



Šifra kandidata:

**Državni izpitni center**



JESENSKI IZPITNI ROK

**Višja raven**  
**MATEMATIKA**  
==== Izpitna pola 2 ====

**Torek, 26. avgust 2014 / 90 minut**

*Dovoljeno gradivo in pripomočki:*

*Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, žepno računalo in geometrijsko orodje (šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo).*

*Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.*

**SPLOŠNA MATURA**

**NAVODILA KANDIDATU**

**Pazljivo preberite ta navodila.**

**Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.**

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 4 strukturirane naloge. Prvi dve nalogi sta obvezni, med ostalima dvema izberite in rešite eno. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 40. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagata s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

V preglednici z "x" zaznamujte, katero od izbirnih nalog naj ocenjevalec oceni. Če tega ne boste storili, bo od teh ocenil prvo nalogo, ki ste jo reševali.

3.	4.

Rešitve, ki jih pišete z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpišujte **v izpitno polo** pod besedila nalog in na naslednje strani. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Strani od 12 do 16 so rezervne; uporabite jih le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

*Ta pola ima 16 strani, od tega 5 rezervnih.*





## Formule

$a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1})$ , če je  $n$  liho naravno število

$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$ , če je  $n \in \mathbb{N}$

Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku:  $a^2 = ca_1$ ,  $b^2 = cb_1$ ,  $v_c^2 = a_1b_1$

Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga:  $R = \frac{abc}{4S}$ ,  $r = \frac{S}{s}$ ,  $s = \frac{a+b+c}{2}$

Kotne funkcije polovičnih kotov:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}, \quad \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}, \quad \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

Adicijski izrek:

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

Faktorizacija:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$$

Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x+y) - \cos(x-y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)]$$

Razdalja točke  $T_0(x_0, y_0)$  od premice  $ax + by - c = 0$ :  $d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$

Ploščina trikotnika z oglišči  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ :

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$

Elipsa:  $e^2 = a^2 - b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{e}{a}$ ,  $a > b$

Hiperbola:  $e^2 = a^2 + b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{e}{a}$ ,  $a$  je realna polos

Parabola:  $y^2 = 2px$ , gorišče  $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

Kompozitum funkcij:  $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoullijeva formula:  $P(n, p, k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integral:  $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$

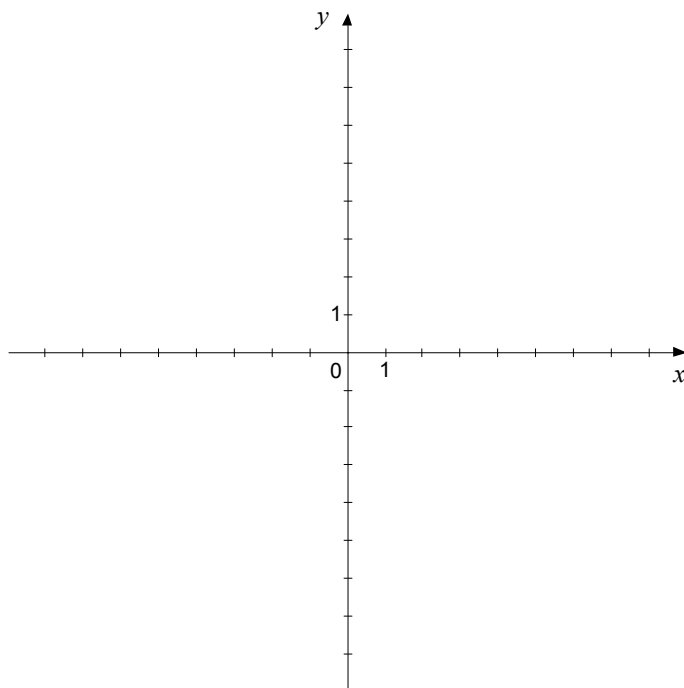


**Naloga 1 je obvezna.**

1. Nalogo rešite brez uporabe računalna.

Dana je družina kvadratnih funkcij :  $f(x) = ax^2 - (a-1)x + 3$ ,  $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

- 1.1. Za  $a = -1$  zapišite funkcijski predpis, ničli in maksimum ter narišite parabolo, ki je graf funkcije  $f$ .



(3 točke)

- 1.2. Za  $a = -1$  izračunajte ploščino odseka med parabolo in tetivo, ki povezuje teme in desno presečišče parabole z  $x$  osjo.

(4 točke)

- 1.3. Natančno izračunajte, za katero vrednost parametra  $a$  bo imela funkcija  $f$  ekstremno vrednost pri  $x = -\frac{3}{2}$ .

(3 točke)

- 1.4. Za katero vrednost parametra  $a$  je premica  $y = x + 1$  tangenta na graf funkcije  $f$ ? Izračunajte dotikališče.

(4 točke)

V sivo polje ne pišite.



M 1 4 2 4 0 2 1 2 0 5

**Naloga 2 je obvezna.**

2. Rešite te naloge:

- 2.1. Dan je trikotnik  $\triangle MNP$  s podatki:  $|MP| = 7$ ,  $|PN| = 6,5$ , kot  $\sphericalangle PMN$  meri  $60^\circ$ .  
Izračunajte obe mogoči dolžini stranice  $MN$ . Rezultata zaokrožite na dve decimalki.

(4 točke)

- 2.2. Dolžine stranic trikotnika so trije zaporedni členi aritmetičnega zaporedja z diferenco  $d = 1$ .  
Izračunajte dolžine stranic, če meri največji kot trikotnika  $120^\circ$ .

(4 točke)

- 2.3. V trikotniku  $\triangle ABC$  merita stranici  $a = |BC| = 5$  in  $b = |AC| = 4$ . Med kotoma  $\alpha$  in  $\beta$  velja zveza  $\alpha = 2\beta$ . Izračunajte ploščino trikotnika  $\triangle ABC$ . Rezultat zaokrožite na dve decimalki.

(5 točk)

V sivo polje ne pišite.



M 1 4 2 4 0 2 1 2 0 7



Naloga 3 je izbirna. Izbirate med nalogama 3 in 4. Izbiro zaznamujte na naslovnici izpitne pole.

3. Naj bodo  $A(-1,0)$ ,  $B(3,0)$  in  $C(3,\sqrt{2})$  točke v koordinatnem sistemu.

3.1. Zapišite enačbo krožnice, ki poteka skozi točke  $A$ ,  $B$  in  $C$ .

(3 točke)

3.2. Točki  $A$  in  $B$  sta gorišči elipse, ki poteka skozi točko  $C$ . Zapišite njeno enačbo in temena.

(5 točk)

3.3. Zapišite enačbo parabole, ki ima teme v točki  $A$  in gorišče v točki  $B$ . Naj bosta  $T_1$  in  $T_2$  presečišči te parabole s premico z enačbo  $x = a$ ,  $0 < a < 3$ . Določite število  $a$  tako, da bo ploščina trikotnika  $T_1CT_2$  maksimalna.

(5 točk)



V sivo polje ne pišite.



M 1 4 2 4 0 2 1 2 0 9



**Naloga 4 je izbirna. Izbirate med nalogama 3 in 4. Izbiro zaznamujte na naslovnici izpitne pole.**

4. V mošnjičku imamo 24 dragih kamnov: 18 smaragdov (draguljev zelene barve) in 6 rubinov (draguljev rdeče barve).

4.1. Iz mošnjička izvlečemo naključno drugega za drugim tri dragulje (in jih ne vračamo v mošnjiček). Izračunajte verjetnosti dogodkov:

*A* – izvlekli smo tri smaragde,

*B* – izvlekli smo najprej rubin, nato smaragd in nazadnje rubin.

(3 točke)

4.2. Iz mošnjička smo izvlekli naključno tri dragulje hkrati. Izračunajte verjetnost dogodka, da smo izvlekli natanko dva smaragda, če vemo, da smo izvlekli vsaj en rubin.

(5 točk)

4.3. Zlikovec nam je ukradel iz mošnjička neznano število smaragdov. Če potem izvlečemo iz mošnjička naključno dva dragulja hkrati, je verjetnost, da bomo izvlekli en smaragd in en rubin, enaka  $\frac{1}{2}$ . Koliko smaragdov so nam ukradli?

(5 točk)

V sivo polje ne pišite.



M 1 4 2 4 0 2 1 2 1 1



REZERVNA STRAN



M 1 4 2 4 0 2 1 2 1 3

REZERVNA STRAN



REZERVNA STRAN

V sivo polje ne pišite.



REZERVNA STRAN



REZERVNA STRAN