



Šifra kandidata:

**Državni izpitni center**



M 1 5 1 4 0 2 1 2

SPOMLADANSKI IZPITNI ROK

**Višja raven**  
**MATEMATIKA**  
==== Izpitna pola 2 ====

**Sobota, 6. junij 2015 / 90 minut**

*Dovoljeno gradivo in pripomočki:*

*Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, žepno računalo in geometrijsko orodje (šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo).*

*Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.*

**SPLOŠNA MATURA**

**NAVODILA KANDIDATU**

**Pazljivo preberite ta navodila.**

**Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.**

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 4 strukturirane naloge. Prvi dve nalogi sta obvezni, med ostalima dvema izberite in rešite eno. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 40. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagata s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

V preglednici z "x" zaznamujte, katero od izbirnih nalog naj ocenjevalec oceni. Če tega ne boste storili, bo od teh ocenil prvo nalogo, ki ste jo reševali.

3.	4.

Rešitve, ki jih pišete z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpišujte **v izpitno polo** pod besedila nalog in na naslednje strani. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Strani od 12 do 16 so rezervne; uporabite jih le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

*Ta pola ima 16 strani, od tega 5 rezervnih.*





## Formule

$a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1})$ , če je  $n$  liho naravno število

$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$ , če je  $n \in \mathbb{N}$

Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku:  $a^2 = ca_1$ ,  $b^2 = cb_1$ ,  $v_c^2 = a_1b_1$

Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga:  $R = \frac{abc}{4S}$ ,  $r = \frac{S}{s}$ ,  $s = \frac{a+b+c}{2}$

Kotne funkcije polovičnih kotov:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}, \quad \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}, \quad \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

Adicijski izrek:

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

Faktorizacija:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$$

Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x+y) - \cos(x-y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)]$$

Razdalja točke  $T_0(x_0, y_0)$  od premice  $ax + by - c = 0$ :  $d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$

Ploščina trikotnika z oglišči  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ :

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$

Elipsa:  $e^2 = a^2 - b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{e}{a}$ ,  $a > b$

Hiperbola:  $e^2 = a^2 + b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{e}{a}$ ,  $a$  je realna polos

Parabola:  $y^2 = 2px$ , gorišče  $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

Kompozitum funkcij:  $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoullijeva formula:  $P(n, p, k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integral:  $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$

**Naloga 1 je obvezna.**

## 1. Rešite te naloge:

- 1.1. Pravokotnik s stranicama  $a = 5$  in  $b = 3$  zavrtimo okrog stranice  $a$ . Izračunajte površino in prostornino tako nastalega telesa. Rezultat naj bo točen. (3 točke)
- 1.2. Trikotnik  $ABC$  s stranicami  $a = 13$ ,  $b = 20$  in  $c = 21$  zavrtimo okrog stranice  $c$ . Izračunajte površino tako nastale vrtenine. Rezultat naj bo točen. (6 točk)
- 1.3. Krivuljo z enačbo  $y = 4 - x^2$  zavrtimo na intervalu  $[-2, 2]$  okrog abscisne osi. Izračunajte prostornino tako nastale vrtenine. Rezultat naj bo točen. (4 točke)

V sivo polje ne pišite.



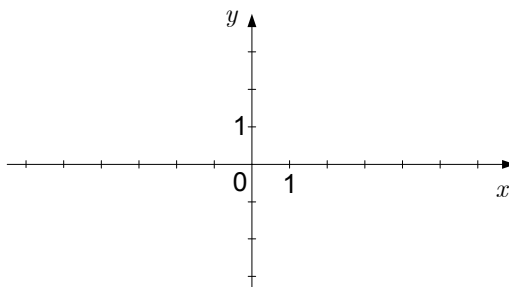
M 1 5 1 4 0 2 1 2 0 5



**Naloga 2 je obvezna.**

2. Dana je racionalna funkcija  $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ .

2.1. V dani koordinatni sistem narišite krivuljo  $y = f(x)$ . Zapišite predpis inverzne funkcije  $f^{-1}$  in definicijsko območje funkcije  $f^{-1}$ .



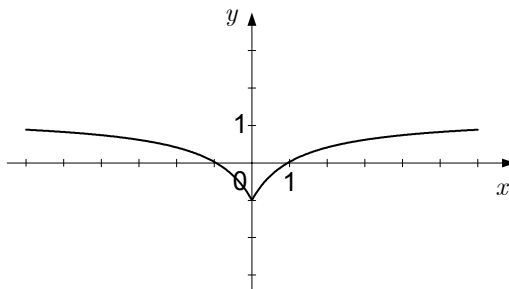
2.2. Naj premica  $y = 8x + n$  seka krivuljo  $y = f(x)$ . Dokažite, da abscisi presečišč zadoščata enačbi  $8x^2 + (n+7)x + n + 1 = 0$ . (4 točke)

2.3. Izračunajte, za katere vrednosti parametra  $n$  je premica  $y = 8x + n$  tangenta na krivuljo  $y = f(x)$ . (2 točki)

2.4. Na spodnji sliki je narisana ena od krivulj (3 točke)

$$y = f(x), \quad y = |f(x)|, \quad y = f(-x), \quad y = f(|x|), \quad y = -f(x).$$

Obkrožite enačbo krivulje, ki je narisana na sliki. Izračunajte ploščino lika, ki ga določata abscisna os in narisana krivulja. Rezultat naj bo točen.



(5 točk)

V sivo polje ne pišite.



M 1 5 1 4 0 2 1 2 0 7



**Naloga 3 je izbirna. Izbirate med nalogama 3 in 4. Izbiro zaznamujte na naslovnici izpitne pole.**

3. V posodi imamo 10 kroglic: 5 rdečih, 3 modre in 2 beli.
- 3.1. Iz posode naključno izvlečemo hkrati 4 kroglice. Izračunajte verjetnosti dogodkov:  
 $A$  – vse izvlečene kroglice so rdeče,  
 $B$  – dve izvlečeni kroglici sta rdeči, dve pa modri,  
 $C$  – vsaj ena izvlečena kroglica je bela. (5 točk)
- 3.2. Iz posode naključno izvlečemo hkrati 2 kroglici. Izračunajte verjetnost dogodka, da sta obe izvlečeni kroglici modri, če vemo, da je vsaj ena od njiju modra. (6 točk)
- 3.3. Iz posode izvlečemo vse kroglice in jih naključno postavimo v vrsto. Izračunajte verjetnost dogodka, da stojijo v vrsti vse tri modre kroglice skupaj. (2 točki)



V sivo polje ne pišite.



M 1 5 1 4 0 2 1 2 0 9



Naloga 4 je izbirna. Izbirate med nalogama 3 in 4. Izbiro zaznamujte na naslovnici izpitne pole.

4. Dana je realna funkcija  $f$  s predpisom  $f(x) = 2^x$ .

4.1. Rešite enačbo  $f(x) + f(2x) = f(x+2)$ . Rezultat naj bo točen.

(3 točke)

4.2. Dokazite, da velja  $(f(1) + f'(1)) \cdot \ln 2 = f'(1) + f''(1)$ .

(3 točke)

4.3. Izračunajte vsoto  $\sum_{n=1}^{10} f(n) = f(1) + f(2) + \dots + f(10)$ .

(3 točke)

4.4. Kdaj konvergira vrsta  $\sum_{n=1}^{\infty} f(nx)$ ? Izračunajte  $x \in \mathbb{R}$ , da bo vsota te vrste enaka 1.

(4 točke)

V sivo polje ne pišite.



M 1 5 1 4 0 2 1 2 1 1



REZERVNA STRAN



M 1 5 1 4 0 2 1 2 1 3

REZERVNA STRAN



REZERVNA STRAN



M 1 5 1 4 0 2 1 2 1 5

REZERVNA STRAN



REZERVNA STRAN