Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center

M 1 2 1 4 0 2 1 1 M

SPOMLADANSKI IZPITNI ROK
TAVASZI VIZSGAIDŐSZAK

Višja raven
Emelt szint

MATEMATIKA

Izpitna pola 1
1. feladatlap

Sobota, 9. junij 2012 / 90 minut
2012. június 9., szombat / 90 perc

Dovoljeno gradivo in pripomočki: Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, žepno računalo in geometrijsko orodje (šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo). Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.

Engedélyezett segédeszközök:
A jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, zsebszámológépet, rajzeszközöket (körzőt, két háromszöget, esetleg vonalzót) hoz magával. A jelölt kap egy értékelő lapot, a vázlatkészítéshez pedig két pótlapot.

SPLOŠNA MATURA
ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Ta pola ima 20 strani, od tega 4 prazne.
A feladatlap 20 oldalas, ebből 4 üres.

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.
Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 12 kratkih nalog. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 80. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

Rešitve, ki jih pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpisujte **v izpitno polo** v za to predvideni prostor. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót!
Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg azt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

Ragassza vagy írja be kódszámát a feladatlap első oldalának jobb felső sarkában levő keretbe és az értékelő lapra! Kódszámát a pótlapokra is írja rá!

A feladatlap 12 rövid feladatot tartalmaz. Összesen 80 pontot érhet el. A feladatlapban a feladatok mellett feltüntettük az elérhető pontszámot is. A feladatok megoldásakor használhatja a 4. oldalon található standard képletgyűjteményt.

Válaszait töltőtollal vagy golyóstollal írja a ***feladatlap*** *erre kijelölt helyére! Rajzoláshoz használhat ceruzát is. Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd válaszát írja le újra! Az olvashatatlan megoldásokat és a nem egyértelmű javításokat nulla (0) ponttal értékeljük. A pótlapokra készített vázlatokat az értékelés során nem vesszük figyelembe.*

A válasznak tartalmaznia kell a megoldásig vezető műveletsort az összes köztes számítással és következtetéssel együtt. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékeljék!

Bízzon önmagában és képességeiben! Eredményes munkát kívánunk!

Formule

$a^n + b^n = (a+b)\left(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - .... + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, če je n liho naravno število

$a^n - b^n = (a-b)\left(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + ... + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, če je $n \in \mathbb{N}$

Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$

Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$

Kotne funkcije polovičnih kotov:

$\sin\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$, $\cos\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$, $\tan\frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1+\cos x}$

Adicijski izrek:

$\sin(x+y) = \sin x\cos y + \cos x\sin y$

$\cos(x+y) = \cos x\cos y - \sin x\sin y$

$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1-\tan x\tan y}$

Faktorizacija:

$\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\sin x - \sin y = 2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x\pm y)}{\cos x\cos y}$

Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$\sin x\sin y = -\frac{1}{2}\left[\cos(x+y) - \cos(x-y)\right]$

$\cos x\cos y = \frac{1}{2}\left[\cos(x+y) + \cos(x-y)\right]$

$\sin x\cos y = \frac{1}{2}\left[\sin(x+y) + \sin(x-y)\right]$

Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice $ax + by - c = 0$: $d(T_0, p) = \left|\frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$

Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$S = \frac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|$

Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, $a > b$

Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, a je realna polos

Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

Kompozitum funkcij: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoullijeva formula: $P(n,p,k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integral: $\int \frac{\mathrm{d}x}{x^2+a^2} = \frac{1}{a}\operatorname{arc\,tan}\frac{x}{a} + C$

Képletek

$a^n + b^n = (a+b)\left(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - .... + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, *ha* n *páratlan természetes szám*

$a^n - b^n = (a-b)\left(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + ... + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, *ha* $n \in \mathbb{N}$

A derékszögű háromszög magasságtétele és befogótétele: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$

A háromszög köré írt kör és a háromszögbe írt kör sugara: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$

A félszögek szögfüggvényei:

$\sin\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$; $\cos\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$; $\tan\frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1+\cos x}$

Addíciós tételek:

$\sin(x+y) = \sin x\cos y + \cos x\sin y$

$\cos(x+y) = \cos x\cos y - \sin x\sin y$

$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x\tan y}$

Összegek szorzattá történő átalakításának képletei:

$\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\sin x - \sin y = 2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x\cos y}$

A szorzatok összeggé történő átalakításának képletei:

$\sin x\sin y = -\frac{1}{2}\left[\cos(x+y) - \cos(x-y)\right]$

$\cos x\cos y = \frac{1}{2}\left[\cos(x+y) + \cos(x-y)\right]$

$\sin x\cos y = \frac{1}{2}\left[\sin(x+y) + \sin(x-y)\right]$

A $T_0(x_0, y_0)$ *pont távolsága az* $ax + by - c = 0$ *egyenletű egyenestől:* $d(T_0, p) = \left|\frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$

Az $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ *csúcsú háromszög területe:*

$S = \frac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|$

Ellipszis: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, $a > b$

Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, a *a hiperbola valós tengelye*

Parabola: $y^2 = 2px$, $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ *a parabola fókuszpontja*

Összetett függvény: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

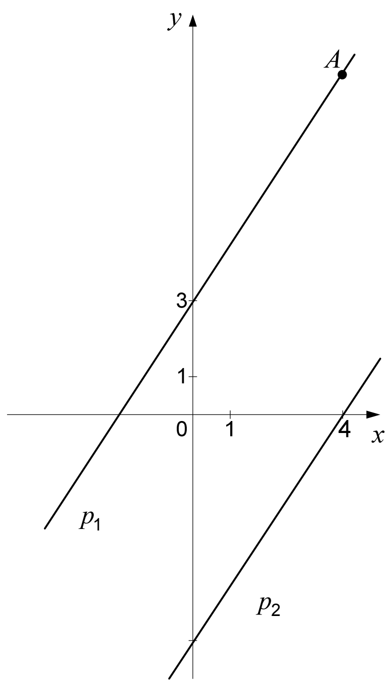
Bernoulli-képlet: $P(n,p,k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integrál: $\int \frac{\mathrm{d}x}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a}\operatorname{arc\,tan}\frac{x}{a} + C$

1. V koordinatnem sistemu sta narisani vzporedni premici p_1 in p_2. Premica p_1 poteka skozi točko $A(4,9)$. V spodnji preglednici vpišite parametre in enačbi obeh premic.

   A koordináta-rendszerben a p_1 és p_2 egyeneseket ábrázoltuk. A p_1 egyenes illeszkedik az $A(4,9)$ pontra. Írja be a táblázatba mindkét egyenes paramétereit és egyenletét!

   (8 točk/pont)



Premica p_1
p_1 *egyenes*

$k_1 =$
$n_1 =$
Enačba premice p_1: *A p_1 egyenes egyenlete:*

Premica p_2
p_2 *egyenes*

$k_2 =$
$n_2 =$
Enačba premice p_2: *A p_2 egyenes egyenlete:*

2. Okrajšajte ulomka:

   Hozza tovább nem egyszerűsíthető alakra az alábbi törteket:

   2.1. $\dfrac{x^2-2x-3}{x^2-1}$, $x \neq -1$, $x \neq 1$

   (3)

   2.2. $\dfrac{x^5-4x^3}{x^6+2x^5}$, $x \neq 0$, $x \neq -2$

   (5)

   (8 točk/pont)

3. Tone je kupil tri žepne svetilke in dva cepina ter plačal $100 €$. Tina je po isti ceni kupila štiri žepne svetilke in en cepin ter plačala $80 €$. Koliko stane žepna svetilka in koliko cepin? Odgovor zapišite.

Tone három zseblámpáért és két hegyes végű csákányért $100 €$ *-t fizetett. Tina ugyanazon az áron vásárolt, négy zseblámpáért és egy hegyes végű csákányért* $80 €$ *-t fizetett. Mennyibe kerül a zseblámpa és mennyibe a hegyes végű csákány? Válaszoljon egész mondatban!*

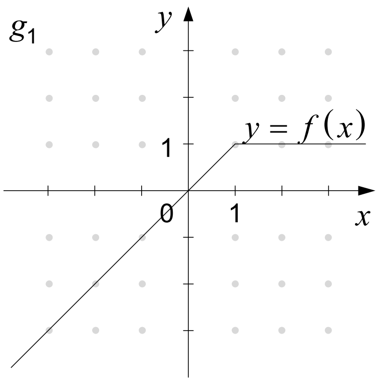
(6 točk/pont)

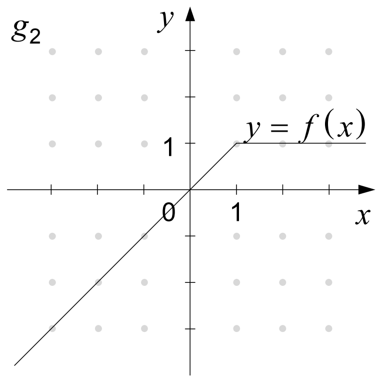
4. V spodnjih koordinatnih sistemih je narisan graf funkcije f . Narišite še grafe funkcij

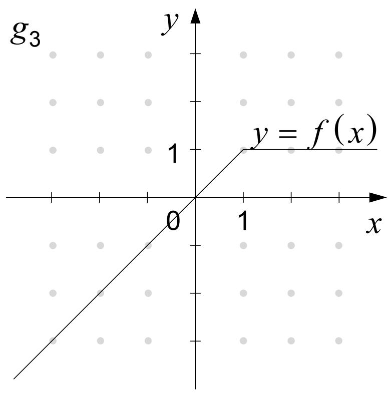
Az alábbi koordináta-rendszerekben az f függvény grafikonját ábrázoltuk. Ábrázolja a következő függvények grafikonjait is:

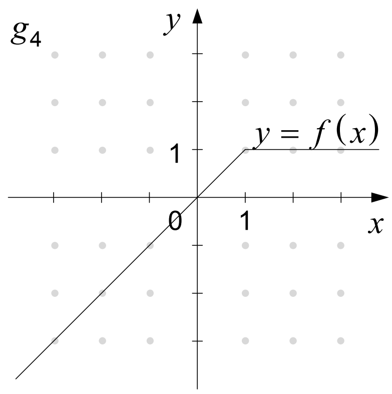
$g_1(x) = -f(x)$,
$g_2(x) = f(x)+1$,
$g_3(x) = f(x-2)$,
$g_4(x) = 2f(x)$ in / *és*
$g_5(x) = f(-x)$.

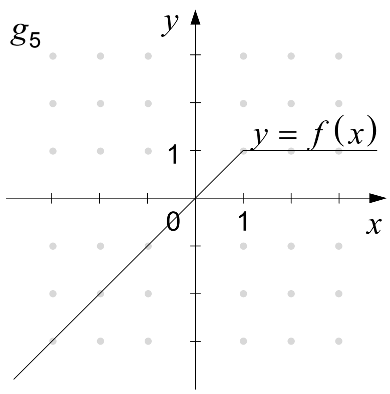
(5 točk/pont)











5. V preglednico zapišite vse naravne delitelje števila 36 in prvih šest večkratnikov števila 6.

Delitelji:
Večkratniki:

Naključno izberemo eno od naravnih števil od 1 do 36 (vključno z 1 in 36). Izračunajte verjetnost dogodkov A, B in C.
Dogodek A: Izberemo število 7.
Dogodek B: Izberemo število, ki je hkrati delitelj števila 36 in večkratnik števila 6.
Dogodek C: Izberemo število, ki je delitelj števila 36 ali večkratnik števila 6.

A táblázatba írja be a 36 minden természetes osztóját és a 6 első hat többszörösét.

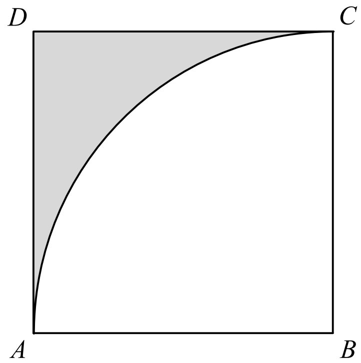
Osztók:
Többszörösök:

Találomra kiválasztunk egy 1 és 36 közötti természetes számot (1-től 36-ig bezárólag)
Számítsa ki az A, B és C események valószínűségét!
A *esemény: A 7-es számot választjuk ki.*
B *esemény: Olyan számot választunk, amely egyidejűleg osztója a 36-nak és többszöröse a 6-nak.*
C *esemény: Olyan számot választunk, amely osztója a 36-nak vagy többszöröse a 6-nak.*

(7 točk/pont)

6. V kvadratu $ABCD$ s stranico dolžine 4 narišemo krožni lok s središčem v oglišču B. Glejte sliko.

A 4 oldalhosszúságú $ABCD$ négyzetbe B középpontú körívet rajzolunk, ahogy azt az ábra mutatja.



Natančno izračunajte obseg in ploščino osenčenega lika, označenega na sliki.

Határozza meg az ábrán látható besatírozott síkidom pontos kerületét és területét!

(6 točk/pont)

7. Izračunajte osnovo a logaritemske funkcije $f(x) = \log_a x$, katere graf poteka skozi točko $A\left(\frac{1}{8}, -\frac{3}{2}\right)$.

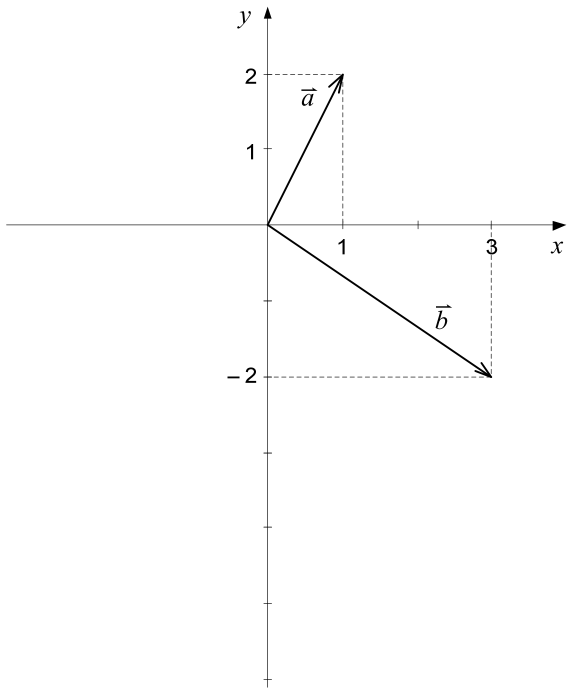
Számítsa ki annak az $f(x) = \log_a x$ logaritmusfüggvénynek az a alapját, amelynek grafikonja illeszkedik az $A\left(\frac{1}{8}, -\frac{3}{2}\right)$ pontra.

(6 točk/pont)

8. V koordinatnem sistemu sta narisana vektorja $\vec{a}$ in $\vec{b}$. Zapišite ta dva vektorja s komponentama (koordinatama). Izračunajte vektor $\vec{c} = -2\vec{a} + \vec{b}$ in ga narišite v koordinatni sistem. Izračunajte še vektor $(\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{a}$.

A koordináta-rendszerben ábrázoltuk az $\vec{a}$ és $\vec{b}$ vektorokat. Írja fel ezt a két vektort a komponenseikkel (koordinátáikkal)! Számítsa ki a $\vec{c} = -2\vec{a} + \vec{b}$ vektort, és ábrázolja a koordináta-rendszerben! Továbbá számítsa ki az $(\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{a}$ vektort!

(7 točk/pont)



9. Dan je trikotnik ABC s podatki $\alpha = 30°$, $\beta = 50°$ in $a = 7$ cm. Na milimeter natančno izračunajte dolžino stranice b. Nato izračunajte še ploščino trikotnika na cm^2 natančno.

Adottak az ABC háromszög következő adatai: $\alpha = 30°$, $\beta = 50°$ és $a = 7$ cm. Számítsa ki milliméternyi pontossággal a b oldal hosszúságát! Továbbá számítsa ki a háromszög területét cm^2-nyi pontossággal!

(7 točk/pont)

10. Pokažite, da je število -4 ena od ničel polinoma $p(x)=x^3+6x^2+10x+8$. Poiščite preostali dve ničli polinoma p. Zapišite presečišče N grafa polinoma p z ordinatno osjo. Točka T leži na grafu polinoma p in ima absciso -1. Zapišite točko T.

Mutassa meg, hogy a -4 *a* $p(x)=x^3+6x^2+10x+8$ *polinom egyik zérushelye. Keresse meg a* p *polinom másik két zérushelyét is! Írja fel a* p *polinom grafikonjának* N *metszéspontját az ordinátatengellyel! A* T *pont illeszkedik a* p *polinom grafikonjára és az abszcisszája* -1*. Adja meg a* T *pontot!*

(7 točk/pont)

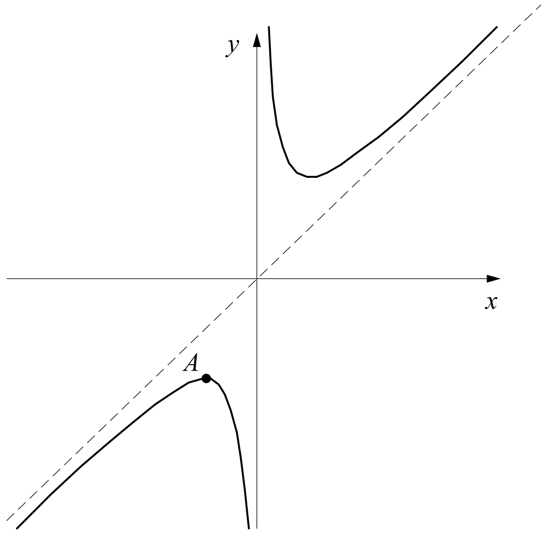
11. Števila $\sqrt{2x+2}$, $3-4x$ in $6-6x$ sestavljajo končno aritmetično zaporedje. Izračunajte x in zapišite zaporedje.

A $\sqrt{2x+2}$*,* $3-4x$ *és* $6-6x$ *számok egy véges számtani sorozatot alkotnak. Számítsa ki az* x *értékét, és adja meg a sorozatot!*

(7 točk/pont)

12. Na sliki je graf funkcije $f(x)=\dfrac{x^2+9}{x}$.

A képen az $f(x)=\dfrac{x^2+9}{x}$ függvény grafikonja látható.



Izračunajte odvod funkcije. V točki A doseže funkcija svoj lokalni maksimum. Zapišite razdaljo d_1 točke A od premice $x=4$ in razdaljo d_2 točke A od premice $y=-1$.

Számítsa ki a függvény deriváltját! Az A pontban a függvény felveszi a lokális maximumát. Határozza meg az A pont d_1 távolságát az $x=4$ egyenestől, és az A pont d_2 távolságát az $y=-1$ egyenestől.

(6 točk/pont)

Prazna stran
Üres oldal

Prazna stran

Üres oldal

Prazna stran

Üres oldal

Prazna stran

Üres oldal