Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center

M 1 5 1 4 0 2 1 2 M

SPOMLADANSKI IZPITNI ROK
TAVASZI VIZSGAIDŐSZAK

Višja raven
Emelt szint

MATEMATIKA

Izpitna pola 2
2. feladatlap

Sobota, 6. junij 2015 / 90 minut
2015. június 6., szombat / 90 perc

Dovoljeno gradivo in pripomočki: Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, žepno računalo in geometrijsko orodje (šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo). Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.

Engedélyezett segédeszközök:
A jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, zsebszámológépet, rajzeszközöket (körzőt, két háromszöget, esetleg vonalzót) hoz magával. A jelölt kap egy értékelő lapot, a vázlatkészítéshez pedig két pótlapot.

SPLOŠNA MATURA
ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Ta pola ima 20 strani, od tega 5 rezervnih in 3 prazne.
A feladatlap 20 oldalas, ebből 5 tartalék és 3 üres.

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.
Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 4 strukturirane naloge. Prvi dve nalogi sta obvezni, med ostalima dvema izberite in rešite eno. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 40. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

V preglednici z "x" zaznamujte, katero od izbirnih nalog naj ocenjevalec oceni. Če tega ne boste storili, bo od teh ocenil prvo nalogo, ki ste jo reševali.

3.	**4.**

Rešitve, ki jih pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpisujte **v izpitno polo** pod besedila nalog in na naslednje strani. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Strani 14 do 18 so rezervne; uporabite jih le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót!
Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg azt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

Ragassza vagy írja be kódszámát a feladatlap első oldalának jobb felső sarkában levő keretbe és az értékelő lapra! Kódszámát a pótlapokra is írja rá!

A feladatlap 4 strukturált feladatot tartalmaz. Az első két feladat megoldása kötelező, a másik kettőből válasszon ki egyet, és azt oldja meg.Összesen 40 pontot érhet el. A feladatlapban a feladatok mellett feltüntettük az elérhető pontszámot is. A feladatok megoldásakor használhatja a 4. oldalon található standard képletgyűjteményt.

A táblázatban "x"-szel jelölje meg, hogy melyik feladatot értékeljék. Ha ezt nem teszi meg, a megoldott feladatok közül az elsőt értékelik.

3.	***4.***

*Válaszait töltőtollal vagy golyóstollal írja a **feladatlap** erre kijelölt helyére! Rajzoláshoz használhat ceruzát is. Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd válaszát írja le újra! Az olvashatatlan megoldásokat és a nem egyértelmű javításokat 0 ponttal értékeljük. A 14–18 oldal tartalék. Ide csak akkor írjon, ha másutt már nincs hely! Egyértelműen jelölje meg, hogy melyik feladatokat oldotta meg ezeken az oldalakon! A pótlapokra készített vázlatokat az értékelés során nem veszik figyelembe.*

A válasznak tartalmaznia kell a megoldásig vezető műveletsort, az összes köztes számítással és következtetéssel együtt. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékeljék!

Bízzon önmagában és képességeiben! Eredményes munkát kívánunk!

V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!

Formule

$a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - .... + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1})$, če je n liho naravno število

$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + ... + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$, če je $n \in \mathbb{N}$

Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$

Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$

Kotne funkcije polovičnih kotov:

$\sin\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$, $\cos\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$, $\tan\frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1+\cos x}$

Adicijski izrek:

$\sin(x+y) = \sin x\cos y + \cos x\sin y$

$\cos(x+y) = \cos x\cos y - \sin x\sin y$

$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1-\tan x\tan y}$

Faktorizacija:

$\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\sin x - \sin y = 2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x\pm y)}{\cos x\cos y}$

Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$\sin x\sin y = -\frac{1}{2}[\cos(x+y) - \cos(x-y)]$

$\cos x\cos y = \frac{1}{2}[\cos(x+y) + \cos(x-y)]$

$\sin x\cos y = \frac{1}{2}[\sin(x+y) + \sin(x-y)]$

Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice $ax + by - c = 0$: $d(T_0, p) = \left|\frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$

Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$S = \frac{1}{2}|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$

Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, $a > b$

Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, a je realna polos

Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

Kompozitum funkcij: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoullijeva formula: $P(n,p,k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integral: $\int \frac{\mathrm{d}x}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a}\operatorname{arc\,tan}\frac{x}{a} + C$

M 1 5 1 4 0 2 1 2 M 0 4

Képletek

$a^n + b^n = (a+b)\left(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \ldots + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, *ha* n *páratlan természetes szám*

$a^n - b^n = (a-b)\left(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \ldots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, *ha* $n \in \mathbb{N}$

A derékszögű háromszög magasságtétele és befogótétele: $a^2 = ca_1,\ b^2 = cb_1,\ v_c^2 = a_1b_1$

A háromszög köré írt kör és a háromszögbe írt kör sugara: $R = \frac{abc}{4S},\ r = \frac{S}{s},\ s = \frac{a+b+c}{2}$

A félszögek szögfüggvényei:

$\sin\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}};\ \cos\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}};\ \tan\frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1+\cos x}$

Addíciós tételek:

$\sin(x+y) = \sin x\cos y + \cos x\sin y$

$\cos(x+y) = \cos x\cos y - \sin x\sin y$

$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x\tan y}$

Összegek szorzattá történő alakításának képletei:

$\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2},\ \sin x - \sin y = 2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2},\ \cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x\cos y}$

A szorzatok összeggé történő alakításának képletei:

$\sin x\sin y = -\frac{1}{2}\left[\cos(x+y) - \cos(x-y)\right]$

$\cos x\cos y = \frac{1}{2}\left[\cos(x+y) + \cos(x-y)\right]$

$\sin x\cos y = \frac{1}{2}\left[\sin(x+y) + \sin(x-y)\right]$

A $T_0(x_0, y_0)$ *pont távolsága az* $ax + by - c = 0$ *egyenletű egyenestől:* $d(T_0, p) = \left|\frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$

Az $A(x_1, y_1),\ B(x_2, y_2),\ C(x_3, y_3)$ *csúcsú háromszög területe:*

$S = \frac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|$

Ellipszis: $e^2 = a^2 - b^2,\ \varepsilon = \frac{e}{a},\ a > b$

Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2,\ \varepsilon = \frac{e}{a},\ a$ *a hiperbola valós tengelye*

Parabola: $y^2 = 2px,\ G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ *a parabola fókuszpontja*

Összetett függvény: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoulli-képlet: $P(n,p,k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integrál: $\int \frac{\mathrm{d}x}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a}\operatorname{arc\,tan}\frac{x}{a} + C$

Prazna stran

Üres oldal

OBRNITE LIST.
LAPOZZON!

Naloga 1 je obvezna.

Az 1. feladat kötelező.

1. Rešite te naloge:

   Oldja meg ezeket a feladatokat!

   1.1. Pravokotnik s stranicama $a = 5$ in $b = 3$ zavrtimo okrog stranice a. Izračunajte površino in prostornino tako nastalega telesa. Rezultat naj bo točen.

   Az $a = 5$ és $b = 3$ oldalú téglalapot elforgatjunk az a oldala körül. Számítsa ki az így keletkezett test felszínét és térfogatát! Az eredmény legyen pontos!

   (3 točke/pont)

   1.2. Trikotnik ABC s stranicami $a = 13$, $b = 20$ in $c = 21$ zavrtimo okrog stranice c. Izračunajte površino tako nastale vrtenine. Rezultat naj bo točen.

   Adott az ABC háromszög mindhárom oldala: $a = 13$, $b = 20$ és $c = 21$. Elforgatjuk ezt a háromszöget a c oldala körül. Számítsa ki az így keletkezett forgástest felszínét! Az eredmény legyen pontos!

   (6 točk/pont)

   1.3. Krivuljo z enačbo $y = 4 - x^2$ zavrtimo na intervalu $[-2, 2]$ okrog abscisne osi. Izračunajte prostornino tako nastale vrtenine. Rezultat naj bo točen.

   Az $y = 4 - x^2$ egyenletű görbét elforgatjuk a $[-2, 2]$ intervallumon az abszcisszatengely körül. Számítsa ki az így keletkezett forgástest térfogatát! Az eredmény legyen pontos!

   (4 točke/pont)

Naloga 2 je obvezna.

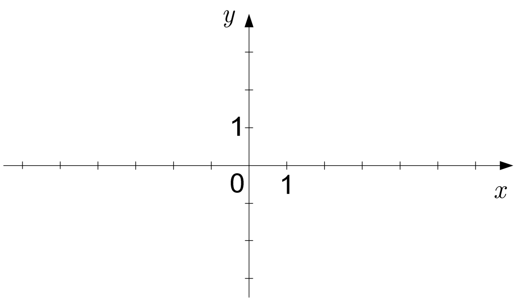
A 2. feladat kötelező.

2. Dana je racionalna funkcija $f(x)=\dfrac{x-1}{x+1}$.

Adott az $f(x)=\dfrac{x-1}{x+1}$ *racionális törtfüggvény.*

2.1. V dani koordinatni sistem narišite krivuljo $y=f(x)$. Zapišite predpis inverzne funkcije f^{-1} in definicijsko območje funkcije f^{-1}.

Ábrázolja a megadott koordináta-rendszerben az $y=f(x)$ *görbét! Írja fel az* f^{-1} *inverz függvény hozzárendelési szabályát, és az* f^{-1} *függvény értelmezési tartományát!*



(4 točke/pont)

2.2. Naj premica $y=8x+n$ seka krivuljo $y=f(x)$. Dokažite, da abscisi presečišč zadoščata enačbi $8x^2+(n+7)x+n+1=0$.

Messe az $y=8x+n$ *egyenes az* $y=f(x)$ *görbét! Bizonyítsa be, hogy mindkét metszéspont abszcisszája kielégíti a* $8x^2+(n+7)x+n+1=0$ *egyenletet.*

(2 točki/pont)

2.3. Izračunajte, za katere vrednosti parametra n je premica $y=8x+n$ tangenta na krivuljo $y=f(x)$.

Számítsa ki, hogy az n *paraméter mely értékeire érintője az* $y=8x+n$ *egyenes az* $y=f(x)$ *görbének!*

(3 točke/pont)

2.4. Na spodnji sliki je narisana ena od krivulj

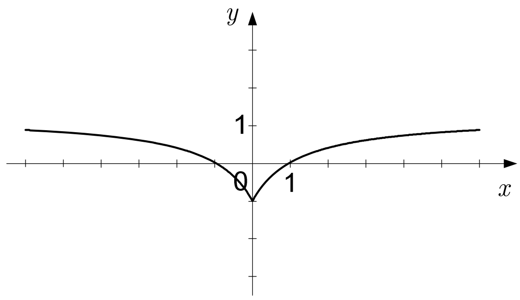
$y=f(x)$, $\quad y=|f(x)|$, $\quad y=f(-x)$, $\quad y=f(|x|)$, $\quad y=-f(x)$.

Obkrožite enačbo krivulje, ki je narisana na sliki. Izračunajte ploščino lika, ki ga določata abscisna os in narisana krivulja. Rezultat naj bo točen.

Az alábbi képen az itt felsorolt görbék egyike látható:

$y=f(x)$, $\quad y=|f(x)|$, $\quad y=f(-x)$, $\quad y=f(|x|)$, $\quad y=-f(x)$.

Karikázza be annak a görbének az egyenletét, amely a képen látható! Számítsa ki annak a síkidomnak a területét, amelyet az abszcisszatengely és a megrajzolt görbe határol! Az eredmény legyen pontos!



(5 točk/pont)

Naloga 3 je izbirna. Izbirate med nalogama 3 in 4. Izbiro zaznamujte na naslovnici izpitne pole.

A 3. feladat választható. A 3. és a 4. feladat közül választhat. Választását jelölje meg a feladatlap címlapján!

3. V posodi imamo 10 kroglic: 5 rdečih, 3 modre in 2 beli.

   Az edényben 10 golyócska van: 5 piros, 3 kék és 2 fehér.

3.1. Iz posode naključno izvlečemo hkrati 4 kroglice. Izračunajte verjetnosti dogodkov:
A – vse izvlečene kroglice so rdeče,
B – dve izvlečeni kroglici sta rdeči, dve pa modri,
C – vsaj ena izvlečena kroglica je bela.

Az edényből véletlenszerűen kihúzunk egyszerre 4 golyócskát. Számítsa ki a következő események valószínűségét:
A – *minden kihúzott golyócska piros,*
B – *a kihúzott golyócskák közül kettő piros és kettő kék,*
C – *a kihúzott golyócskák közül legalább az egyik fehér.*

(5 točk/pont)

3.2. Iz posode naključno izvlečemo hkrati 2 kroglici. Izračunajte verjetnost dogodka, da sta obe izvlečeni kroglici modri, če vemo, da je vsaj ena od njiju modra.

Az edényből véletlenszerűen kihúzunk egyszerre 2 golyócskát. Számítsa ki annak az eseménynek a valószínűségét, hogy a kihúzott golyócskák közül mindkettő kék lesz, ha tudjuk, hogy legalább az egyik kék.

(6 točk/pont)

3.3. Iz posode izvlečemo vse kroglice in jih naključno postavimo v vrsto. Izračunajte verjetnost dogodka, da stojijo v vrsti vse tri modre kroglice skupaj.

Az edényből kihúzunk minden golyócskát, és véletlenszerűen sorba rendezzük őket. Számítsa ki annak az eseménynek a valószínűségét, hogy a sorban mindhárom kék golyócska egymás mellé kerül.

(2 točki/pont)

Naloga 4 je izbirna. Izbirate med nalogama 3 in 4. Izbiro zaznamujte na naslovnici izpitne pole.

A 4. feladat választható. A 3. és a 4. feladat közül választhat. Választását jelölje meg a feladatlap címlapján!

4. Dana je realna funkcija f s predpisom $f(x) = 2^x$.

Adott az f valós függvény a következő hozzárendelési szabállyal: $f(x) = 2^x$.

4.1. Rešite enačbo $f(x) + f(2x) = f(x+2)$. Rezultat naj bo točen.

Oldja meg az $f(x) + f(2x) = f(x+2)$ egyenletet! Az eredmény legyen pontos!

(3 točke/pont)

4.2. Dokažite, da velja $\left(f(1) + f'(1)\right) \cdot \ln 2 = f'(1) + f''(1)$.

Bizonyítsa be, hogy igaz az $\left(f(1) + f'(1)\right) \cdot \ln 2 = f'(1) + f''(1)$ egyenlőség!

(3 točke/pont)

4.3. Izračunajte vsoto $\sum_{n=1}^{10} f(n) = f(1) + f(2) + \ldots + f(10)$.

Számítsa ki a $\sum_{n=1}^{10} f(n) = f(1) + f(2) + \ldots + f(10)$ összeget!

(3 točke/pont)

4.4. Kdaj konvergira vrsta $\sum_{n=1}^{\infty} f(nx)$? Izračunajte $x \in \mathbb{R}$, da bo vsota te vrste enaka 1.

A $\sum_{n=1}^{\infty} f(nx)$ sor mikor konvergens? Számítsa ki az $x \in \mathbb{R}$-t úgy, hogy a sor összege 1 *legyen!*

(4 točke/pont)

REZERVNA STRAN

TARTALÉK OLDAL

REZERVNA STRAN

TARTALÉK OLDAL

REZERVNA STRAN
TARTALÉK OLDAL

REZERVNA STRAN

TARTALÉK OLDAL

REZERVNA STRAN

TARTALÉK OLDAL

Prazna stran

Üres oldal

M 1 5 1 4 0 2 1 2 M 2 0

V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*

Prazna stran

Üres oldal