



Šifra kandidata :
A jelölt kódszáma :

Državni izpitni center



M 1 1 1 4 0 2 1 2 M

SPOMLADANSKI IZPITNI ROK
TAVASZI VIZSGAIDŐSZAK

Višja raven
Emelt szint
MATEMATIKA
≡ Izpitna pola 2 ≡
2. feladatlap

Sobota, 4. junij 2011 / 90 minut
2011. június 4., szombat / 90 perc

Dovoljeno gradivo in pripomočki:

Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, računalno brez grafičnega zaslona in možnosti računanja s simboli, šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo.

Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.

Engedélyezett segédeszközök: a jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, csak műveleteket végző zsebszámológépet, körzőt és 2 háromszögvonalzót vagy vonalzót hoz magával.

A jelölt egy értékelő lapot és két pótlapot is kap a vázlatkészítéshez.

SPLOŠNA MATURA
ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.

A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Ta pola ima 16 strani, od tega 3 rezervne in 3 prazne.
A feladatlap terjedelme 16 oldal, ebből 3 tartalék és 3 üres.

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 3 strukturirane naloge. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 40. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

Rešitve, ki jih pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpisujte **v izpitno polo** pod besedila nalog in na naslednje strani, grafe funkcij pa rišite s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z nič (0) točkami. Strani 12, 13 in 14 so rezervne; uporabite jih le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELŐLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót!

Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg azt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

Ragassza vagy írja be kódszámát (a feladatlap első oldalának jobb felső sarkában levő keretbe és az értékelő lapra)! Kódszámát a pótlapra is írja rá!

A feladatlap 3 strukturált feladatot tartalmaz. Összesen 40 pont érhető el. A feladatlapban a feladatok mellett feltüntettük az elérhető pontszámot is. A feladatok megoldásakor használhatja a 4. oldalon található standard képletgyűjteményt.

*Válaszait töltőtollal vagy golyóstollal írja a **feladatlap** erre kijelölt helyére, a függvénygrafikonokat ceruzával rajzolja be! Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd választ írja le újra! Az olvashatatlan megoldásokat és a nem egyértelmű javításokat nulla (0) ponttal értékeljük. A 12., 13. és a 14. oldal tartalék. Csak abban az esetben írjon oda, ha másutt már nincs hely! Egyértelműen jelölje meg, melyik feladatokat oldotta meg ezeken az oldalakon! Vázlatát írja a pótlapokra, de azt az értékelés során nem vesszük figyelembe.*

A válasznak tartalmaznia kell a megoldásig vezető műveletsort, az összes köztes számítással és következtetéssel együtt. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékeli!

Bízzon önmagában és képességeiben! Eredményes munkát kívánunk!

Formule

- $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$
- Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$
- Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$
- Kotne funkcije polovičnih kotov:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}; \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}; \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$
- Kotne funkcije trojnih kotov:

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x, \cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$
- Adicijski izrek:

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$
- Faktorizacija:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}, \cot x \pm \cot y = \frac{\sin(y \pm x)}{\sin x \sin y}$$
- Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2}[\cos(x + y) - \cos(x - y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2}[\cos(x + y) + \cos(x - y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2}[\sin(x + y) + \sin(x - y)]$$
- Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice $ax + by - c = 0$:

$$d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$
- Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$; $a > b$
- Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$, a je realna polos
- Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- Integrala:

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C, \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$$

Képletek

- $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$
- *A derékszögű háromszög magasságtétele és befogótétele:* $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$
- *A háromszög köré írt kör és a háromszögbe írt kör sugara:* $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$
- *A félszögek szögfüggvényei:*

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}; \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}; \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$
- *A szög háromszorosának szögfüggvényei:*

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x, \cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$
- *Addíciós tételek:*

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$
- *Tényezőkre bontás:*

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}, \cot x \pm \cot y = \frac{\sin(y \pm x)}{\sin x \sin y}$$
- *A szögfüggvények szorzatának felbontása:*

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2}[\cos(x + y) - \cos(x - y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2}[\cos(x + y) + \cos(x - y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2}[\sin(x + y) + \sin(x - y)]$$
- *A $T_0(x_0, y_0)$ pont távolsága az $ax + by - c = 0$ egyenestől:*

$$d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$
- *Az $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ csúcsú háromszög területe:*

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- *Ellipszis:* $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$; $a > b$
- *Hiperbola:* $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$, az a valós féltengely
- *Parabola:* $y^2 = 2px$, fókuszpont $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- *Integrálok:* $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$, $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$

Prazna stran *Üres oldal*

**OBRNITE LIST.
LAPOZZON!**

01. Imamo funkciji $f(x) = \frac{2x^2 - 8}{2x^2 + 1}$ in $g(x) = \frac{x}{2} + 1$.

Adott két függvény: $f(x) = \frac{2x^2 - 8}{2x^2 + 1}$ és $g(x) = \frac{x}{2} + 1$.

a) Zapišite funkcijski predpis za inverzno funkcijo g^{-1} funkcije g .

Írja fel a g függvény g^{-1} inverz függvényének egyenletét!

(2 točki/pont)

b) Naj bo $h(x) = (g \circ f)(x) = g(f(x))$. Pokażite, da je $h(x) = \frac{3x^2 - 3}{2x^2 + 1}$.

Legyen $h(x) = (g \circ f)(x) = g(f(x))$. Bizonyítsa, hogy $h(x) = \frac{3x^2 - 3}{2x^2 + 1}$!

(2 točki/pont)

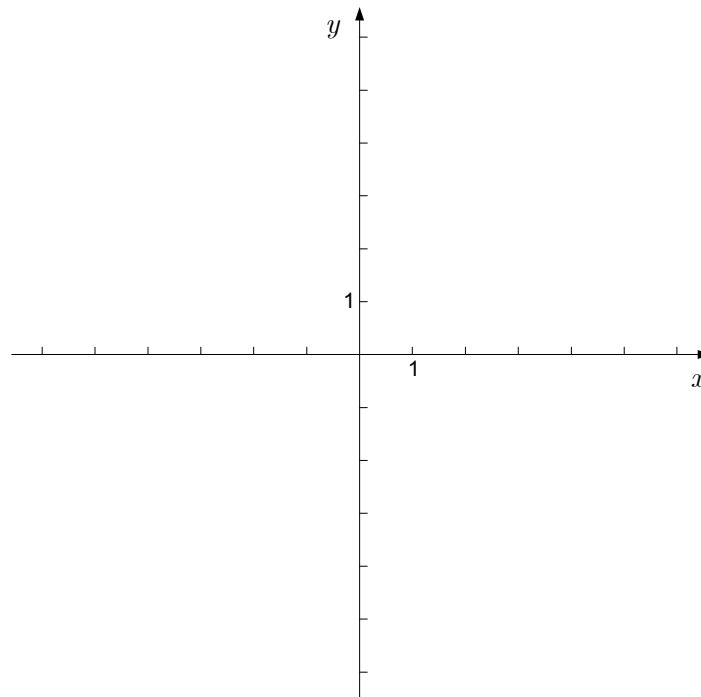
c) Izračunajte ničli, ekstrem in vodoravno asimptoto funkcije $h(x) = \frac{3x^2 - 3}{2x^2 + 1}$ in v dani

koordinatni sistem narišite graf te funkcije.

Számítsa ki a $h(x) = \frac{3x^2 - 3}{2x^2 + 1}$ függvény gyökeit, extrémumát és a vízszintes asszimptotáját,

majd az adott koordináta-rendszerben rajzolja meg a függvény grafikonját!

(5 točk/pont)



d) Zapišite množico realnih števil x , za katere je $2g(x) - 3 \leq h(x)$.

Írja fel azon x valós számok halmazát, amelyekre $2g(x) - 3 \leq h(x)$!

(6 točk/pont)

02. Dano je zaporedje s splošnim členom $a_n = \sqrt{n^2 + 4n} - n$, $n \in \mathbb{N}$.

Adott az $a_n = \sqrt{n^2 + 4n} - n$, $n \in \mathbb{N}$ általános tagú sorozat.

a) Računsko pokažite, da število 1,97 ni člen danega zaporedja.

Számítással bizonyítsa, hogy az 1,97 szám nem az adott sorozat tagja!

(3 točke/pont)

b) Izračunajte limito zaporedja.

Számítsa ki a sorozat határértékét!

(4 točke/pont)

c) Kateri členi niso v ε -okolici števila 2, če je $\varepsilon = \frac{1}{10}$? Zapišite odgovor.

Melyik tagok nincsenek a 2 szám ε -környezetében, ha $\varepsilon = \frac{1}{10}$? A válaszát írja le!

(4 točke/pont)

03. Krožnica K ima središče v točki $S(5,10)$ in se dotika ordinatne osi (osi y). Premica z enačbo $y = 7x$ seka krožnico K v točkah A in B .

Az $S(5,10)$ középpontú K kör az ordinátatengelyt (y tengely) érinti. Az $y = 7x$ egyenletű egyenes a K kört az A és a B pontokban metszi.

- a) Zapišite enačbo krožnice K in izračunajte koordinate točk A in B .
Írja fel a K kör egyenletét, és számítsa ki az A és a B pontok koordinátáit! (5 točk/pont)
- b) Pokažite, da je kot ASB pravi.
Bizonyítsa, hogy az ASB szög derékszög! (3 točke/pont)
- c) Iz izhodišča koordinatnega sistema načrtamo na krožnico K obe tangenti. Ena izmed tangent je ordinatna os. Zapišite enačbo druge tangente in izračunajte koordinati njenega dotikališča s krožnico K .
A koordináta-rendszer origójából megrajzoljuk a K kör mindkét érintőjét. A kör egyik érintője az ordinátatengely. Írja fel a másik érintő egyenletét, valamint számítsa ki az érintő és a kör érintkezési pontjának a koordinátáit! (6 točk/pont)

REZERVNA STRAN
TARTALÉK OLDAL

REZERVNA STRAN
TARTALÉK OLDAL

REZERVNA STRAN
TARTALÉK OLDAL

Prazna stran
Üres oldal

Prazna stran
Üres oldal