Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center

M 1 4 1 4 0 2 1 1 M

SPOMLADANSKI IZPITNI ROK
TAVASZI VIZSGAIDŐSZAK

Višja raven
Emelt szint

MATEMATIKA

Izpitna pola 1
1. feladatlap

Sobota, 7. junij 2014 / 90 minut
2014. június 7., szombat / 90 perc

Dovoljeno gradivo in pripomočki: Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, žepno računalo in geometrijsko orodje (šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo). Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.

Engedélyezett segédeszközök:
A jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, zsebszámológépet, rajzeszközöket (körzőt, két háromszöget, esetleg vonalzót) hoz magával. A jelölt kap egy értékelő lapot, a vázlatkészítéshez pedig két pótlapot.

SPLOŠNA MATURA
ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Ta pola ima 20 strani, od tega 4 prazne.
A feladatlap 20 oldalas, ebből 4 üres.

M 1 4 1 4 0 2 1 1 M 0 2

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.
Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 12 kratkih nalog. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 80. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

Rešitve, ki jih pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpisujte **v izpitno polo** v za to predvideni prostor. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót!
Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg azt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

Ragassza vagy írja be kódszámát a feladatlap első oldalának jobb felső sarkában levő keretbe és az értékelő lapra! Kódszámát a pótlapokra is írja rá!

A feladatlap 12 rövid feladatot tartalmaz. Összesen 80 pontot érhet el. A feladatlapban a feladatok mellett feltüntettük az elérhető pontszámot is. A feladatok megoldásakor használhatja a 4. oldalon található standard képletgyűjteményt.

Válaszait töltőtollal vagy golyóstollal írja a ***feladatlap*** *erre kijelölt helyére! Rajzoláshoz használhat ceruzát is. Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd válaszát írja le újra! Az olvashatatlan megoldásokat és a nem egyértelmű javításokat 0 ponttal értékeljük. A pótlapokra készített vázlatokat az értékelés során nem vesszük figyelembe.*

A válasznak tartalmaznia kell a megoldásig vezető műveletsort az összes köztes számítással és következtetéssel együtt. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékeljék!

Bízzon önmagában és képességeiben! Eredményes munkát kívánunk!

Formule

$a^n + b^n = (a+b)\left(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - .... + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, če je n liho naravno število

$a^n - b^n = (a-b)\left(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + ... + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, če je $n \in \mathbb{N}$

Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1,\ b^2 = cb_1,\ v_c^2 = a_1b_1$

Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S},\ r = \frac{S}{s},\ s = \frac{a+b+c}{2}$

Kotne funkcije polovičnih kotov:

$\sin\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}},\ \cos\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}},\ \tan\frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1+\cos x}$

Adicijski izrek:

$\sin(x+y) = \sin x\cos y + \cos x\sin y$

$\cos(x+y) = \cos x\cos y - \sin x\sin y$

$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x\tan y}$

Faktorizacija:

$\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2},\ \sin x - \sin y = 2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2},\ \cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x\cos y}$

Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$\sin x\sin y = -\frac{1}{2}\left[\cos(x+y) - \cos(x-y)\right]$

$\cos x\cos y = \frac{1}{2}\left[\cos(x+y) + \cos(x-y)\right]$

$\sin x\cos y = \frac{1}{2}\left[\sin(x+y) + \sin(x-y)\right]$

Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice $ax + by - c = 0$: $d(T_0, p) = \left|\frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right|$

Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1, y_1),\ B(x_2, y_2),\ C(x_3, y_3)$:

$S = \frac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|$

Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2,\ \varepsilon = \frac{e}{a},\ a > b$

Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2,\ \varepsilon = \frac{e}{a},\ a$ je realna polos

Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

Kompozitum funkcij: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoullijeva formula: $P(n, p, k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integral: $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a}\arc\tan\frac{x}{a} + C$

Képletek

$a^n + b^n = (a+b)\left(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - .... + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, *ha* n *páratlan természetes szám*

$a^n - b^n = (a-b)\left(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + ... + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, *ha* $n \in \mathbb{N}$

A derékszögű háromszög magasságtétele és befogótétele: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$

A háromszög köré írt kör és a háromszögbe írt kör sugara: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$

A félszögek szögfüggvényei:

$\sin\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$; $\cos\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$; $\tan\frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1+\cos x}$

Addíciós tételek:

$\sin(x+y) = \sin x\cos y + \cos x \sin y$

$\cos(x+y) = \cos x\cos y - \sin x\sin y$

$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$

Összegek szorzattá történő alakításának képletei:

$\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\sin x - \sin y = 2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$

A szorzatok összeggé történő alakításának képletei:

$\sin x \sin y = -\frac{1}{2}\left[\cos(x+y) - \cos(x-y)\right]$

$\cos x \cos y = \frac{1}{2}\left[\cos(x+y) + \cos(x-y)\right]$

$\sin x \cos y = \frac{1}{2}\left[\sin(x+y) + \sin(x-y)\right]$

A $T_0(x_0, y_0)$ *pont távolsága az* $ax + by - c = 0$ *egyenletű egyenestől:* $d(T_0, p) = \left|\frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$

Az $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ *csúcsú háromszög területe:*

$S = \frac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|$

Ellipszis: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, $a > b$

Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, a *a hiperbola valós tengelye*

Parabola: $y^2 = 2px$, $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ *a parabola fókuszpontja*

Összetett függvény: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoulli-képlet: $P(n,p,k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integrál: $\int \frac{\mathrm{d}x}{x^2+a^2} = \frac{1}{a}\operatorname{arc\,tan}\frac{x}{a} + C$

1. Dane so množice $A=\{2,4,6,8,10\}$, $B=\{2,3,4,5,6,7,8\}$ in $C=\{1,3,5\}$.
   Zapišite množice $B\cup C$, $A\cap B$, $A\setminus B$ in $A\times(A\setminus B)$ tako, da navedete njihove elemente.
   Napišite vse podmnožice množice C.

   Adottak az $A=\{2,4,6,8,10\}$, $B=\{2,3,4,5,6,7,8\}$ és $C=\{1,3,5\}$ halmazok.
   Írja fel a $B\cup C$, $A\cap B$, $A\setminus B$ és $A\times(A\setminus B)$ halmazt úgy, hogy felsorolja az elemeit!
   Írja fel a C halmaz összes részhalmazát!

1.1. $B\cup C=$ ______________________________

(1)

1.2. $A\cap B=$ ______________________________

(1)

1.3. $A\setminus B=$ ______________________________

$A\times(A\setminus B)=$ ______________________________

(2)

1.4. Podmnožice množice C:
A C halmaz összes részhalmaza: ______________________________

(2)

(6 točk/pont)

2. Izračunajte diskriminante in poiščite vse rešitve kvadratnih enačb. Rezultate zapišite v preglednico.

   Számítsa ki a diszkriminánsokat, és keresse meg a másodfokú egyenletek minden megoldását! Az eredményeket írja a táblázatba!

Enačba *Egyenlet*	Diskriminanta *Diszkrimináns*	Rešitve enačbe *Az egyenlet megoldásai*
$x^2 - 6x + 9 = 0$		
$x^2 - 3x - 10 = 0$		
$x^2 - 6x + 10 = 0$		

(7 točk/pont)

3. Izračunajte $\sqrt[3]{a \cdot \sqrt{a \cdot b^3}} : \sqrt[4]{a \cdot b^5}$.

   Nalogo rešite brez uporabe računala, rezultat zapišite v obliki $\sqrt[k]{a^m b^n}$, $k,m,n \in \mathbb{Z}$, k,m,n so paroma tuja števila.

   Számítsa ki: $\sqrt[3]{a \cdot \sqrt{a \cdot b^3}} : \sqrt[4]{a \cdot b^5}$ *!*

   A feladatot számológép nélkül oldja meg, a megoldást $\sqrt[k]{a^m b^n}$, $k,m,n \in \mathbb{Z}$ *alakban írja fel, ahol a* k,m,n *számok páronként relatív prímek!*

(6 točk/pont)

4. Plašč pokončnega stožca razgrnemo v ravnino. Dobimo krožni izsek, ki je enak polovici kroga s polmerom 12 cm. Izračunajte površino in prostornino tega pokončnega stožca. Rezultata naj bosta točna.

   Egy egyenes kúp palástját kiterítjük a síkba. A kapott körcikk megegyezik egy 12 cm *sugarú kör felével. Számítsa ki ennek az egyenes kúpnak a felszínét és térfogatát! Az eredmények legyenek pontosak!*

(7 točk/pont)

5. V prostoru sta dani točki $A(1,2,3)$ in $B(2,3,4)$ ter vektor $\vec{c}=(1,-2,1)$. Zapišite vektor $\overrightarrow{AB}$ s komponentami. Izračunajte natančno dolžino vektorja $\vec{c}$ in računsko dokažite, da sta vektorja $\overrightarrow{AB}$ in $\vec{c}$ pravokotna.

Adott az $A(1,2,3)$ és a $B(2,3,4)$ pont, valamint a $\vec{c}=(1,-2,1)$ vektor a térben. Írja fel az $\overrightarrow{AB}$ vektort komponenseivel! Számítsa ki a $\vec{c}$ vektor pontos hosszát, és algebrai úton bizonyítsa, hogy az $\overrightarrow{AB}$ és a $\vec{c}$ vektor merőleges egymásra!

(6 točk/pont)

M 1 4 1 4 0 2 1 1 M 1 0

6. Brez uporabe računala rešite enačbo $\log_2 x = 2 - \log_2(x-3)$.

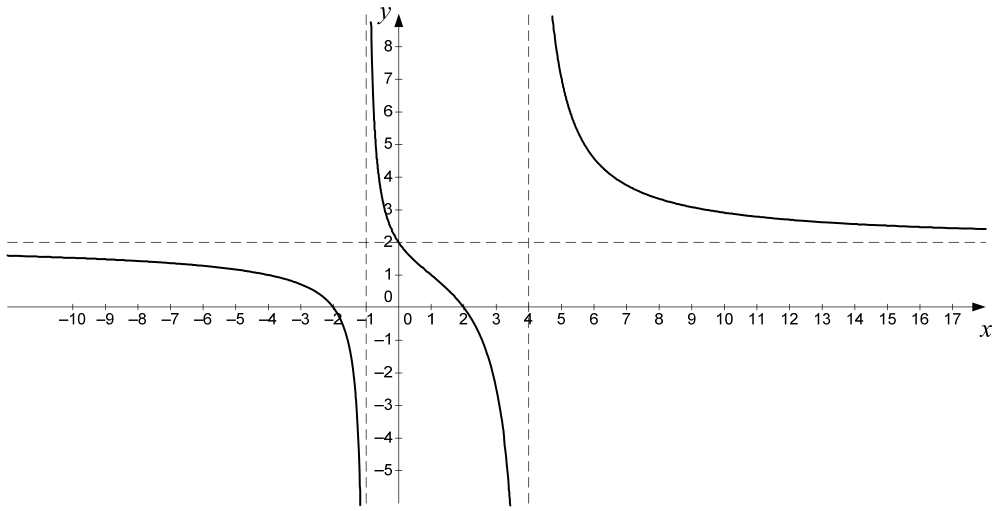
Számológép használata nélkül oldja meg a $\log_2 x = 2 - \log_2(x-3)$ *egyenletet!*

(6 točk/pont)

V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*

7. Na sliki je narisan graf racionalne funkcije $f(x)=\dfrac{2x^2-a}{x^2-3x+b}$.

A képen az $f(x)=\dfrac{2x^2-a}{x^2-3x+b}$ *racionális törtfüggvény grafikonja látható.*



Dopolnite besedilo (vrednosti odčitajte s slike ali jih izračunajte).

Ničli funkcije sta $x_1=$ ________ in $x_2=$ ________.

Pola funkcije sta v $x=$ ________ in $x=$ ________.

Začetna vrednost $f(0)=$ ________.

Enačba vodoravne asimptote je __________.

Egészítse ki a szöveget (az értékeket olvassa le a képről, vagy számítsa ki őket)!

A függvény zérushelyei: $x_1=$ ________ *és* $x_2=$ ________.

A függvény pólushelyei az $x=$ ________ *és* $x=$ ________ *helyeken vannak.*

A függvény 0 helyen felvett értéke: $f(0)=$ ________.

A vízszintes aszimptota egyenlete: __________.

(4)

Izračunajte vrednosti konstant a in b.
Számítsa ki az a *és* b *állandó értékét!*

$a=$ ________

$b=$ ________

(4)

(8 točk/pont)

M 1 4 1 4 0 2 1 1 M 1 2

8. Brez uporabe računala izračunajte natančno vrednost izrazov $\sin 2x$ in $\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$, če je $\sin x = \frac{3}{4}$ in je x ostri kot.

Számológép használata nélkül számítsa ki a $\sin 2x$ és a $\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$ kifejezés pontos értékét, ha $\sin x = \frac{3}{4}$ és az x szög hegyesszög!

(7 točk/pont)

V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*

9. V majhnem podjetju je zaposlenih 8 moških in 4 ženske. Štirje od njih se bodo udeležili seminarja.

   Egy kis cégnél 8 férfi és 4 női alkalmazott van. Négyen közülük részt fognak venni egy szemináriumon.

   9.1. Na koliko načinov lahko izberejo udeležence seminarja, da bo zastopanost spolov enaka?

   Hányféleképpen válaszhatják ki a szeminárium résztvevőit, hogy mindkét nemnek egyenlő számú képviselője legyen?

   (2)

   9.2. Na koliko načinov lahko izberejo udeležence seminarja, če se mora seminarja udeležiti več moških kakor žensk?

   Hányféleképpen válaszhatják ki a szeminárium résztvevőit, ha a szemináriumon több férfinak kell részt vennie, mint nőnek?

   (2)

   9.3. Kolikšna je verjetnost, da bodo v naključno izbrani delegaciji vsi štirje udeleženci istega spola?

   Mekkora a valószínűsége annak, hogy egy találomra kiválasztott delegáció összes tagja azonos nemű?

   (3)

(7 točk/pont)

10. Števila $2, 5, 8, 11$ so prvi štirje členi neskončnega aritmetičnega zaporedja. Zapišite splošni člen tega zaporedja. Izračunajte, kateri člen tega zaporedja je enak 6041. Izračunajte vsoto prvih 100 členov tega zaporedja.

Egy végtelen számtani sorozat első négy eleme a $2, 5, 8, 11$ *szám. Írja fel a sorozat általános tagját! Számítsa ki, a sorozat hányadik eleme a* 6041 *szám! Számítsa ki a sorozat első* 100 *elemének összegét!*

(7 točk/pont)

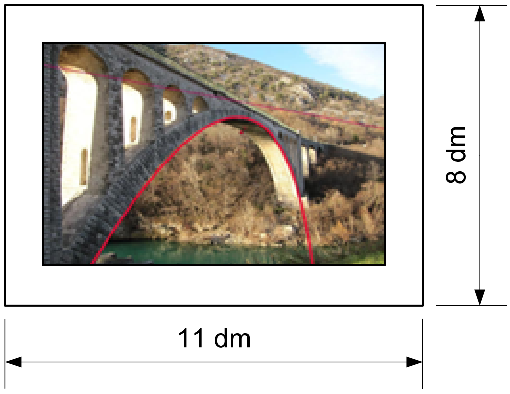
11. Dana je realna funkcija $f(x)=\frac{a}{x^2}$, $a\in\mathbb{R}^+$, $x\neq 0$. Izračunajte konstanto a, da bo ploščina območja med grafom funkcije $f(x)$, abscisno osjo ter premicama $x=1$ in $x=4$ enaka 3.

Adott az $f(x)=\frac{a}{x^2}$, $a\in\mathbb{R}^+$, $x\neq 0$ valós függvény. Számítsa ki az a állandót úgy, hogy az $f(x)$ függvény grafikonja, az abszcisszatengely és az $x=1$, valamint az $x=4$ egyenesek által határolt terület 3 legyen!

(6 točk/pont)

12. Zunanji rob okvira slike je pravokotnik dimenzij $11\ \text{dm} \times 8\ \text{dm}$. Okvir slike je ob vseh štirih robovih enako širok. Znotraj notranjega roba okvira je slika s ploščino $61{,}75\ \text{dm}^2$. Izračunajte širino okvira.

A képkeret külső éle egy $11\ \text{dm} \times 8\ \text{dm}$ *méretű téglalap. A keret mind a négy éle mentén ugyanolyan széles. A képkeret belső élén belüli kép területe* $61{,}75\ \text{dm}^2$*. Számítsa ki a keret szélességét!*



(7 točk/pont)

Prazna stran

Üres oldal

M 1 4 1 4 0 2 1 1 M 1 8

V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*

Prazna stran

Üres oldal

Prazna stran

Üres oldal

Prazna stran

Üres oldal