



Codice del candidato:

**Državni izpitni center**



SESSIONE AUTUNNALE

**Livello di base**  
**MATEMATICA**  
≡ Prova d'esame 1 ≡

**Giovedì, 25 agosto 2016 / 120 minuti**

*Materiali e sussidi consentiti:*

*Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, della calcolatrice tascabile, nonché del compasso, di due squadrette e di un righello. Al candidato vengono consegnati due fogli per la minuta e una scheda di valutazione.*

**MATURITÀ GENERALE**

**INDICAZIONI PER I CANDIDATI**

**Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.**

**Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.**

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra e sulla scheda di valutazione. Scrivete il vostro numero di codice anche sui fogli della minuta.

La prova d'esame si compone di 12 quesiti, risolvendo correttamente i quali potete conseguire fino a un massimo di 80 punti. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate a pagina 3.

Scrivete le vostre risposte negli spazi appositamente previsti **all'interno della prova** utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera. Disegnate a matita i grafici delle funzioni. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto ad essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile verranno assegnati 0 punti. La pagina 16 è di riserva, usatela solo in mancanza di spazio. Indicate con chiarezza quali quesiti avete risolto su tale pagina. Utilizzate i fogli della minuta solo per l'impostazione delle soluzioni, in quanto essi non verranno sottoposti a valutazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

*La prova si compone di 16 pagine, delle quali 1 di riserva.*





## Formule

$a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1})$ , se  $n$  è un numero naturale dispari

$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$ , se  $n \in \mathbb{N}$

Teoremi di Euclide e dell'altezza di un triangolo rettangolo:  $a^2 = ca_1$ ,  $b^2 = cb_1$ ,  $h_c^2 = a_1b_1$

Raggio della circonferenza circoscritta e raggio della circonferenza inscritta a un triangolo:  $R = \frac{abc}{4A}$ ,

$$r = \frac{A}{p}, \quad p = \frac{a+b+c}{2}$$

Formule di bisezione:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}, \quad \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}, \quad \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

Teoremi di addizione:

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

Formule di prostaferesi o di fattorizzazione:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$$

Formule del Werner o della scomposizione del prodotto:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x+y) - \cos(x-y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)]$$

$$\text{Distanza del punto } T_0(x_0, y_0) \text{ dalla retta } ax + by - c = 0: d(T_0, p) = \frac{|ax_0 + by_0 - c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Area del triangolo di vertici  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ :

$$A = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$

Ellisse:  $e^2 = a^2 - b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ ,  $a > b$

Iperbole:  $e^2 = a^2 + b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ ,  $a$  è il semiasse reale

Parabola:  $y^2 = 2px$ , fuoco  $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

Compositum di funzioni:  $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Formula di Bernoulli:  $P(n, p, k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integrale:  $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$



1. Risolvete il seguente sistema a due equazioni lineari

$$2x - 3y = 5$$

$$y = \frac{1}{2}x - 2$$

(5 punti)



2. Ciascun numero della colonna di sinistra della tabella è uguale a una delle espressioni, scritte a destra di essa e precedute dalle lettere dalla A alla K.

Nell'apposito spazio della colonna di destra della tabella, scrivete la lettera che precede l'espressione uguale a ciascuna di quelle scritte nella colonna di sinistra (la prima riga è già completata correttamente).

$\frac{3}{2}$	D
1	
-1	
$\frac{4}{33}$	
$\frac{1+i}{i}$	
0	
120	
0,8	
3	

(A)  $0,1\bar{2}$

(B)  $|-3|$

(C)  $\frac{16}{45}$

(D)  $\frac{21}{14}$

(E)  $5!$

(F)  $1-i$

(G)  $-1-i$

(H)  $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{6}}$

(I)  $\cos 900^\circ$

(J)  $\text{sen}(5\pi)$

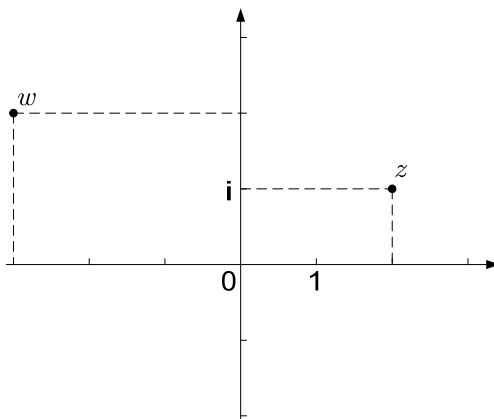
(K)  $0,\bar{9}$

(8 punti)



3. Risolvete il quesito senza far uso della calcolatrice.

La figura mostra i numeri  $z$  e  $w$  nel piano complesso. Scriveteli e calcolate  $z \cdot w$ ,  $z \cdot w^{-1}$ ,  $|z|$  e  $\bar{w}$ .



(7 punti)



4. La dipendenza della scala Fahrenheit [ $^{\circ}\text{F}$ ] dalla scala Celsius [ $^{\circ}\text{C}$ ] è espressa dalla formula

$$F = \frac{9C + 160}{5} .$$

4.1. Quanti gradi  $^{\circ}\text{F}$  corrispondono a  $37^{\circ}\text{C}$ ?

(1)

4.2. Quanti gradi  $^{\circ}\text{C}$  corrispondono a  $59^{\circ}\text{F}$ ?

(2)

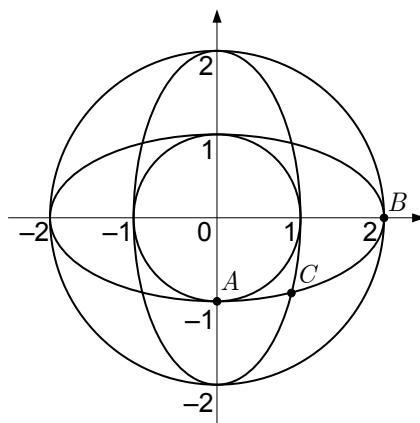
4.3. A quale temperatura i due termometri mostrano lo stesso valore?

(4)

(7 punti)



5. Nella figura ci sono quattro coniche.



- 5.1. Scrivete le equazioni di tutte le coniche della figura.

(4)

- 5.2. Nella figura sono indicati i punti  $A$ ,  $B$  e  $C$ . Scriveteli con le loro coordinate.

(4)

(8 punti)





M 1 6 2 4 0 1 1 1 1 0 9

6. Nel triangolo isoscele  $ABC$  i lati  $AC$  e  $BC$  misurano 7 cm , la base  $AB$  invece 6 cm . Il punto  $D$  è il punto medio della base  $AB$  . Il punto  $E$  è il piede (la proiezione ortogonale del punto  $B$  sul lato  $AC$  ) dell'altezza al lato  $AC$  . Eseguite lo schizzo.

6.1. Dimostrate che i triangoli  $ADC$  e  $AEB$  sono simili.

(2)

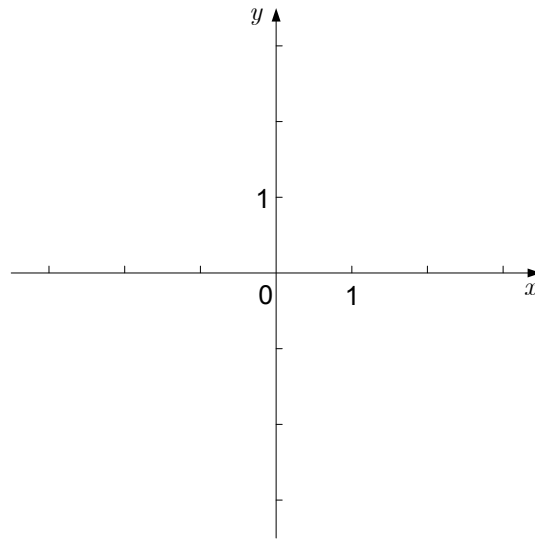
6.2. Senza fare uso della calcolatrice, calcolate la distanza dal vertice  $B$  al lato opposto. Il risultato sia esatto.

(5)

(7 punti)



7. È data la funzione  $f$  espressa dalla dipendenza  $f(x) = \log_3(x+1) - 1$ . Calcolate lo zero, il termine noto e l'ascissa del punto  $A(x, 1)$ . Disegnate il grafico della funzione  $f$ . Scrivete l'insieme di definizione e l'asintoto.



(7 punti)



M 1 6 2 4 0 1 1 1 1 1 1

8. Quale valore deve assumere il coefficiente  $a$  della funzione espressa dalla dipendenza

$$f(x) = \frac{ax^2 - 1}{x^4}, \text{ affinché la funzione abbia un estremo in } x = 1?$$

(5 punti)



9. Il lato dell'esagono regolare  $ABCDEF$  misura  $a = 4$ . Scrivete i vettori  $\overrightarrow{AE}$  e  $\overrightarrow{AC}$  come combinazioni lineari dei vettori  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$  e  $\overrightarrow{AF} = \vec{b}$ . Calcolate con esattezza la lunghezza del vettore  $\overrightarrow{AC}$  e il prodotto scalare  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AE}$ .

(7 punti)



10. Proiettiamo il grafico della funzione  $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  espressa dalla dipendenza  $f(x) = x^2$  attraverso la bisettrice dei quadranti dispari  $y = x$ . Otteniamo in questo modo il grafico della funzione  $g$ .

10.1. Scrivete la dipendenza della funzione  $g$ .

(2)

10.2. Calcolate l'area della figura delimitata dai grafici delle funzioni  $f$  e  $g$ .

(6)

(8 punti)



11. Lanciamo contemporaneamente due dadi da gioco non truccati. Calcolate la probabilità degli eventi
- $A$  – i due dadi mostrano lo stesso numero di puntini,
  - $B$  – almeno su un dado esce un numero pari di puntini,
  - $C$  – la somma dei puntini dei due dadi è 8.

(5 punti)



M 1 6 2 4 0 1 1 1 1 5

12. Calcolate la somma dei termini  $a_{21} + a_{22} + \dots + a_{150}$  della successione aritmetica dove  $a_4 = 17$  e  $a_5 + a_7 = 50$ .

(6 punti)



PAGINA DI RISERVA