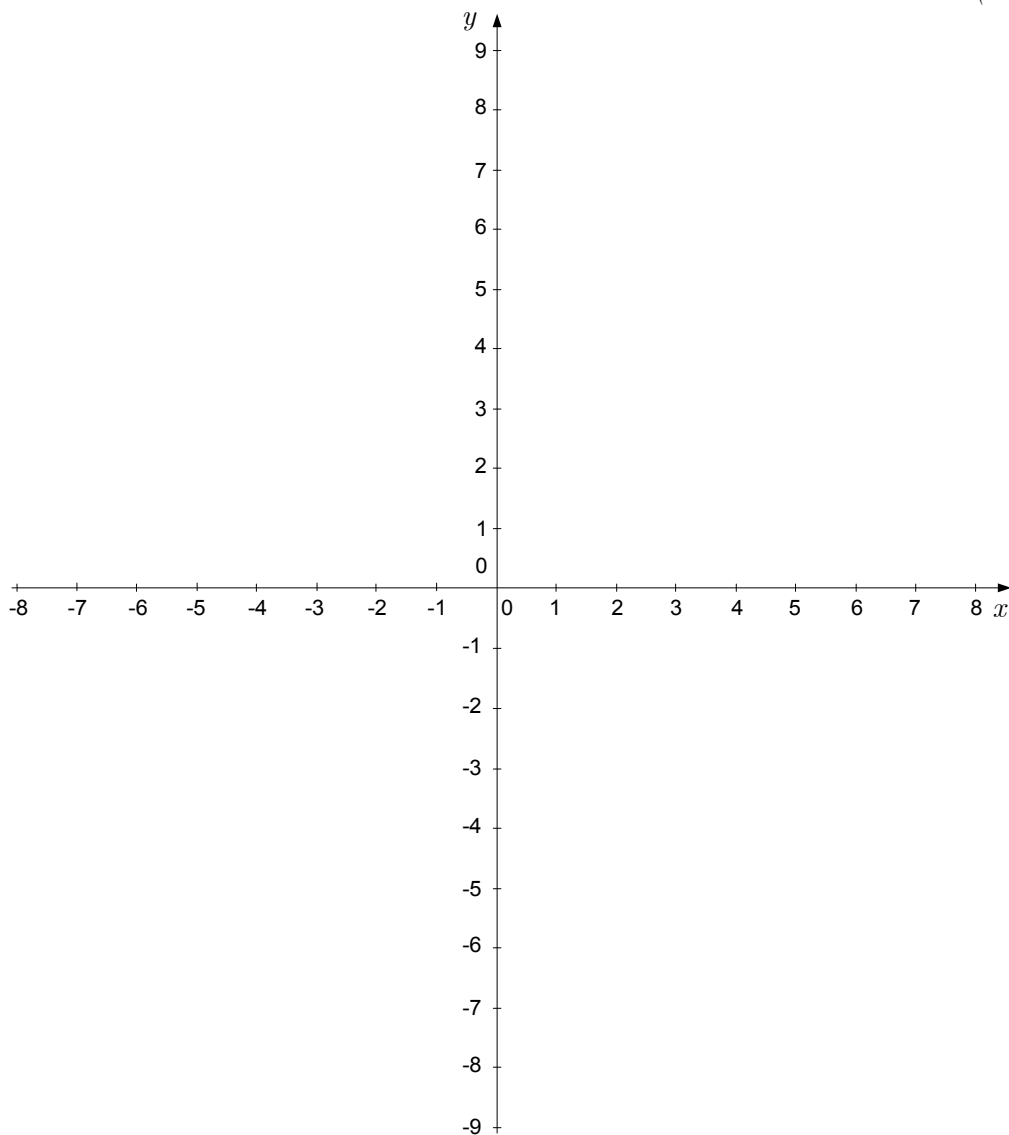
*(6 pont)*



05. Narišite graf funkcije  $f(x) = 3^x - 1$  in njeno asimptoto. Zapišite ničlo funkcije  $f$  in enačbo asimptote. Točki  $T_1(-1, y_1)$  in  $T_2(x_2, 8)$  ležita na grafu funkcije  $f$ . Izračunajte neznani koordinati  $y_1$  in  $x_2$ .

*Ábrázolja az  $f(x) = 3^x - 1$  függvény grafikonját és az aszimptotáját! Írja fel az  $f$  függvény zérushelyét és az aszimptota egyenletét! A  $T_1(-1, y_1)$  és a  $T_2(x_2, 8)$  pontok az  $f$  függvény grafikonján fekszenek. Számítsa ki az ismeretlen  $y_1$  és  $x_2$  koordinátákat!*

(8 točk/pont)



06. Premica z enačbo  $2x - 5y - 10 = 0$  seka os  $x$  v točki  $S$ . Zapišite enačbo tiste krožnice s središčem  $S$ , ki poteka skozi točko  $T(0,1)$ .

*A  $2x - 5y - 10 = 0$  egyenletű egyenes az  $x$  tengelyt az  $S$  pontban metszi. Írja fel annak az  $S$  középpontú körnek az egyenletét, amely a  $T(0,1)$  ponton halad át!*

*(6 točk/pont)*

07. Izračunajte abscesi stacionarnih točk funkcije  $f(x) = \frac{2x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - x + 5$ .

*Számítsa ki az  $f(x) = \frac{2x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - x + 5$  függvény stacionárus pontjainak az abszcisszáját!*

*(7 točk/pont)*

08. Prodajalec ima v vrečki 15 srečk: 5 dobitnih in 10 praznih. Kupimo 4 naključno izbrane srečke. Izračunajte verjetnost dogodkov:

A – vsaj ena kupljena srečka bo dobitna,

B – dve kupljeni srečki bosta dobitni, dve pa ne.

*Az eladó zacskójában 15 szerencsesorsjegy van: 5 tartalmaz nyereményt, 10 pedig nem. 4 véletlenül kiválasztott szerencsesorsjegyet vásárolunk. Számítsa ki a következő események valószínűségeit:*

*A – legalább egy megvásárolt sorsjegyen van nyeremény,*

*B – két megvásárolt sorsjeggyel nyerünk, kettővel viszont nem!*

(7 točk/pont)

09. Rešite enačbo  $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin x - 1 = 0$ .

*Oldja meg a  $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin x - 1 = 0$  egyenletet!*

*(7 točk/pont)*

10. Imamo vektorja  $\vec{a} = (t, -2, 6)$  in  $\vec{b} = (-3, t, -10)$ . Za katero realno število  $t$  sta vektorja  $\vec{a}$  in  $\vec{b}$  pravokotna? Za kateri realni števil  $t$  je dolžina vektorja  $\vec{a}$  enaka 7?

*Adott az  $\vec{a} = (t, -2, 6)$  és a  $\vec{b} = (-3, t, -10)$  vektor. Melyik  $t$  valós szám esetén merőlegesek az  $\vec{a}$  és a  $\vec{b}$  vektorok? Melyik  $t$  valós szám esetén egyenlő 7-tel az  $\vec{a}$  vektor hosszúsága?*

*(8 točk/pont)*

11. Vsota prvih treh členov aritmetičnega zaporedja je  $\frac{21}{2}$ , vsota prvega in petega člena pa 10.

Izračunajte prvi člen in razliko (diferenco) tega zaporedja. Koliko je vsota prvih sto členov tega zaporedja?

*A számtani sorozat első három tagjának összege  $\frac{21}{2}$ , az első és az ötödik tag összege pedig 10.*

*Számítsa ki a sorozat első tagját és a differenciáját! Mennyi az említett sorozat első száz tagjának összege?*

*(7točk/pont)*

12. Pokažite, da je  $\int \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} dx = \tan x - \cot x + C$ .

*Bizonyítsa, hogy  $\int \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} dx = \tan x - \cot x + C$ !*

(5 točk/pont)



**Prazna stran**  
***Üres oldal***

**Prazna stran**  
***Üres oldal***

**Prazna stran**  
***Üres oldal***

**Prazna stran**  
***Üres oldal***