



Šifra kandidata:

--

Državni izpitni center



JESENSKI IZPITNI ROK

Višja raven
MATEMATIKA
==== Izpitna pola 2 ====

Ponedeljek, 27. avgust 2012 / 90 minut

*Dovoljeno gradivo in pripomočki:
Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, žepno računalo in geometrijsko orodje
(šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo).
Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.*

SPLOŠNA MATURA

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 4 strukturirane naloge. Prvi dve nalogi sta obvezni, med ostalima dvema izberite in rešite eno. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 40. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

V preglednici z "x" zaznamujte, katero od izbirnih nalog naj ocenjevalec oceni. Če tega ne boste storili, bo od teh ocenil prvo nalogo, ki ste jo reševali.

3.	4.

Rešitve, ki jih pišete z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpisujte **v izpitno polo** pod besedila nalog in na naslednje strani. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Strani od 12 do 16 so rezervne; uporabite jih le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

Ta pola ima 16 strani, od tega 5 rezervnih.

Formule

$a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1})$, če je n liho naravno število

$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$, če je $n \in \mathbb{N}$

Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$

Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$

Kotne funkcije polovičnih kotov:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}, \quad \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}, \quad \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

Adicijski izrek:

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

Faktorizacija:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$$

Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x+y) - \cos(x-y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)]$$

Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice $ax + by - c = 0$: $d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$

Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$

Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, $a > b$

Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, a je realna polos

Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

Kompozitum funkcij: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoullijeva formula: $P(n, p, k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integral: $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$

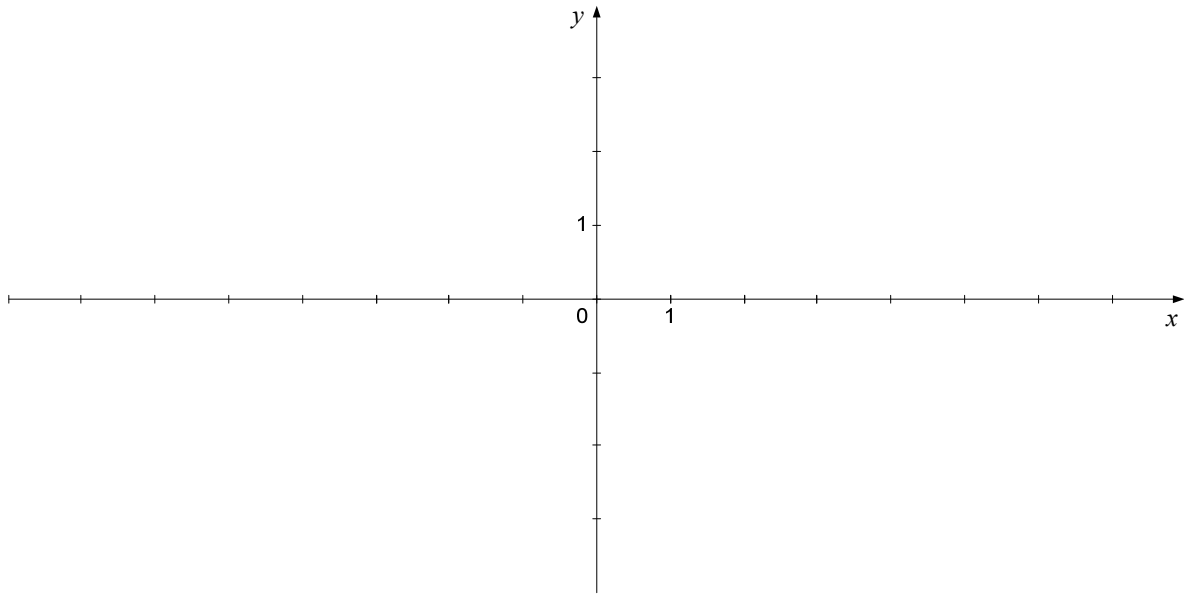
Naloga 1 je obvezna.

1. Nalogo rešujte brez uporabe računalja.

Dana je funkcija $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$.

1.1. Zapišite ničlo, enačbo asimptote, stacionarne točke in narišite graf funkcije f . Zapišite še definicijsko območje in zalogo vrednosti te funkcije.

(5 točk)



1.2. Zapišite vsa presečišča grafa funkcije f s premico, ki je dana z enačbo $y = \frac{x}{5}$.

Izračunajte tangens kota med to premico in grafom funkcije f v presečišču z največjo absciso.

(5 točk)

1.3. Za katera realna števila k ima premica z enačbo $y = kx$ z grafom funkcije f tri presečišča? Odgovor utemeljite.

(4 točke)

Naloga 2 je obvezna.

2. Rešite te naloge iz aritmetičnih zaporedij:

2.1. Za katera realna števila x je zaporedje $x - 5, \frac{1}{2}(x - 1), x^2 - 5$ aritmetično?

(3 točke)

2.2. Kolikšna je vsota vseh naravnih števil med 1000 in 10000, deljivih s 17?

(4 točke)

2.3. Dolžine stranic trikotnika oblikujejo aritmetično zaporedje, srednja meri 7,5 cm. Ploščina trikotnika je enaka $\frac{15\sqrt{33}}{4}$ cm². Natančno izračunajte dolžini najkrajše in najdaljše stranice trikotnika.

(4 točke)

2.4. Zapišite prvi člen a_1 , razliko d in splošni člen a_n aritmetičnega zaporedja, ki ima vsoto prvih n členov enako $S_n = 2n^2 + 3n$.

(3 točke)

Naloga 3 je izbirna. Izbirate med nalogama 3 in 4. Izbiro zaznamujte na naslovnici izpitne pole.

3. V vrečki je shranjenih devet listkov, na katerih so zapisana naravna števila od 1 do 9 (na vsakem listku drugo število). Andrej naključno izvleče iz vrečke dva listka hkrati. Naj bodo A , B in C ti dogodki:

A – Na obeh listkih, ki ju je izvlekel Andrej, sta zapisani lihi števili.

B – Vsota števil na listkih, ki ju je izvlekel Andrej, je liho število.

C – Zmnožek števil na listkih, ki ju je izvlekel Andrej, je število, deljivo z 10.

- 3.1. Izračunajte verjetnosti dogodkov A , B in C .

(7 točk)

- 3.2. Izračunajte pogojno verjetnost $P(C | B)$.

(2 točki)

- 3.3. Andrej naključno izvleče iz vrečke dva listka hkrati in ju vrne v vrečko. Ta poskus ponovi trikrat. Izračunajte verjetnost dogodka D , da je Andrej listek s številom 1 izvlekel natanko dvakrat.

(3 točke)

Naloga 4 je izbirna. Izbirate med nalogama 3 in 4. Izbiro zaznamujte na naslovnici izpitne pole.

4. Pravilna štiristrana piramida ima rob osnovne ploskve dolžine 2. Sosednja stranska robova piramide oklepata kot 2φ ($0 < \varphi < 45^\circ$).
- 4.1. Izrazite površino piramide s kotom φ . (3 točke)
- 4.2. Izračunajte kot φ , pri katerem je prostornina piramide $V = \frac{4}{3}$. (3 točke)
- 4.3. Pokažite, da je prostornina piramide $V = \frac{4\sqrt{\cos 2\varphi}}{3 \sin \varphi}$. (4 točke)
- 4.4. Naj bo $\varphi = 30^\circ$. Pokažite, da sta pri tem kotu nasprotna stranska robova piramide pravokotna. (2 točki)

REZERVNA STRAN

REZERVNA STRAN

REZERVNA STRAN

REZERVNA STRAN

REZERVNA STRAN