



Codice del candidato:

**Državni izpitni center**



M 1 2 1 4 0 2 1 1 1

SESSIONE PRIMAVERILE

**Livello superiore**  
**MATEMATICA**  
≡ Prova d'esame 1 ≡

**Sabato, 9 giugno 2012 / 90 minuti**

*Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, della calcolatrice tascabile, nonché del compasso, di due squadrette e di un righello.  
Al candidato vengono consegnati due fogli per la minuta e una scheda di valutazione.*

**MATURITÀ GENERALE**

**INDICAZIONI PER I CANDIDATI**

**Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.**

**Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.**

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra e sulla scheda di valutazione. Scrivete il vostro numero di codice anche sui fogli della minuta.

La prova d'esame si compone di 12 quesiti, risolvendo correttamente i quali potete conseguire fino a un massimo di 80 punti. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate a pagina 3.

Scrivete le vostre risposte negli spazi appositamente previsti **all'interno della prova** utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera. Disegnate a matita i grafici delle funzioni. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto ad essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile verranno assegnati 0 punti. Utilizzate i fogli della minuta solo per l'impostazione delle soluzioni, in quanto essi non verranno sottoposti a valutazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

*La prova si compone di 16 pagine, di cui 1 vuota.*



## Formule

$a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1})$ , se  $n$  è un numero naturale dispari

$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$ , se  $n \in \mathbb{N}$

Teoremi di Euclide e dell'altezza di un triangolo rettangolo:  $a^2 = ca_1$ ,  $b^2 = cb_1$ ,  $h_c^2 = a_1b_1$

Raggio della circonferenza circoscritta e raggio della circonferenza inscritta a un triangolo:  $R = \frac{abc}{4A}$ ,

$$r = \frac{A}{p}, \quad p = \frac{a+b+c}{2}$$

Formule di bisezione:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}, \quad \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}, \quad \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

Teoremi di addizione:

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

Formule di prostaferesi o di fattorizzazione:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$$

Formule del Werner o della scomposizione del prodotto:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x+y) - \cos(x-y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)]$$

Distanza del punto  $T_0(x_0, y_0)$  dalla retta  $ax + by - c = 0$ :  $d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$

Area del triangolo di vertici  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ :

$$A = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$

Ellisse:  $e^2 = a^2 - b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{e}{a}$ ,  $a > b$

Iperbole:  $e^2 = a^2 + b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{e}{a}$ ,  $a$  è il semiasse reale

Parabola:  $y^2 = 2px$ , fuoco  $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

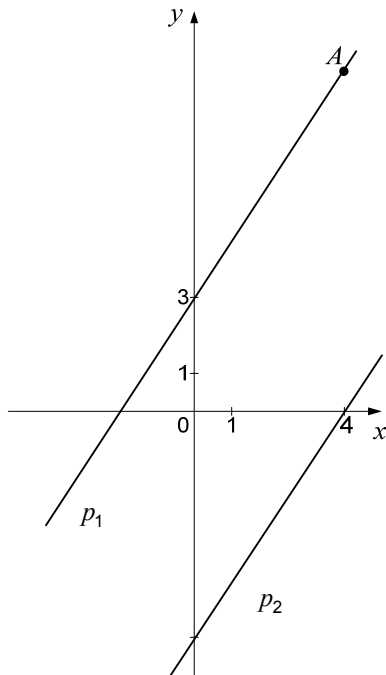
Compositum di funzioni:  $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Formula di Bernoulli:  $P(n, p, k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integrale:  $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$

1. Nel sistema di coordinate sono disegnate le rette parallele  $p_1$  e  $p_2$ . La retta  $p_1$  passa per il punto  $A(4,9)$ . Scrivete nella tabella i coefficienti e le equazioni delle due rette.

(8 punti)



Retta  $p_1$

$k_1 =$
$n_1 =$
Equazione della retta $p_1$ :

Retta  $p_2$

$k_2 =$
$n_2 =$
Equazione della retta $p_2$ :

2. Riducete le frazioni:

2.1.  $\frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 1}$ ,  $x \neq -1$ ,  $x \neq 1$

(3)

2.2.  $\frac{x^5 - 4x^3}{x^6 + 2x^5}$ ,  $x \neq 0$ ,  $x \neq -2$

(5)

(8 punti)

3. Tone ha comperato tre lampade tascabili e due picconi pagando 100 €. Tina ha acquistata allo stesso prezzo quattro lampade tascabili e un piccone e ha pagato 80 €. Quanto costa una lampada tascabile e quanto un piccone? Scrivete la risposta.

*(6 punti)*

4. In ogni sistema di coordinate sottostante è stato tracciato il grafico della funzione  $f$ . Tracciate ancora i grafici delle funzioni

$$g_1(x) = -f(x),$$

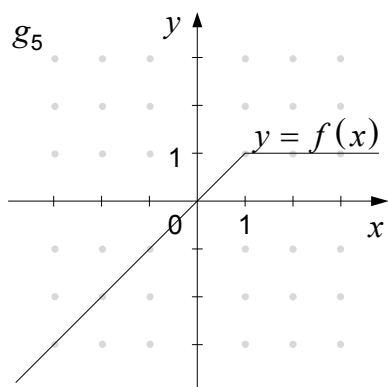
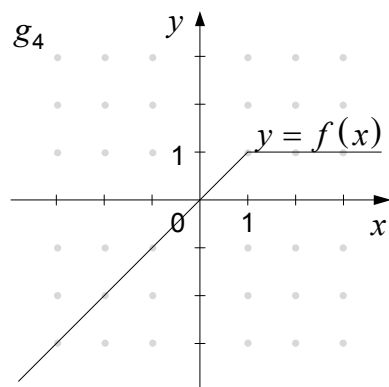
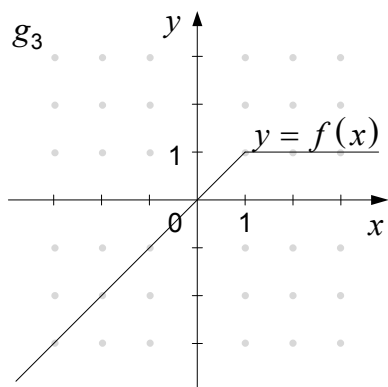
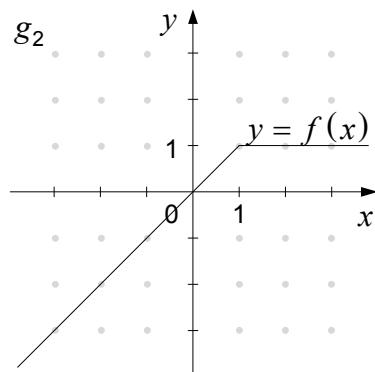
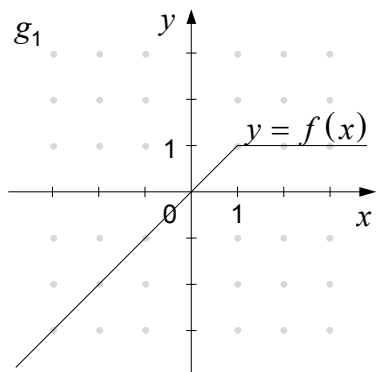
$$g_2(x) = f(x) + 1,$$

$$g_3(x) = f(x - 2),$$

$$g_4(x) = 2f(x) \text{ e}$$

$$g_5(x) = f(-x).$$

(5 punti)



5. Scrivete nella tabella tutti i divisori naturali del numero 36 e i primi sei multipli del numero 6.

Divisori:
Multipli:

Scegliamo a caso uno tra i numeri naturali da 1 a 36 (con 1 e 36 compresi). Calcolate la probabilità degli eventi  $A, B$  e  $C$ .

Evento  $A$ : Scegliamo il numero 7.

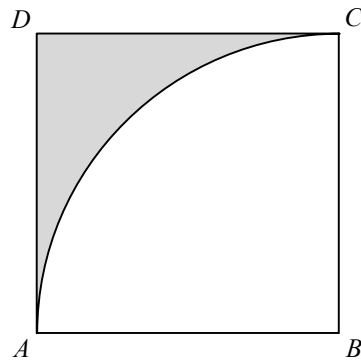
Evento  $B$ : Scegliamo il numero che è allo stesso tempo sia un divisore del numero 36 che un multiplo del numero 6.

Evento  $C$ : Scegliamo il numero che è divisore del numero 36 oppure multiplo del numero 6.

(7 punti)



6. Nel quadrato  $ABCD$ , il cui lato è di lunghezza 4, disegniamo un arco con centro nel vertice  $B$  (vedi figura).



Calcolate con esattezza il perimetro e l'area della parte ombreggiata della figura.

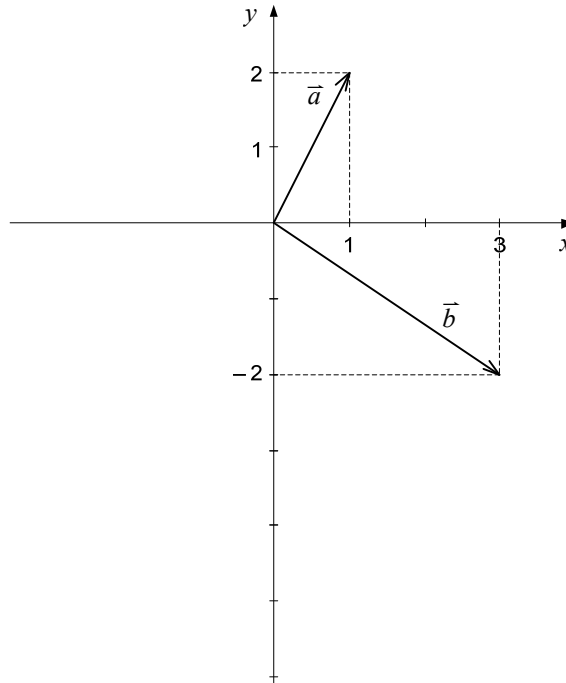
(6 punti)

7. Calcolate la base  $a$  della funzione logaritmica  $f(x) = \log_a x$  il cui grafico passa per il punto  $A\left(\frac{1}{8}, -\frac{3}{2}\right)$ .

(6 punti)

8. Nel sistema di coordinate sono disegnati i vettori  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$ . Scrivete i due vettori con le coordinate. Calcolate il vettore  $\vec{c} = -2\vec{a} + \vec{b}$  e disegnate lo nel sistema di coordinate. Calcolate inoltre il vettore  $(\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{a}$ .

(7 punti)



9. È dato il triangolo  $ABC$  di dati  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\beta = 50^\circ$  e  $a = 7$  cm. Calcolate all'esattezza del millimetro la lunghezza del lato  $b$ . Calcolate poi l'area del triangolo con l'esattezza al  $\text{cm}^2$ .

(7 punti)

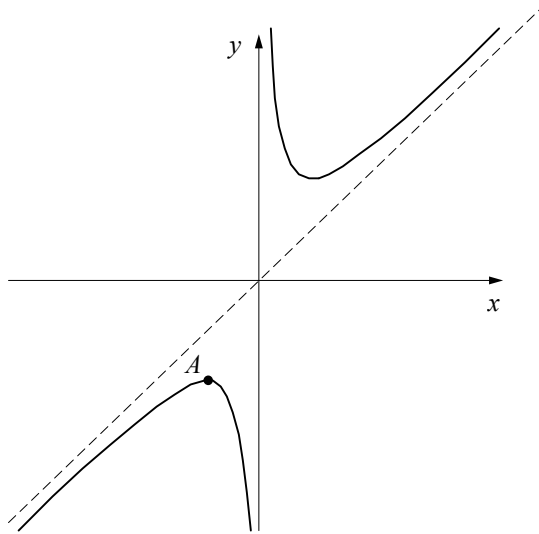
10. Dimostrate che il numero  $-4$  è uno degli zeri del polinomio  $p(x) = x^3 + 6x^2 + 10x + 8$ . Calcolate gli altri due zeri del polinomio  $p$ . Scrivete l'intersezione  $N$  del grafico del polinomio  $p$  con l'asse delle ordinate. Il punto  $T$  appartiene al grafico del polinomio  $p$  e la sua ascissa è  $-1$ . Scrivete il punto  $T$ .

(7 punti)

11. I numeri  $\sqrt{2x+2}$ ,  $3-4x$  e  $6-6x$  formano una successione aritmetica finita. Calcolate  $x$  e scrivete la successione.

(7 punti)

12. La figura mostra il grafico della funzione  $f(x) = \frac{x^2 + 9}{x}$ .



Calcolate la derivata della funzione. Nel punto  $A$  la funzione raggiunge il suo massimo relativo. Scrivete la distanza  $d_1$  del punto  $A$  dalla retta  $x = 4$  e la distanza  $d_2$  del punto  $A$  dalla retta  $y = -1$ .

(6 punti)

**Pagina vuota**