



Codice del candidato:

Državni izpitni center



SESSIONE AUTUNNALE

Livello superiore
MATEMATICA
≡ Prova d'esame 1 ≡

Lunedì, 27 agosto 2012 / 90 minuti

*Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, della calcolatrice tascabile, nonché del compasso, di due squadrette e di un righello.
Al candidato vengono consegnati due fogli per la minuta e una scheda di valutazione.*

MATURITÀ GENERALE

INDICAZIONI PER I CANDIDATI

Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.

Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra e sulla scheda di valutazione. Scrivete il vostro numero di codice anche sui fogli della minuta.

La prova d'esame si compone di 12 quesiti, risolvendo correttamente i quali potete conseguire fino a un massimo di 80 punti. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate a pagina 3.

Scrivete le vostre risposte negli spazi appositamente previsti **all'interno della prova** utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera. Disegnate a matita i grafici delle funzioni. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto ad essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile verranno assegnati 0 punti. Utilizzate i fogli della minuta solo per l'impostazione delle soluzioni, in quanto essi non verranno sottoposti a valutazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

La prova si compone di 16 pagine, di cui 1 vuota.

Formule

$a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1})$, se n è un numero naturale dispari

$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$, se $n \in \mathbb{N}$

Teoremi di Euclide e dell'altezza di un triangolo rettangolo: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $h_c^2 = a_1b_1$

Raggio della circonferenza circoscritta e raggio della circonferenza inscritta a un triangolo: $R = \frac{abc}{4A}$,

$$r = \frac{A}{p}, \quad p = \frac{a+b+c}{2}$$

Formule di bisezione:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}, \quad \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}, \quad \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

Teoremi di addizione:

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

Formule di prostaferesi o di fattorizzazione:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$$

Formule del Werner o della scomposizione del prodotto:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x+y) - \cos(x-y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)]$$

$$\text{Distanza del punto } T_0(x_0, y_0) \text{ dalla retta } ax + by - c = 0: d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$

Area del triangolo di vertici $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$A = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$

$$\text{Ellisse: } e^2 = a^2 - b^2, \quad \varepsilon = \frac{e}{a}, \quad a > b$$

$$\text{Iperbole: } e^2 = a^2 + b^2, \quad \varepsilon = \frac{e}{a}, \quad a \text{ è il semiasse reale}$$

$$\text{Parabola: } y^2 = 2px, \quad \text{fuoco } F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$$

$$\text{Compositum di funzioni: } (g \circ f)(x) = g(f(x))$$

$$\text{Formula di Bernoulli: } P(n, p, k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

$$\text{Integrale: } \int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$$

1. Risolvete queste quattro equazioni nell'insieme dei numeri reali. Le soluzioni siano scritte con esattezza.

1.1. $2x - 1 = 0$

(1)

1.2. $2x^2 - 1 = 0$

(2)

1.3. $2x^3 - 1 = 0$

(1)

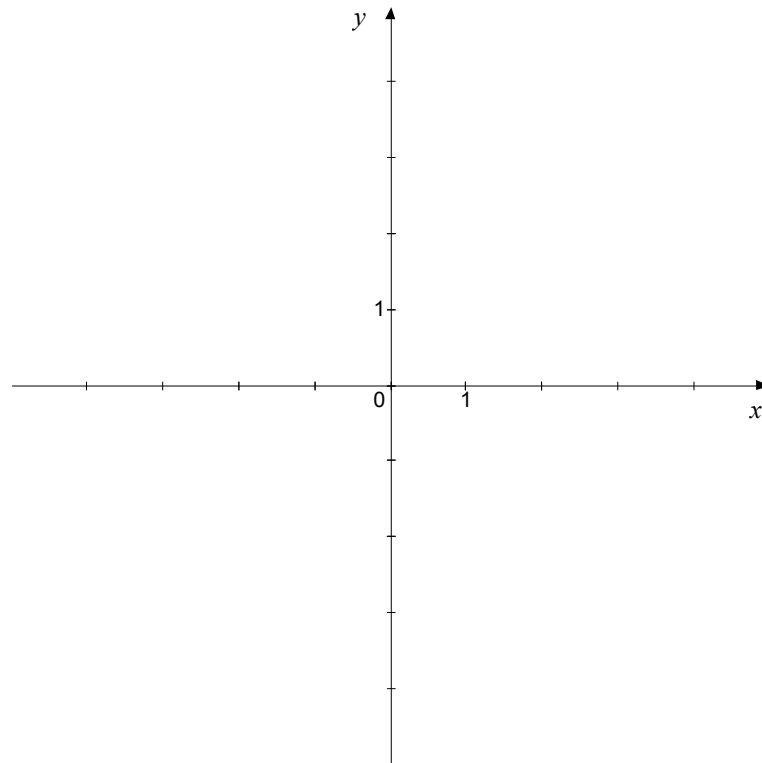
1.4. $2x^4 - 1 = 0$

(2)

(6 punti)

2. Tracciate nel sistema di coordinate le rette di equazioni $y = -4x - 4$, $y = 4x - 4$, $y = -2x + 2$ e $y = 2x + 2$. Calcolate con esattezza il perimetro e l'area della figura delimitata dalle rette date.

(7 punti)



3. Semplificate l'espressione $\frac{2}{a^2-9} - \frac{1}{a^2+3a}$; $a \neq -3$, $a \neq 3$, $a \neq 0$.

(6 punti)

4. È data la funzione $f(x) = \frac{5}{x^2 - 4}$. Scrivete il suo campo di definizione D_f . Calcolate $f(-3)$ e $f\left(\frac{3}{2}\right)$. Per quali valori della variabile x il valore della funzione è 5? Tutti i risultati siano esatti.

(7 punti)

5. Calcolate le derivate delle funzioni:

5.1. $f_1(x) = 2x^3 - 3x + 4$

(1)

$$f_1'(x) =$$

5.2. $f_2(x) = \sqrt[3]{x}$

(1)

$$f_2'(x) =$$

5.3. $f_3(x) = \frac{x^2}{x+1}; x \neq -1$

(2)

$$f_3'(x) =$$

5.4. $f_4(x) = \ln(2x+1); x > -\frac{1}{2}$

(1)

$$f_4'(x) =$$

5.5. $f_5(x) = (x-1)e^x$

(2)

$$f_5'(x) =$$

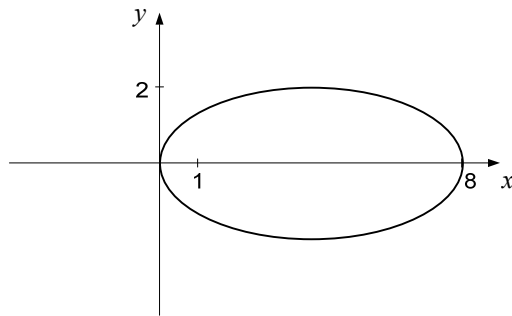
(7 punti)

6. È dato il trapezio isoscele $ABCD$ di basi $|AB| = 15$ e $|CD| = 9$, e i cui lati obliqui misurano 5. Le rette di sostegno dei lati obliqui si intersecano nel punto E formando il triangolo isoscele ABE . Calcolate la lunghezza del segmento $|BE|$. Lo schizzo è obbligatorio.

(5 punti)

7. L'ellisse della figura ha i vertici nei punti $A(0,0)$, $B(8,0)$, $C(4,-2)$ e $D(4,2)$. Scrivete l'equazione dell'ellisse e calcolate la distanza tra i due fuochi F_1 e F_2 .

(7 punti)



8. Risolvete l'equazione: $2 \cos^2 x - 3 \operatorname{sen} x - 3 = 0$.

(8 punti)

9. Determinate il numero complesso $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$ per il quale vale che $4z + 2i\bar{z} = 21 + 12i$.

(6 punti)

10. Con le lettere della parola TRIGLAV componiamo delle nuove parole. Usiamo ogni volta tutte le lettere e ogni lettera può essere inserita nella nuova parola una volta sola.
- 10.1. Quante parole diverse possiamo comporre? (2)
- 10.2. Quante sono le parole nelle quali le consonanti stanno di seguito una vicino all'altra? (2)
- 10.3. Qual è la probabilità dell'evento A , che una parola composta a caso inizi con la lettera T e termini con la lettera V? (2)
- (6 punti)

11. Sono dati i punti $A(1, -1, 3)$, $B(-3, -2, 10)$ e il vettore $\vec{b} = (2, -4, 4)$.

11.1. Scrivete il vettore $\vec{a} = \overline{AB}$ in coordinate.

(2)

11.2. Calcolate il prodotto scalare dei vettori \vec{a} e \vec{b} .

(2)

11.3. Calcolate il modulo (lunghezza) del vettore \vec{b} .

(1)

11.4. Calcolate l'angolo racchiuso dai vettori \vec{a} e \vec{b} con esattezza al primo di grado.

(2)

(7 punti)

12. Calcolate il numero reale positivo a in modo che l'area della figura delimitata dalla parabola $y = x^2 + a$ e l'asse delle ascisse nell'intervallo $[1, 2]$ sia uguale a $\frac{20}{3}$.

(8 punti)

Pagina vuota