



Šifra kandidata:

Državni izpitni center



SPOMLADANSKI IZPITNI ROK

Višja raven
MATEMATIKA
≡≡≡ Ispitna pola 2 ≡≡≡

Sobota, 9. junij 2012 / 90 minut

Dovoljeno gradivo in pripomočki:

Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, žepno računalo in geometrijsko orodje (šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo).

Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.

SPLOŠNA MATURA

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Ispitna pola vsebuje 4 strukturirane naloge. Prvi dve nalogi sta obvezni, med ostalima dvema izberite in rešite eno. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 40. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

V preglednici z "x" zaznamujte, katero od izbirnih nalog naj ocenjevalec oceni. Če tega ne boste storili, bo od teh ocenil prvo nalogo, ki ste jo reševali.

3.	4.

Rešitve, ki jih pišete z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpisujte v **izpitno polo** pod besedila nalog in na naslednje strani. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Strani od 14 do 16 so rezervne; uporabite jih le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

Ta pola ima 16 strani, od tega 1 prazno in 3 rezervne.

Formule

$a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1})$, če je n liho naravno število

$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$, če je $n \in \mathbb{N}$

Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$

Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$

Kotne funkcije polovičnih kotov:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}, \quad \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}, \quad \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

Adicijski izrek:

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

Faktorizacija:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$$

Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x+y) - \cos(x-y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)]$$

Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice $ax + by - c = 0$: $d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$

Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$

Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, $a > b$

Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, a je realna polos

Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

Kompozitum funkcij: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoullijeva formula: $P(n, p, k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

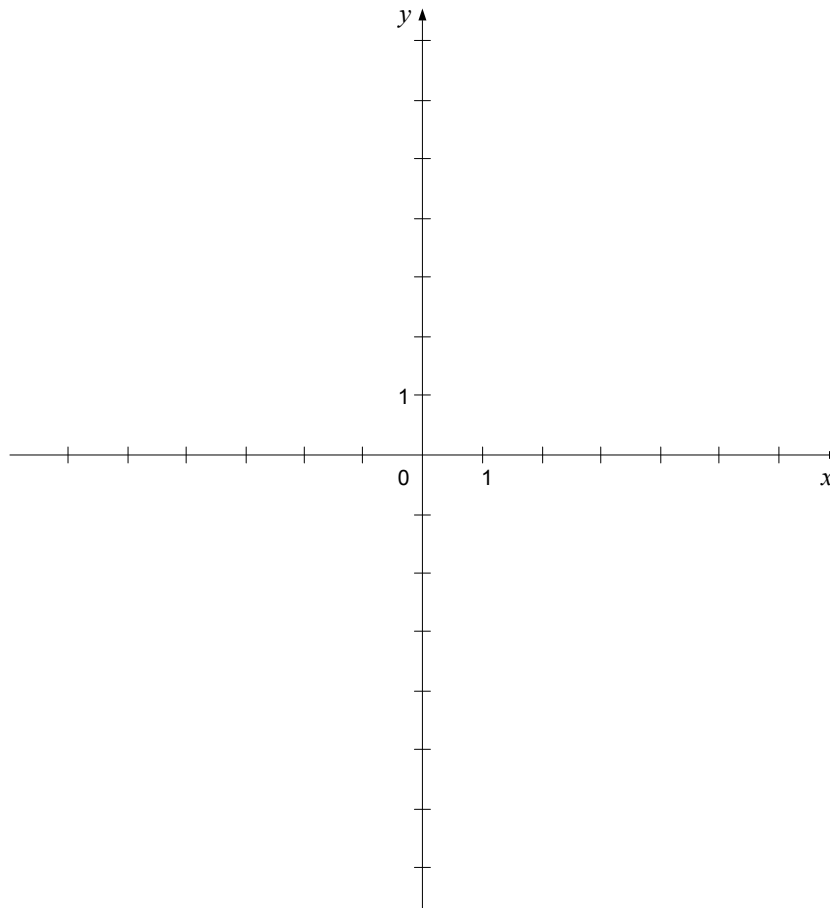
Integral: $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$

Naloga 1 je obvezna.

1. Dani sta funkciji $f(x) = x^3$ in $g(x) = x^{-1}$.

1.1. V koordinatni sistem narišite grafa funkcij f in g .

(2 točki)



1.2. Grafa funkcij f in g se sekata dvakrat, obakrat pod istim kotom. Izračunajte odvoda funkcij in kot med grafoma v enem od presečišč.

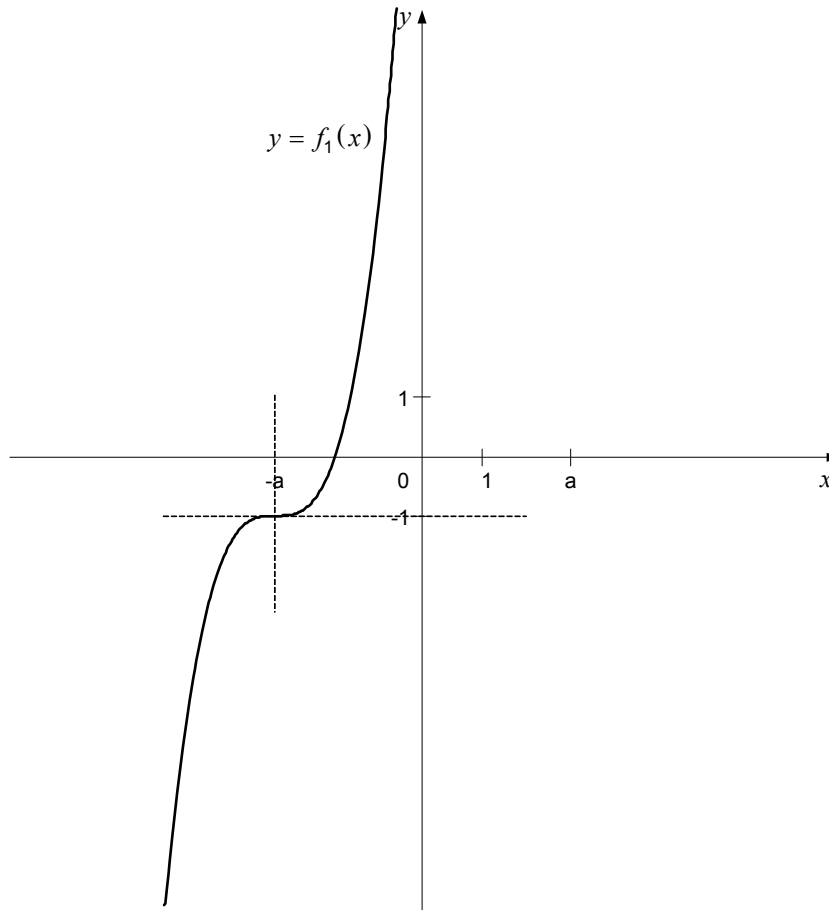
(4 točke)

1.3. Natančno izračunajte število b , $b > 1$, za katero je ploščina lika, omejenega z grafoma funkcij f in g , abscisno osjo in premico z enačbo $x = b$, enaka $\frac{5}{4}$.

(4 točke)

- 1.4. Naj bo število $a > 0$. V koordinatnem sistemu je narisana graf funkcije f_1 , ki je vzporedno premaknjen graf funkcije f . Zapišite funkcijski predpis za funkcijo f_1 . V ta koordinatni sistem narišite še graf funkcije $g_1(x) = -(x-a)^{-1}$.

(4 točke)



Prazna stran

OBRNITE LIST.

Naloga 2 je obvezna.

2. Rešite te naloge:

2.1. Premica se v točki $A(-3,-1)$ dotika krožnice $x^2 + y^2 = 10$. Napišite enačbo te premice.

(3 točke)

2.2. Kakšna je medsebojna lega premice $y = -3x - 10$ in krožnice $x^2 + y^2 - 8x + 4y - 20 = 0$?
Odgovor utemeljite.

(3 točke)

2.3. Izračunajte realno število a tako, da bo os x tangenta krožnice
 $x^2 + y^2 + 2ax + 4y - a + 2 = 0$.

(4 točke)

2.4. Izračunajte realno število b tako, da bo središče krožnice $x^2 + y^2 + 2bx + 4y - b + 2 = 0$
ležalo na premici $y = -3x - 10$.

(4 točke)

Naloga 3 je izbirna. Izbirate med nalogama 3 in 4. Izbiro zaznamujte na naslovnici izpitne pole.

3. Dano je geometrijsko zaporedje $1, \frac{1}{4}, \frac{1}{16}, \frac{1}{64}, \dots$. Splošni člen označimo z a_n .

3.1. Izračunajte vsoto geometrijske vrste $1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \dots$

(3 točke)

3.2. Zapišite splošni člen a_n danega zaporedja. Kateri člen tega zaporedja je enak 2^{-2012} ?

(3 točke)

3.3. Ugotovite, kateri členi zaporedja $b_n = a_n^{-1}$ so večji od 10^{20} in manjši od 10^{30} .

(3 točke)

3.4. Zapišite splošni člen aritmetičnega zaporedja $c_n = \log_2(a_n^{-1})$. Seštejte prvih trideset členov tega zaporedja.

(3 točke)

Naloga 4 je izbirna. Izbirate med nalogama 3 in 4. Izbiro zaznamujte na naslovnici izpitne pole.

4. Dano je kompleksno število $z_1 = -4 + 2i$.

4.1. Poiščite kompleksno število w , za katero je $2w + \bar{w} = 20z_1^{-1} + 1$.

(4 točke)

4.2. Za katera realna števila a je $|a + 4i| = |z_1|$?

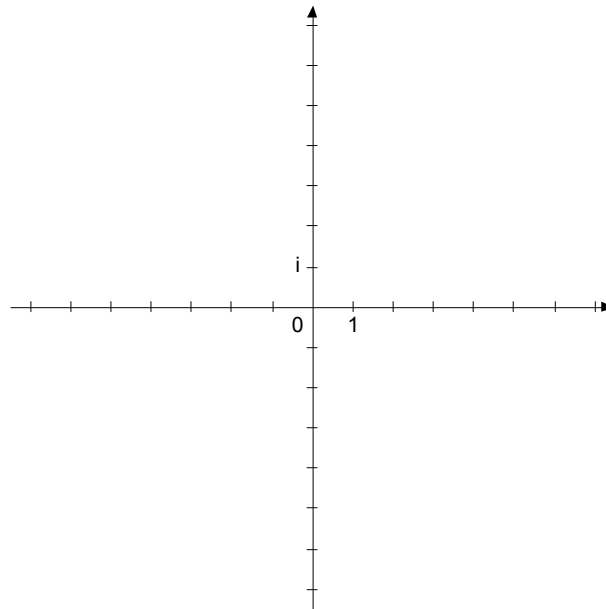
(2 točki)

4.3. Za katera realna števila b je $(b + z_1)^2$ (čisto) imaginarno število?

(3 točke)

4.4. Narišite v kompleksni ravnini množico vseh kompleksnih števil (točk) $z = x + yi$, ki so enako oddaljena od števila (točke) z_1 in izhodišča kompleksne ravnine. Med komponentama x in y velja zveza $y = kx + n$. Izračunajte k in n .

(3 točke)



REZERVNA STRAN

REZERVNA STRAN

REZERVNA STRAN