



Codice del candidato:

**Državni izpitni center**



SESSIONE PRIMAVERILE

**Livello superiore**  
**MATEMATICA**  
≡ Prova d'esame 1 ≡

**Sabato, 8 giugno 2013 / 90 minuti**

*Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, della calcolatrice tascabile, nonché del compasso, di due squadrette e di un righello.  
Al candidato vengono consegnati due fogli per la minuta e una scheda di valutazione.*

**MATURITÀ GENERALE**

**INDICAZIONI PER I CANDIDATI**

**Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.**

**Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.**

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra e sulla scheda di valutazione. Scrivete il vostro numero di codice anche sui fogli della minuta.

La prova d'esame si compone di 12 quesiti, risolvendo correttamente i quali potete conseguire fino a un massimo di 80 punti. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate a pagina 3.

Scrivete le vostre risposte negli spazi appositamente previsti **all'interno della prova** utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera. Disegnate a matita i grafici delle funzioni. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto ad essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile verranno assegnati 0 punti. Utilizzate i fogli della minuta solo per l'impostazione delle soluzioni, in quanto essi non verranno sottoposti a valutazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

*La prova si compone di 16 pagine, di cui 1 vuota.*



## Formule

$a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1})$ , se  $n$  è un numero naturale dispari

$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$ , se  $n \in \mathbb{N}$

Teoremi di Euclide e dell'altezza di un triangolo rettangolo:  $a^2 = ca_1$ ,  $b^2 = cb_1$ ,  $h_c^2 = a_1b_1$

Raggio della circonferenza circoscritta e raggio della circonferenza inscritta a un triangolo:  $R = \frac{abc}{4A}$ ,

$$r = \frac{A}{p}, \quad p = \frac{a+b+c}{2}$$

Formule di bisezione:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}, \quad \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}, \quad \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1+\cos x}$$

Teoremi di addizione:

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

Formule di prostaferesi o di fattorizzazione:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$$

Formule del Werner o della scomposizione del prodotto:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x+y) - \cos(x-y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)]$$

$$\text{Distanza del punto } T_0(x_0, y_0) \text{ dalla retta } ax + by - c = 0: d(T_0, p) = \frac{|ax_0 + by_0 - c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Area del triangolo di vertici  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ :

$$A = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$

Ellisse:  $e^2 = a^2 - b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{e}{a}$ ,  $a > b$

Iperbole:  $e^2 = a^2 + b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{e}{a}$ ,  $a$  è il semiasse reale

Parabola:  $y^2 = 2px$ , fuoco  $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

Compositum di funzioni:  $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Formula di Bernoulli:  $P(n, p, k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integrale:  $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$

1. Scrivete la forma esplicita dell'equazione della retta che passa attraverso i punti  $A(2,-3)$  e  $B(-4,-6)$ . Calcolate l'area del triangolo delimitato dalla retta e dagli assi coordinati.

*(7 punti)*

2. Nel triangolo isoscele  $ABC$  la base  $|AB| = c = 10$  e l'angolo al vertice  $C$  è di  $78^\circ$ . Calcolate gli angoli alla base e la lunghezza del lato obliquo. Fate lo schizzo.

(5 punti)

3. Risolvete il sistema di disequazioni  $(x+2)^2 \leq x^2 + 8$  e  $\frac{1-3x}{2} < 5$ .

*(5 punti)*

4. Dimostrate che il numero complesso  $-2 + i\sqrt{5}$  è una soluzione dell'equazione  $x^2 = -4x - 9$ .  
Scrivete anche l'altra soluzione dell'equazione.

(6 punti)

5. Scrivete l'equazione della retta tangente al grafico della funzione  $f(x) = -\frac{5}{2}x^2 + 2x + \frac{1}{2}$  nel punto d'intersezione del grafico con l'asse  $y$ .

Risolvete l'esercizio senza l'uso della calcolatrice.

*(7 punti)*

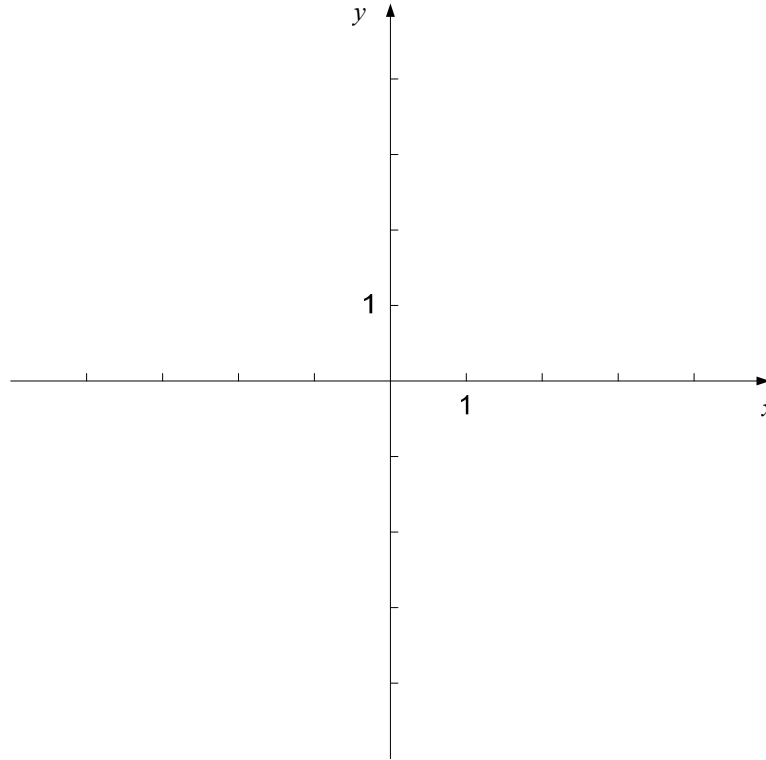


6. È data la funzione  $f(x) = 2 \operatorname{sen}\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6}\right) - 2$ . Scrivete l'intersezione del grafico della funzione  $f$  con l'asse delle ordinate e calcolate gli zeri della funzione.

*(8 punti)*

7. Nel sistema di coordinate dato tracciate la circonferenza  $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$ . Dimostrate con il calcolo che il punto  $A(0, -1)$  appartiene alla circonferenza. Scrivete le coordinate del punto  $B$  se la corda  $AB$  è il diametro della circonferenza. Risolvete l'esercizio senza l'uso della calcolatrice.

(8 punti)



8. Sono dati i vettori  $\vec{a} = (2, -1)$  e  $\vec{b} = (6, -3)$ . Calcolate il vettore  $\vec{a} + \vec{b}$  e senza l'uso della calcolatrice verificate se per i vettori dati è vera l'uguaglianza:  $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$ .

(6 punti)

9. Scegliamo a caso tra le lettere della parola LOGARITEM tre lettere diverse. Calcolate la probabilità dell'evento  $A$ , che le tre lettere scelte siano consonanti e la probabilità dell'evento  $B$ , che almeno una tra le lettere scelte sia una consonante.

*(7 punti)*

10. Il secondo termine di una successione aritmetica è  $\frac{10}{3}$ , la somma dei quadrati dei primi tre termini è  $\frac{154}{3}$ . Calcolate il primo termine e la ragione della successione.

*(7 punti)*

11. È data la funzione  $f(x) = -x^2 + a$  dove  $a \geq 9$ . Calcolate il numero  $a$  se l'area della figura delimitata dal grafico della funzione  $f$  e l'asse  $x$  nell'intervallo  $[1, 3]$  è uguale a  $\frac{40}{3}$ .

(7 punti)

12. Sia  $\log_b a = 2$ .

Calcolate il valore dell'espressione  $\frac{1}{3}\log_b a^6 - 2\log_b \sqrt{a} + \log_b 1 - 4\log_b \frac{b}{a^3}$ .

(7 punti)

**Pagina vuota**