Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center

M 1 2 2 4 0 1 1 1 M

JESENSKI IZPITNI ROK
ŐSZI VIZSGAIDŐSZAK

Osnovna raven
Alapszint

MATEMATIKA

Izpitna pola 1
1. feladatlap

Ponedeljek, 27. avgust 2012 / 120 minut
2012. augusztus 27., hétfő / 120 perc

Dovoljeno gradivo in pripomočki: Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, žepno računalo in geometrijsko orodje (šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo). Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.

Engedélyezett segédeszközök:
A jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, zsebszámológépet, rajzeszközöket (körzőt, két háromszöget, esetleg vonalzót) hoz magával. A jelölt kap egy értékelő lapot, a vázlatkészítéshez pedig két pótlapot.

SPLOŠNA MATURA
ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Ta pola ima 20 strani, od tega 4 prazne.
A feladatlap 20 oldalas, ebből 4 üres.

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.
Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 12 kratkih nalog. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 80. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

Rešitve, ki jih pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpisujte **v izpitno polo** v za to predvideni prostor. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót!
Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg azt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

Ragassza vagy írja be kódszámát a feladatlap első oldalának jobb felső sarkában levő keretbe és az értékelő lapra! Kódszámát a pótlapokra is írja rá!

A feladatlap 12 rövid feladatot tartalmaz. Összesen 80 pontot érhet el. A feladatlapban a feladatok mellett feltüntettük az elérhető pontszámot is. A feladatok megoldásakor használhatja a 4. oldalon található standard képletgyűjteményt.

Válaszait töltőtollal vagy golyóstollal írja a ***feladatlap*** *erre kijelölt helyére! Rajzoláshoz használhat ceruzát is. Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd válaszát írja le újra! Az olvashatatlan megoldásokat és a nem egyértelmű javításokat 0 ponttal értékeljük. A pótlapokra készített vázlatokat az értékelés során nem vesszük figyelembe.*

A válasznak tartalmaznia kell a megoldásig vezető műveletsort az összes köztes számítással és következtetéssel együtt. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékeljék!

Bízzon önmagában és képességeiben! Eredményes munkát kívánunk!

Formule

$a^n + b^n = (a+b)\left(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - .... + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, če je n liho naravno število

$a^n - b^n = (a-b)\left(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + ... + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, če je $n \in \mathbb{N}$

Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$

Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$

Kotne funkcije polovičnih kotov:

$\sin\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$, $\cos\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$, $\tan\frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1+\cos x}$

Adicijski izrek:

$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$

$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$

$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$

Faktorizacija:

$\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\sin x - \sin y = 2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$

Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$\sin x \sin y = -\frac{1}{2}\left[\cos(x+y) - \cos(x-y)\right]$

$\cos x \cos y = \frac{1}{2}\left[\cos(x+y) + \cos(x-y)\right]$

$\sin x \cos y = \frac{1}{2}\left[\sin(x+y) + \sin(x-y)\right]$

Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice $ax + by - c = 0$: $d(T_0, p) = \left|\frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$

Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$S = \frac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|$

Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, $a > b$

Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, a je realna polos

Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

Kompozitum funkcij: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoullijeva formula: $P(n,p,k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integral: $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a}\operatorname{arc\,tan}\frac{x}{a} + C$

Képletek

$a^n + b^n = (a+b)\left(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - .... + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, *ha* n *páratlan természetes szám*

$a^n - b^n = (a-b)\left(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + ... + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, *ha* $n \in \mathbb{N}$

A derékszögű háromszög magasságtétele és befogótétele: $a^2 = ca_1,\ b^2 = cb_1,\ v_c^2 = a_1b_1$

A háromszög köré írt kör és a háromszögbe írt kör sugara: $R = \frac{abc}{4S},\ r = \frac{S}{s},\ s = \frac{a+b+c}{2}$

A félszögek szögfüggvényei:

$\sin\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}};\ \cos\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}};\ \tan\frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1+\cos x}$

Addíciós tételek:

$\sin(x+y) = \sin x\cos y + \cos x\sin y$

$\cos(x+y) = \cos x\cos y - \sin x\sin y$

$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x\tan y}$

Összegek szorzattá alakításának képletei:

$\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2},\ \sin x - \sin y = 2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2},\ \cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x\pm y)}{\cos x\cos y}$

A szorzatok összeggé alakításának képletei:

$\sin x\sin y = -\frac{1}{2}\left[\cos(x+y) - \cos(x-y)\right]$

$\cos x\cos y = \frac{1}{2}\left[\cos(x+y) + \cos(x-y)\right]$

$\sin x\cos y = \frac{1}{2}\left[\sin(x+y) + \sin(x-y)\right]$

A $T_0(x_0, y_0)$ *pont távolsága az* $ax + by - c = 0$ *egyenletű egyenestől:* $d(T_0, p) = \left|\frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$

Az $A(x_1,y_1),\ B(x_2,y_2),\ C(x_3,y_3)$ *csúcsú háromszög területe:*

$S = \frac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|$

Ellipszis: $e^2 = a^2 - b^2,\ \varepsilon = \frac{e}{a},\ a > b$

Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2,\ \varepsilon = \frac{e}{a},\ a$ *a hiperbola valós tengelye*

Parabola: $y^2 = 2px,\ G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ *a parabola fókuszpontja*

Összetett függvény: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoulli-képlet: $P(n,p,k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integrál: $\int \frac{\mathrm{d}x}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a}\text{arc tan}\frac{x}{a} + C$

1. Rešite te štiri enačbe v množici realnih števil. Rešitve naj bodo zapisane točno.

   Oldja meg az alábbi négy egyenletet a valós számok halmazában! Írja fel a megoldások pontos értékét!

   1.1. $2x-1=0$

   (1)

   1.2. $2x^2-1=0$

   (2)

   1.3. $2x^3-1=0$

   (1)

   1.4. $2x^4-1=0$

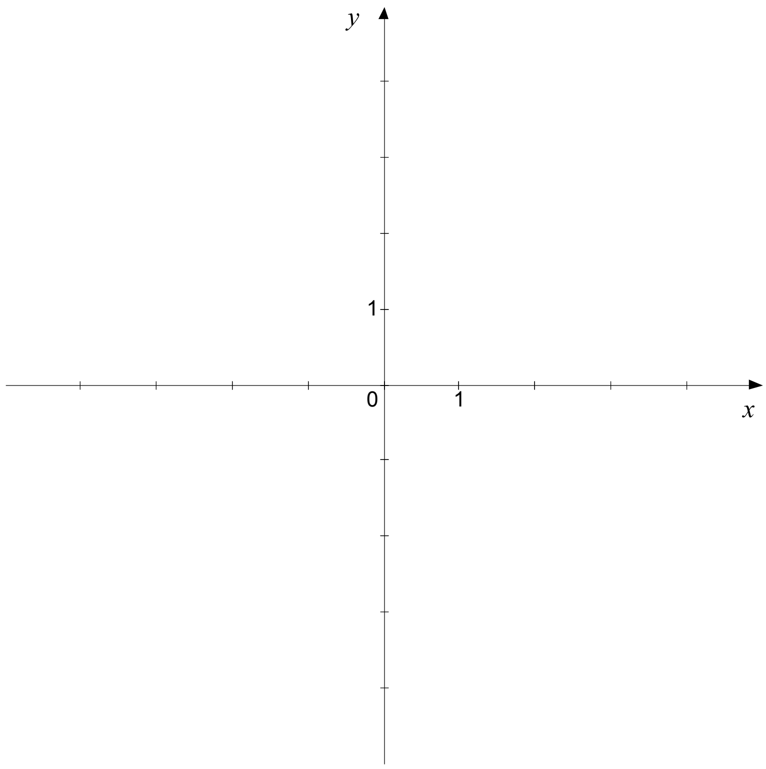
   (2)

   (6 točk/pont)

2. V koordinatni sistem narišite premice z enačbami $y=-4x-4$, $y=4x-4$, $y=-2x+2$ in $y=2x+2$. Natančno izračunajte obseg in ploščino lika, ki ga omejujejo te premice.

Ábrázolja a koordináta-rendszerben az $y=-4x-4$, $y=4x-4$, $y=-2x+2$ és $y=2x+2$ egyenletű egyeneseket! Pontosan számítsa ki az adott egyenesek által határolt síkidom kerületét és területét!

(7 točk/pont)



3. Poenostavite izraz $\frac{2}{a^2-9}-\frac{1}{a^2+3a}$; $a \neq -3$, $a \neq 3$, $a \neq 0$.

Egyszerűsítse a $\frac{2}{a^2-9}-\frac{1}{a^2+3a}$ *kifejezést, ha* $a \neq -3$, $a \neq 3$, $a \neq 0$.

(6 točk/pont)

4. Dana je funkcija $f(x)=\frac{5}{x^2-4}$. Zapišite njeno definicijsko območje D_f. Izračunajte $f(-3)$ in $f\left(\frac{3}{2}\right)$. Za kateri vrednosti spremenljivke x ima funkcija vrednost 5? Vsi rezultati naj bodo točni.

Adott az $f(x)=\frac{5}{x^2-4}$ függvény. Írja fel a D_f értelmezési tartományát! Számítsa ki az $f(-3)$ és az $f\left(\frac{3}{2}\right)$ értékét! Az x változó mely két értékére veszi fel a függvény az 5 függvényértéket? Minden megoldást pontosan adjon meg!

(7 točk/pont)

5. Izračunajte odvode funkcij:

Számítsa ki a függvények deriváltját!

5.1. $f_1(x) = 2x^3 - 3x + 4$

(1)

$f_1'(x) =$

5.2. $f_2(x) = \sqrt[3]{x}$

(1)

$f_2'(x) =$

5.3. $f_3(x) = \dfrac{x^2}{x+1};\ \ x \neq -1$

(2)

$f_3'(x) =$

5.4. $f_4(x) = \ln(2x+1);\ \ x > -\dfrac{1}{2}$

(1)

$f_4'(x) =$

5.5. $f_5(x) = (x-1)\mathrm{e}^x$

(2)

$f_5'(x) =$

(7 točk/pont)

6. Dan je enakokrak trapez $ABCD$ z osnovnicama $|AB| = 15$ in $|CD| = 9$, kraka merita 5. Nosilki krakov se sekata v točki E, nastane enakokrak trikotnik ABE. Izračunajte dolžino daljice $|BE|$. Skica je obvezna.

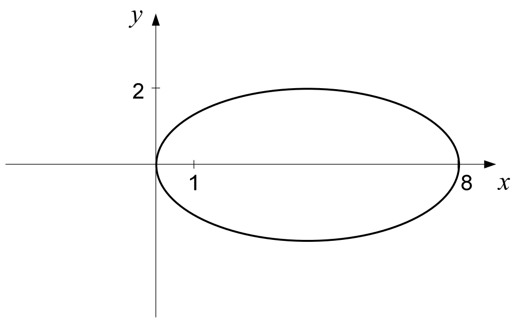
Adott az $ABCD$ egyenlő élű trapéz, melynek alapjai $|AB| = 15$ és $|CD| = 9$, szárai pedig 5 egység hosszúak. A szárak meghosszabításával keletkező egyenesek az E pontban metszik egymást, így keletkezik az ABE egyenlő szárú háromszög. Számítsa ki a $|BE|$ szakasz hosszát! Kötelező az ábra!

(5 točk/pont)

7. Elipsa na sliki ima temena v točkah $A(0,0)$, $B(8,0)$, $C(4,-2)$ in $D(4,2)$. Napišite enačbo te elipse in izračunajte razdaljo med njenima goriščema F_1 in F_2.

A képen látható ellipszis csúcspontjai az $A(0,0)$, $B(8,0)$, $C(4,-2)$ és $D(4,2)$ pontok. Írja fel az ellipszis egyenletét, és számítsa ki az F_1 és F_2 fókuszpontjainak távolságát!

(7 točk/pont)



8. Rešite enačbo: $2\cos^2 x - 3\sin x - 3 = 0$.

Oldja meg a $2\cos^2 x - 3\sin x - 3 = 0$ *egyenletet!*

(8 točk/pont)

9. Poiščite kompleksno število oblike $z = a + b\mathrm{i},\ \ a, b \in \mathbb{R}$, za katero velja $4z + 2\mathrm{i}\overline{z} = 21 + 12\mathrm{i}$.

   Adja meg azt a $z = a + b\mathrm{i},\ \ a, b \in \mathbb{R}$ *alakú komplex számot, amelyre teljesül a* $4z + 2\mathrm{i}\overline{z} = 21 + 12\mathrm{i}$ *feltétel!*

(6 točk/pont)

10. Iz črk besede TRIGLAV sestavljamo nove besede. Vsakič uporabimo vse črke in vsako le enkrat.

A TRIGLAV szó betűivel új szavakat alkotunk. Minden alkalommal felhasználjuk az összes betűt, és minden betűt csak egyszer használunk fel.

10.1. Koliko različnih besed lahko sestavimo?
Hány különböző szót lehetséges összeállítani?

(2)

10.2. Koliko je takih besed, v katerih vsi soglasniki stojijo skupaj?
Hány olyan szó van, amelyben az összes mássalhangzó egymás mellett van?

(2)

10.3. Kolikšna je verjetnost dogodka A, da se naključno sestavljena beseda začne s črko T in konča s črko V?
Mekkora a valószínűsége annak az A *eseménynek, hogy egy találomra összeállított szó T betűvel kezdődik és V betűvel végződik?*

(2)
(6 točk/pont)

11. Dani sta točki $A(1,-1,3)$ in $B(-3,-2,10)$ ter vektor $\vec{b}=(2,-4,4)$.

Adottak az $A(1,-1,3)$ és a $B(-3,-2,10)$ pontok, valamint a $\vec{b}=(2,-4,4)$ vektor.

11.1. Zapišite vektor $\vec{a}=\overrightarrow{AB}$ s komponentami (koordinatami).
Írja fel komponenseivel (koordinátáival) az $\vec{a}=\overrightarrow{AB}$ vektort!

(2)

11.2. Izračunajte skalarni produkt vektorjev $\vec{a}$ in $\vec{b}$.
Számítsa ki az $\vec{a}$ és a $\vec{b}$ vektorok skaláris szorzatát!

(2)

11.3. Izračunajte dolžino vektorja $\vec{b}$.
Számítsa ki a $\vec{b}$ vektor hosszúságát!

(1)

11.4. Na kotno minuto natančno izračunajte kot, ki ga oklepata vektorja $\vec{a}$ in $\vec{b}$.
Számítsa ki az $\vec{a}$ és a $\vec{b}$ vektorok által bezárt szöget szögpercnyi pontossággal!

(2)
(7 točk/pont)

12. Izračunajte pozitivno realno število a tako, da bo ploščina lika med parabolo $y = x^2 + a$ in abscisno osjo na intervalu $[1, 2]$ enaka $\frac{20}{3}$.

Számítsa ki az a pozitív valós szám értékét úgy, hogy az $y = x^2 + a$ egyenletű parabola és az abszcisszatengely $[1, 2]$ intervalluma által határolt terület $\frac{20}{3}$ legyen!

(8 točk/pont)

Prazna stran

Üres oldal

Prazna stran

Üres oldal

Prazna stran

Üres oldal

Prazna stran

Üres oldal