Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center

M 1 6 1 4 0 2 1 1 M

SPOMLADANSKI IZPITNI ROK
TAVASZI VIZSGAIDŐSZAK

Višja raven
Emelt szint

MATEMATIKA

Izpitna pola 1
1. feladatlap

Sobota, 4. junij 2016 / 90 minut
2016. június 4., szombat / 90 perc

Dovoljeno gradivo in pripomočki: Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, žepno računalo in geometrijsko orodje (šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo). Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.

Engedélyezett segédeszközök:
A jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, zsebszámológépet, rajzeszközöket (körzőt, két háromszöget, esetleg vonalzót) hoz magával. A jelölt kap egy értékelő lapot, a vázlatkészítéshez pedig két pótlapot.

SPLOŠNA MATURA
ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Ta pola ima 20 strani, od tega 1 rezervno in 3 prazne.
A feladatlap 20 oldalas, ebből 1 tartalék és 3 üres.

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.
Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 12 kratkih nalog. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 80. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

Rešitve, ki jih pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpisujte **v izpitno polo** v za to predvideni prostor. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Stran 17 je rezervna; uporabite jo le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na tej strani. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót!
Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg azt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

Ragassza vagy írja be kódszámát (a feladatlap első oldalának jobb felső sarkában levő keretbe és az értékelő lapra)! Kódszámát a pótlapokra is írja rá!

A feladatlap 12 rövid feladatot tartalmaz. Összesen 80 pontot érhet el. A feladatlapban a feladatok mellett feltüntettük az elérhető pontszámot is. A feladatok megoldásakor használhatja a 4. oldalon található standard képletgyűjteményt.

*Válaszait töltőtollal vagy golyóstollal írja a **feladatlap** erre kijelölt helyére! Rajzoláshoz használhat ceruzát is. Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd válaszát írja le újra! Az olvashatatlan megoldásokat és a nem egyértelmű javításokat 0 ponttal értékeljük. A 17. oldal tartalék; ide csak akkor írjon, ha elfogy a helye. Egyértelműen jelölje meg, melyik feladatok megoldását írta erre az oldalra! A pótlapokra készített vázlatokat az értékelés során nem vesszük figyelembe.*

A válasznak tartalmaznia kell a megoldásig vezető műveletsort az összes köztes számítással és következtetéssel együtt. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékeljék!

Bízzon önmagában és képességeiben! Eredményes munkát kívánunk!

Formule

$a^n + b^n = (a+b)\left(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - .... + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, če je n liho naravno število

$a^n - b^n = (a-b)\left(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + ... + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, če je $n \in \mathbb{N}$

Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$

Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$

Kotne funkcije polovičnih kotov:

$\sin\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$, $\cos\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$, $\tan\frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1+\cos x}$

Adicijski izrek:

$\sin(x+y) = \sin x\cos y + \cos x\sin y$

$\cos(x+y) = \cos x\cos y - \sin x\sin y$

$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x\tan y}$

Faktorizacija:

$\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\sin x - \sin y = 2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x\cos y}$

Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$\sin x\sin y = -\frac{1}{2}\left[\cos(x+y) - \cos(x-y)\right]$

$\cos x\cos y = \frac{1}{2}\left[\cos(x+y) + \cos(x-y)\right]$

$\sin x\cos y = \frac{1}{2}\left[\sin(x+y) + \sin(x-y)\right]$

Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice $ax + by - c = 0$: $d(T_0, p) = \left|\frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$

Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$S = \frac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|$

Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, $a > b$

Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, a je realna polos

Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

Kompozitum funkcij: $(g \circ f)(x) = g\left(f(x)\right)$

Bernoullijeva formula: $P(n,p,k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integral: $\int \frac{\mathrm{d}x}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a}\operatorname{arc\,tan}\frac{x}{a} + C$

Képletek

$a^n + b^n = (a+b)\left(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - .... + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, *ha* n *páratlan természetes szám*

$a^n - b^n = (a-b)\left(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + ... + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, *ha* $n \in \mathbb{N}$

A derékszögű háromszög magasságtétele és befogótétele: $a^2 = ca_1,\ b^2 = cb_1,\ v_c^2 = a_1b_1$

A háromszög köré írt kör és a háromszögbe írt kör sugara: $R = \frac{abc}{4S},\ r = \frac{S}{s},\ s = \frac{a+b+c}{2}$

A félszögek szögfüggvényei:

$\sin\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}};\ \cos\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}};\ \tan\frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1+\cos x}$

Addíciós tételek:

$\sin(x+y) = \sin x\cos y + \cos x\sin y$

$\cos(x+y) = \cos x\cos y - \sin x\sin y$

$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x\tan y}$

Összegek szorzattá történő alakításának képletei:

$\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2},\ \sin x - \sin y = 2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2},\ \cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x\pm y)}{\cos x\cos y}$

A szorzatok összeggé történő alakításának képletei:

$\sin x\sin y = -\frac{1}{2}\left[\cos(x+y) - \cos(x-y)\right]$

$\cos x\cos y = \frac{1}{2}\left[\cos(x+y) + \cos(x-y)\right]$

$\sin x\cos y = \frac{1}{2}\left[\sin(x+y) + \sin(x-y)\right]$

A $T_0(x_0, y_0)$ *pont távolsága az* $ax + by - c = 0$ *egyenletű egyenestől:* $d(T_0, p) = \left|\frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$

Az $A(x_1, y_1),\ B(x_2, y_2),\ C(x_3, y_3)$ *csúcsú háromszög területe:*

$S = \frac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|$

Ellipszis: $e^2 = a^2 - b^2,\ \varepsilon = \frac{e}{a},\ a > b$

Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2,\ \varepsilon = \frac{e}{a}$, a *a hiperbola valós tengelye*

Parabola: $y^2 = 2px$, $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ *a parabola fókuszpontja*

Összetett függvény: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoulli-képlet: $P(n,p,k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integrál: $\int \frac{\mathrm{d}x}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a}\operatorname{arc\,tan}\frac{x}{a} + C$

1. Za poljubni naravni števili m in n označimo z $D(m, n)$ največji skupni delitelj teh dveh števil in z $v(m, n)$ njun najmanjši skupni večkratnik.

   Tetszőleges m és n természetes számok esetén jelöljük $D(m, n)$-nel ezen két szám legnagyobb közös osztóját, $v(m, n)$-nel pedig a legkisebb közös többszörösüket.

   1.1. Razcepite števila 45, 48 in 60 na prafaktorje.

   Bontsa prímtényezőkre a 45, 48 és 60 számokat!

   (2)

   1.2. Izračunajte $\left(\dfrac{D(45, 48)}{D(48, 60)} - \dfrac{D(11, 23)}{v(4, 10)}\right) \cdot v(5, 20)$.

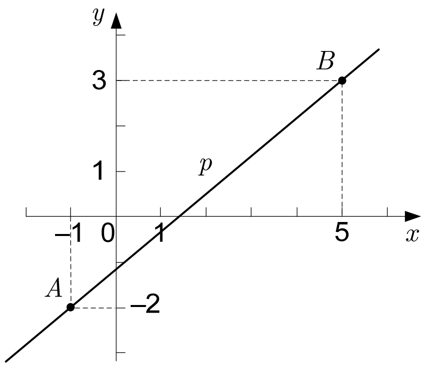
   Számítsa ki a $\left(\dfrac{D(45, 48)}{D(48, 60)} - \dfrac{D(11, 23)}{v(4, 10)}\right) \cdot v(5, 20)$ *kifejezés értékét!*

   (6)

   (8 točk/pont)

2. Premica p na sliki poteka skozi točki A in B.

A képen látható p egyenes illeszkedik az A és B pontokra.



Zapišite enačbo premice v katerikoli izmed znanih oblik. Izračunajte velikost ostrega kota, ki ga premica določa z abscisno osjo. Rezultat zaokrožite na stotinko stopinje.

Írja fel az egyenes egyenletét bármelyik ismert alakjában! Számítsa ki az egyenes és az abszcisszatengely által közbezárt hegyesszög nagyságát! Az eredményt kerekítse századfokokra!

(6 točk/pont)

3. Naj bosta a in b poljubni realni števili, $a > 0$ in $b \neq 0$. Vsak izraz v levem stolpcu preglednice je enak enemu izrazu v desnem stolpcu. Izrazi v desnem stolpcu so označeni s črkami od A do L.

V preglednico v za to namenjen prostor vpišite črko izraza, ki je enak izrazu v levem stolpcu preglednice (prva vrstica je že pravilno izpolnjena).

Legyen az a és b két tetszőleges valós szám, $a > 0$ és $b \neq 0$. A táblázat bal oszlopában látható minden egyes kifejezés egyenlő a jobb oldali oszlopban levő kifejezések valamelyikével. A jobb oldali oszlopban levő kifejezéseket egy-egy betűvel jelöltük A-tól L-ig.

Írja a táblázatba a megfelelő helyre annak a kifejezésnek a betűjelét, amely megegyezik a bal oszlopban található kifejezéssel (az első sort már helyesen kitöltöttük)!

a^0	L
$(ab^2)^2$	
$(a+b^2)^2$	
$(ab^2):(ab)^3$	
$\sqrt{a}\cdot\sqrt[3]{ab}$	
$\sqrt{b^2}$	

(A) ab^4

(B) b

(C) $|b|$

(D) a^2b^4

(E) $a^{-2}b^{-1}$

(F) $a^{\frac{5}{6}}b^{\frac{1}{3}}$

(G) $a^2 + 2ab^2 + b^4$

(H) $\sqrt[5]{a^5b^5}$

(I) $a^2 + b^4$

(J) $a^{-3}b^{-1}$

(K) -1

(L) 1

(5 točk/pont)

4. Med števili 7 in 448 vrinite pet števil tako, da dobimo
a) prvih 7 členov aritmetičnega zaporedja,
b) prvih 7 členov naraščajočega geometrijskega zaporedja.

Izračunajte diferenco d in kvocient q ter zapišite vrinjene člene obeh zaporedij.

A 7 és 448 számok közé szúrjon be öt számot úgy, hogy

a) *egy számtani sorozat első 7 elemét kapja,*

b) *egy növekvő mértani sorozat első 7 elemét kapja!*

Számítsa ki a d különbséget és a q hányadost, valamint írja fel mindkét sorozat beszúrt tagjait!

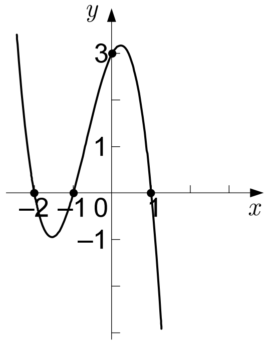
(6 točk/pont)

5. Določite realni števili x in y tako, da velja enakost $(2+\mathrm{i}x)\cdot(5+\mathrm{i})=14+\mathrm{i}y$.

   Határozza meg azokat az x és y valós számokat, amelyekre igaz a $(2+\mathrm{i}x)\cdot(5+\mathrm{i})=14+\mathrm{i}y$ egyenlőség!

(6 točk/pont)

6. Na sliki je graf polinoma $p(x)$ tretje stopnje, ki ima ničle $x_1 = -2$, $x_2 = -1$ in $x_3 = 1$.
A képen a $p(x)$ harmadfokú polinom grafikonja látható, amelynek $x_1 = -2$, $x_2 = -1$ és $x_3 = 1$ a zérushelyei.



6.1. Odgovorite na spodnja vprašanja:

Ali je vodilni koeficient polinoma $p(x)$ pozitiven ali negativen? ____________

Ali je prosti člen polinoma $p(x)$ pozitiven ali negativen? ____________

Koliko realnih rešitev ima enačba $p(x) = 0$? ____________

Zapišite ostanek pri deljenju polinoma $p(x)$ s polinomom $q(x) = x^2 - 1$. ____________

Válaszoljon az alábbi kérdésekre:

Pozitív vagy negatív a $p(x)$ polinom főegyütthatója? ____________

Pozitív vagy negatív a $p(x)$ polinom konstans tagja? ____________

Hány valós megoldása van a $p(x) = 0$ egyenletnek? ____________

Írja fel a $p(x)$ polinom $q(x) = x^2 - 1$ polinommal való osztásakor

keletkező maradékot! ____________

(4)

6.2. Zapišite predpis polinoma p, če njegov graf seka ordinatno os v točki $T(0, 3)$.

Írja fel a p polinom hozzárendelési szabályát, ha a grafikonja a $T(0, 3)$ pontban metszi az ordinátatengelyt!

(4)
(8 točk/pont)

7. V trapezu $ABCD$ meri stranica $a = |AB| = 9$ cm, $c = |CD| = 4$ cm, $d = |AD| = 6$ cm in kot $\alpha = 60°$.

Adottak az $ABCD$ trapéz oldalai és egyik szöge:
$a = |AB| = 9$ cm, $c = |CD| = 4$ cm, $d = |AD| = 6$ cm, $\alpha = 60°$.

7.1. Konstruirajte trapez $ABCD$. Skozi oglišče D narišite vzporednico p k stranici $b = BC$. Premica p seka stranico a v točki E. Zapišite delilno razmerje $|AE| : |EB|$.

Szerkessze meg az $ABCD$ trapézt! Rajzolja meg a D pontra illeszkedő p egyenest, amely párhuzamos lesz a $b = BC$ oldallal! A p egyenes az E pontban metszi az a oldalt. Írja fel az $|AE| : |EB|$ arányt!

(3)

7.2. Izračunajte obseg in ploščino trapeza $ABCD$. Rezultata naj bosta točna.

Számítsa ki az $ABCD$ trapéz kerületét és területét! Mindkét eredmény legyen pontos!

(5)
(8 točk/pont)

M 1 6 1 4 0 2 1 1 M 1 2

8. Zemljišče s ploščino $405\ \mathrm{m}^2$ ima obliko pravokotnika. Za njegovo ograditev bi potrebovali $81\ \mathrm{m}$ ograje. Izračunajte dolžino in širino zemljišča.

Egy téglalap alakú telek $405\ \mathrm{m}^2$ *területű. A bekerítéséhez* $81\ \mathrm{m}$ *kerítésre lenne szükségünk. Számítsa ki a telek hosszúságát és szélességét!*

(6 točk/pont)

9. Dani sta paraboli z enačbama $y = x^2 - x - 2$ in $y = x^2$.

   Adott az $y = x^2 - x - 2$ és az $y = x^2$ egyenletű parabola.

   9.1. Paraboli se sekata v točki P. Izračunajte koordinati točke P.

   A parabolák a P pontban metszik egymást. Számítsa ki a P pont koordinátáit!

   (2)

   9.2. Zapišite enačbi tangent na paraboli v njunem presečišču.

   Írja fel mindkét parabola érintőjének egyenletét a metszéspontjukban!

   (3)

   9.3. Izračunajte kot med parabolama.

   Számítsa ki a parabolák által bezárt szöget!

   (2)

   (7 točk/pont)

10. V razredu z 28 učenci je 12 deklet in 16 fantov. Trem fantom je ime Anže.

Egy 28 fős osztályban 12 lány és 16 fiú van. Három fiúnak Anže a neve.

10.1. Učitelj bo za spraševanje naključno izbral enega od učencev (dekle ali fanta) tega razreda. Izračunajte verjetnost dogodka A, da bo naključno vprašanemu ime Anže.

A tanár ebből az osztályból találomra ki fog választani egy tanulót (lányt vagy fiút), akit feleltetni fog. Számítsa ki az A esemény valószínűségét, hogy a találomra kiválasztott tanulónak Anže lesz a neve!

(1)

10.2. Učitelj bo za spraševanje naključno izbral dva od fantov tega razreda. Izračunajte verjetnost dogodka B, da bo natanko enemu ime Anže.

A tanár ebből az osztályból találomra ki fog választani két fiút, akiket feleltetni fog. Számítsa ki a B esemény valószínűségét, hogy pontosan az egyiknek Anže lesz a neve!

(3)

10.3. Učitelj bo za spraševanje naključno izbral tri učence tega razreda. Izračunajte verjetnost dogodka C, da bosta v naključno izbrani trojki zastopana oba spola.

A tanár ebből az osztályból találomra ki fog választani három tanulót, akiket feleltetni fog. Számítsa ki a C esemény valószínűségét, hogy a találomra kiválasztott tanulók közül mindkét nemnek lesz képviselője!

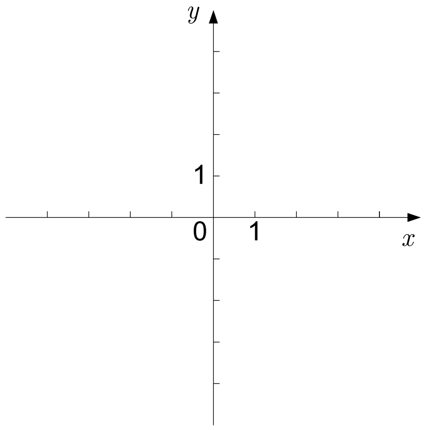
(4)
(8 točk/pont)

11. Dana je funkcija f s predpisom $f(x)=\begin{cases} x^2+c\,; & x>0 \\ 2x+2\,; & x\le 0 \end{cases}$.

Adott az $f(x)=\begin{cases} x^2+c\,; & x>0 \\ 2x+2\,; & x\le 0 \end{cases}$ *hozzárendelési szabállyal megadott* f *függvény.*

11.1. V spodnji koordinatni sistem narišite graf funkcije f za $c=1$. V katerih točkah je funkcija zvezna?

Ábrázolja az alábbi koordináta-rendszerben az f *függvény grafikonját, ha* $c=1$*! Mely pontokban folytonos a függvény?*



(4)

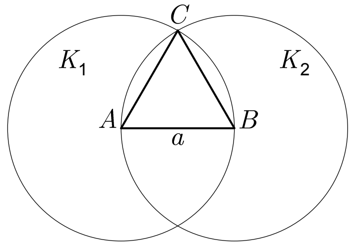
11.2. Določite vrednost konstante c tako, da bo funkcija f zvezna za vsak $x\in\mathbb{R}$.

Határozza meg a c *konstans értékét úgy, hogy az* f *függvény folytonos legyen minden* $x\in\mathbb{R}$ *esetén!*

(1)
(5 točk/pont)

12. Na sliki je enakostranični trikotnik ABC s stranico $a = 2$ cm. Vsaka od krožnic poteka skozi dve oglišči trikotnika in ima središče v tretjem oglišču. Krožnici omejujeta kroga K_1 in K_2. Izračunajte ploščino preseka $K_1 \cap K_2$.

A képen egy $a = 2$ cm *oldalhosszúságú egyenlő oldalú* ABC *háromszög látható. Mindkét körvonal illeszkedik a háromszög két-két csúcsára, és a középpontjuk a harmadik csúcsban van. A két körvonal határolja a* K_1 *és* K_2 *körlapokat. Számítsa ki a* $K_1 \cap K_2$ *metszet területét!*



(7 točk/pont)

REZERVNA STRAN
TARTALÉK OLDAL

M 1 6 1 4 0 2 1 1 M 1 8

Prazna stran

Üres oldal

Prazna stran

Üres oldal

M161402 11M20

Prazna stran

Üres oldal