



Š i f r a k a n d i d a t a :

**Državni izpitni center**



SPOMLADANSKI IZPITNI ROK

**Višja raven**  
**MATEMATIKA**  
**≡ Izpitna pola 2 ≡**

**Sobota, 4. junij 2011 / 90 minut**

*Dovoljeno gradivo in pripomočki:*

*Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, računalno brez grafičnega zaslona in možnosti računanja s simboli, šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo.*

*Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.*

**SPLOŠNA MATURA**

**NAVODILA KANDIDATU**

**Pazljivo preberite ta navodila.**

**Ne odpirajte izpitne pole in ne začinjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.**

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 3 strukturirane naloge. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 40. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagata s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 2.

Rešitve, ki jih pišete z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpisujte **v izpitno polo** pod besedila nalog in na naslednje strani, grafe funkcij pa rišite s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z nič (0) točkami. Strani 10, 11 in 12 so rezervne; uporabite jih le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

*Ta pola ima 12 strani, od tega 1 prazno in 3 rezervne.*

## Formule

- $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$
- Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku:  $a^2 = ca_1$ ,  $b^2 = cb_1$ ,  $v_c^2 = a_1b_1$
- Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga:  $R = \frac{abc}{4S}$ ,  $r = \frac{S}{s}$ ,  $s = \frac{a+b+c}{2}$
- Kotne funkcije polovičnih kotov:  

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}; \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}; \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$
- Kotne funkcije trojnih kotov:  

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x, \cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$
- Adicijski izrek:  

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$
- Faktorizacija:  

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}, \cot x \pm \cot y = \frac{\sin(y \pm x)}{\sin x \sin y}$$
- Razčlenitev produkta kotnih funkcij:  

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2}[\cos(x + y) - \cos(x - y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2}[\cos(x + y) + \cos(x - y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2}[\sin(x + y) + \sin(x - y)]$$
- Razdalja točke  $T_0(x_0, y_0)$  od premice  $ax + by - c = 0$ :  

$$d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$
- Ploščina trikotnika z oglišči  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ :  

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- Elipsa:  $e^2 = a^2 - b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ ;  $a > b$
- Hiperbola:  $e^2 = a^2 + b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ ,  $a$  je realna polos
- Parabola:  $y^2 = 2px$ , gorišče  $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- Integrala:  

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C, \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$$

**Prazna stran**

**OBRNITE LIST.**

01. Imamo funkciji  $f(x) = \frac{2x^2 - 8}{2x^2 + 1}$  in  $g(x) = \frac{x}{2} + 1$ .

a) Zapišite funkcijski predpis za inverzno funkcijo  $g^{-1}$  funkcije  $g$ .

(2 točki)

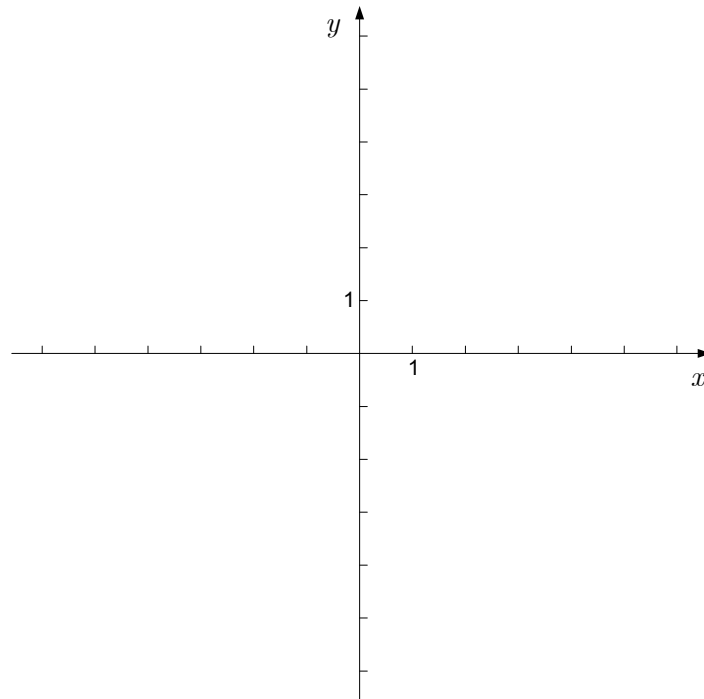
b) Naj bo  $h(x) = (g \circ f)(x) = g(f(x))$ . Pokažite, da je  $h(x) = \frac{3x^2 - 3}{2x^2 + 1}$ .

(2 točki)

c) Izračunajte ničli, ekstrem in vodoravno asimptoto funkcije  $h(x) = \frac{3x^2 - 3}{2x^2 + 1}$  in v dani

koordinatni sistem narišite graf te funkcije.

(5 točk)



d) Zapišite množico realnih števil  $x$ , za katere je  $2g(x) - 3 \leq h(x)$ .

(6 točk)



02. Dano je zaporedje s splošnim členom  $a_n = \sqrt{n^2 + 4n} - n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

a) Računsko pokažite, da število 1,97 ni člen danega zaporedja.

(3 točke)

b) Izračunajte limito zaporedja.

(4 točke)

c) Kateri členi niso v  $\varepsilon$ -okolici števila 2, če je  $\varepsilon = \frac{1}{10}$ ? Zapišite odgovor.

(4 točke)



03. Krožnica  $K$  ima središče v točki  $S(5, 10)$  in se dotika ordinatne osi (osi  $y$ ). Premica z enačbo  $y = 7x$  seka krožnico  $K$  v točkah  $A$  in  $B$ .

a) Zapišite enačbo krožnice  $K$  in izračunajte koordinate točk  $A$  in  $B$ .

(5 točk)

b) Pokažite, da je kot  $ASB$  pravi.

(3 točke)

c) Iz izhodišča koordinatnega sistema načrtamo na krožnico  $K$  obe tangenti. Ena izmed tangent je ordinatna os. Zapišite enačbo druge tangente in izračunajte koordinati njenega dotikališča s krožnico  $K$ .

(6 točk)





REZERVNA STRAN

REZERVNA STRAN

REZERVNA STRAN