

Codice del candidato:

Državni izpitni center



SESSIONE AUTUNNALE

Livello di base
MATEMATICA
≡ Prova d'esame 1 ≡

Venerdì, 26 agosto 2011 / 120 minuti

Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, di una calcolatrice tascabile priva di interfaccia grafica e possibilità di calcolo con simboli, nonché del compasso, di due squadrette e di un righello.

Al candidato vengono consegnati due fogli per la minuta e una scheda di valutazione.

MATURITÀ GENERALE

INDICAZIONI PER I CANDIDATI

Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.

Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra e sulla scheda di valutazione. Scrivete il vostro numero di codice anche sui fogli della minuta.

La prova d'esame si compone di 12 quesiti, risolvendo correttamente i quali potete conseguire fino a un massimo di 80 punti. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate a pagina 2.

Scrivete le vostre risposte negli spazi appositamente previsti **all'interno della prova** utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera. Disegnate a matita i grafici delle funzioni. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto ad essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile verrà assegnato il punteggio di zero (0). Utilizzate i fogli della minuta solo per l'impostazione delle soluzioni, in quanto essi non verranno sottoposti a valutazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

La prova si compone di 16 pagine, di cui 2 bianche.

Formule

- $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$
- Teoremi di Euclide e dell'altezza di un triangolo rettangolo: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $h_c^2 = a_1b_1$
- Raggi delle circonferenze circoscritta ed inscritta ad un triangolo: $R = \frac{abc}{4A}$, $r = \frac{A}{p}$, $p = \frac{a+b+c}{2}$
- Formule di bisezione:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}} ; \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}} ; \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$
- Funzioni trigonometriche relative al triplo di un angolo:
 $\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$, $\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$
- Teoremi di addizione:
 $\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$
 $\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$
- Formule di prostaferesi o di fattorizzazione:
 $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$, $\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$
 $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$, $\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$
 $\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$, $\cot x \pm \cot y = \frac{\sin(y \pm x)}{\sin x \sin y}$
- Formule di Werner o della scomposizione del prodotto:
 $\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x + y) - \cos(x - y)]$
 $\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x + y) + \cos(x - y)]$
 $\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x + y) + \sin(x - y)]$
- Distanza del punto $T_0(x_0, y_0)$ dalla retta $ax + by - c = 0$:

$$d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$
- Area del triangolo di vertici $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

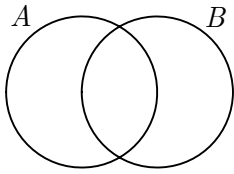
$$A = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- Ellisse: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$; $a > b$
- Iperbole: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$; a è il semiasse reale.
- Parabola: $y^2 = 2px$, fuoco $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- Integrali:

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$$
,
$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$$

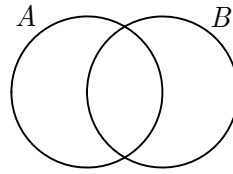
01. Indicate nelle figure gli insiemi:

(6 punti)

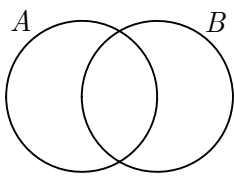
a) $A \cap B$



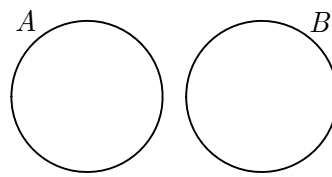
b) $A \cup B$



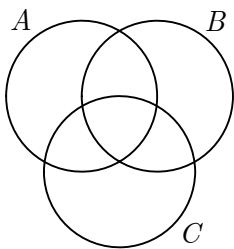
c) $A \setminus B$



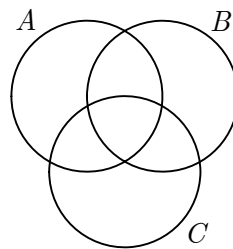
d) $B \setminus A$



e) $(A \cup B) \cap C$



f) $(A \cap C) \setminus B$



02. Scomponete le espressioni algebriche date, in un numero massimo di fattori, nell'insieme dei numeri reali.

a) $a^2 - 3a =$

(1 punto)

b) $x^2 + 2x - 48 =$

(1 punto)

c) $a^3 + 2a^2 - 9a - 18 =$

(2 punti)

d) $2x^4 - 72x^2 =$

(2 punti)

e) $a^3 - 27 =$

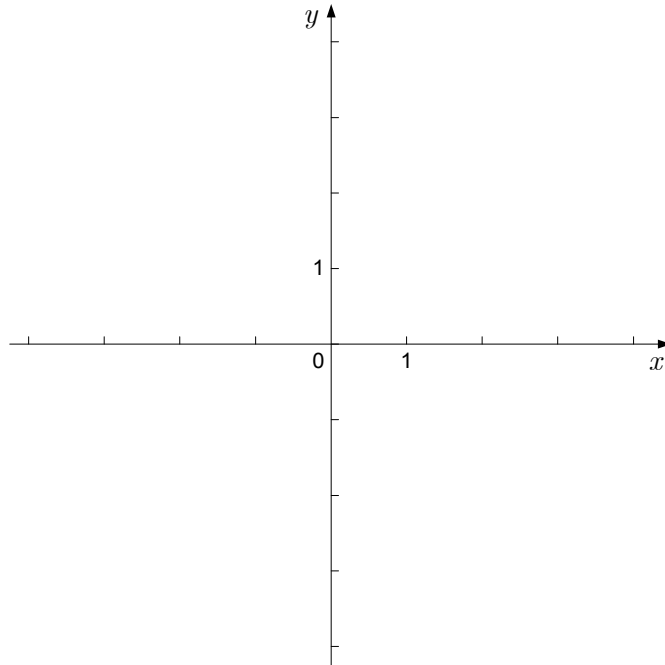
(2 punti)

03. In un triangolo isoscele la base misura 16 cm , il lato obliquo invece 10 cm . Calcolate il perimetro, l'altezza alla base, l'area del triangolo e inoltre l'angolo alla base con esattezza al decimo di grado.

(6 punti)

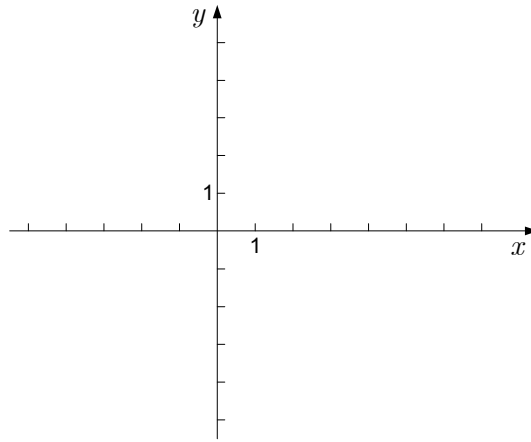
04. È data la funzione quadratica $f(x) = x^2 - 2x - 3$. Calcolate gli zeri e le coordinate del vertice e inoltre scrivete l'intersezione del grafico della funzione f con l'asse delle y . Tracciate il grafico della funzione f . In quale intervallo la funzione f è negativa?

(8 punti)



05. Tracciate nel sistema coordinato del piano la circonferenza di equazione $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 1 = 0$. Calcolate le ascisse dei punti d'intersezione della circonferenza con l'asse x .

(7 punti)



06. Sia il numero complesso z la soluzione dell'equazione $2z + i^{139} = 3iz - 18$. Calcolate $|z|$.

(7 punti)

07. Nel triangolo equilatero di lato $a = 6$ il punto M giace sul lato BC in modo che $|BM| : |MC| = 5 : 1$. Esprimete il vettore \overline{AM} con i vettori $\overline{AB} = \vec{a}$ e $\overline{BC} = \vec{b}$ e calcolate inoltre il prodotto scalare $\overline{AM} \cdot \overline{AB}$.

(7 punti)

08. Gli angoli α e β sono angoli acuti. Sappiamo che $\sin \alpha = \frac{1}{5}$ e $\sin \beta = \frac{4}{5}$. Calcolate $\sin(\alpha + \beta)$ in due modi:

a) con la calcolatrice tascabile calcolando dapprima l'ampiezza degli angoli α e β e arrotondando il risultato alla seconda cifra decimale;

(3 punti)

b) senza la calcolatrice tascabile, non calcolando l'ampiezza degli angoli α e β , il risultato sia esatto.

(5 punti)

09. Calcolate il valore dell'espressione $\log_a a^2 + \log_b 1 - \log_c \frac{1}{c} + 3 \log_d \sqrt[6]{d}$ dove a , b , c e d sono numeri reali positivi diversi da 1.

(6 punti)

10. Con le lettere della parola KAŽIPOT componiamo delle parole lunghe 7 lettere prendendo ogni lettera esattamente una volta. Quante parole diverse possiamo comporre?

Scegliendo a caso una di queste parole calcolate la probabilità degli eventi:

A – nella parola le consonanti stanno assieme,

B – nella parola compare la sequenza POT (le lettere P, O e T devono stare assieme in questo ordine).

(5 punti)

11. È data la funzione $f(x) = 2x^3 + 1$. Scrivete l'equazione della retta tangente al grafico della funzione nel punto $A(1, y_1)$.

(6 punti)

12. I primi tre termini di una successione geometrica sono 2 , $\sqrt{3}$, $\frac{3}{2}$. Calcolate la ragione e il quarto termine di questa successione. Calcolate inoltre la somma della rispettiva serie geometrica $2 + \sqrt{3} + \frac{3}{2} + \dots$. Il risultato sia esatto. Razionalizzate il denominatore della frazione.

(6 punti)

Pagina vuota

Pagina vuota