



Šifra kandidata:

Državni izpitni center



M 1 6 2 4 0 2 1 1

JESENSKI IZPITNI ROK

Višja raven
MATEMATIKA
≡≡≡ Izpitna pola 1 ≡≡≡

Četrtek, 25. avgust 2016 / 90 minut

Dovoljeno gradivo in pripomočki:

Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, žepno računalo in geometrijsko orodje (šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo).

Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.

SPLOŠNA MATURA

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 12 kratkih nalog. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 80. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

Rešitve, ki jih pišete z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpisujte **v izpitno polo** v za to predvideni prostor. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Stran 16 je rezervna; uporabite jo le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na tej strani. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

Ta pola ima 16 strani, od tega 1 rezervno.



Formule

$a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1})$, če je n liho naravno število

$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$, če je $n \in \mathbb{N}$

Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$

Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$

Kotne funkcije polovičnih kotov:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}, \quad \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}, \quad \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

Adicijski izrek:

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

Faktorizacija:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$$

Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x+y) - \cos(x-y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)]$$

Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice $ax + by - c = 0$: $d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$

Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$

Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, $a > b$

Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, a je realna polos

Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

Kompozitum funkcij: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoullijeva formula: $P(n, p, k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integral: $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$



1. Rešite sistem dveh linearnih enačb

$$2x - 3y = 5$$

$$y = \frac{1}{2}x - 2$$

(5 točk)



2. Vsako število v levem stolpcu preglednice je enako enemu številu v desnem stolpcu. Izrazi v desnem stolpcu so označeni s črkami od A do K.

V preglednico v za to namenjen prostor vpišite črko izraza, ki je enak izrazu v levem stolpcu preglednice (prva vrstica je že pravilno izpolnjena).

$\frac{3}{2}$	D
1	
-1	
$\frac{4}{33}$	
$\frac{1+i}{i}$	
0	
120	
0,8	
3	

(A) $0,1\bar{2}$

(B) $|-3|$

(C) $\frac{16}{45}$

(D) $\frac{21}{14}$

(E) $5!$

(F) $1-i$

(G) $-1-i$

(H) $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{6}}$

(I) $\cos 900^\circ$

(J) $\sin(5\pi)$

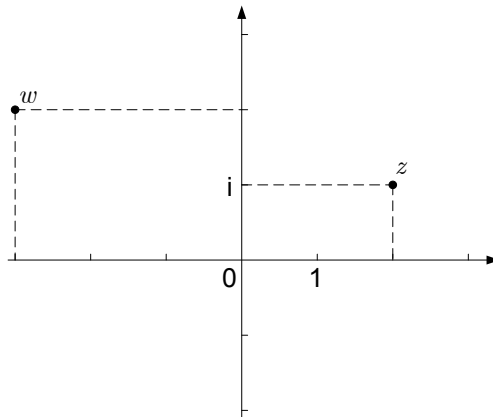
(K) $0,\bar{9}$

(8 točk)



3. Nalogo rešujte brez uporabe računalna.

Na sliki sta števili z in w v kompleksni ravnini. Zapišite ju in izračunajte $z \cdot w$, $z \cdot w^{-1}$, $|z|$ in \bar{w} .



(7 točk)



4. Zveza med Fahrenheitovo lestvico [$^{\circ}\text{F}$] in Celzijevo lestvico [$^{\circ}\text{C}$] je formula $F = \frac{9C + 160}{5}$.

4.1. Koliko stopinj $^{\circ}\text{F}$ je pri 37°C ?

(1)

4.2. Koliko stopinj $^{\circ}\text{C}$ je pri 59°F ?

(2)

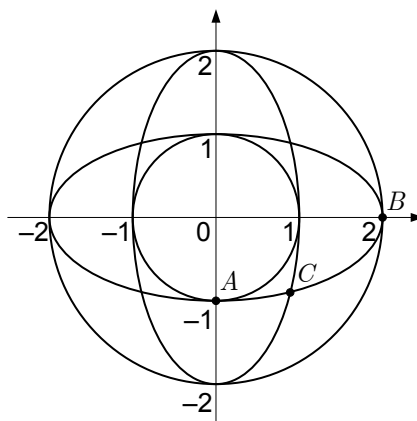
4.3. Pri kateri temperaturi kažeta oba termometra enako vrednost?

(4)

(7 točk)



5. Na sliki so štiri stožnice.



5.1. Zapišite enačbe vseh stožnic na sliki.

(4)

5.2. Na sliki so označene točke A , B in C . Zapišite jih s koordinatami.

(4)
(8 točk)



6. V enakokrakem trikotniku ABC merita kraka AC in BC 7 cm, osnovnica AB pa 6 cm. Točka D je razpolovišče osnovnice AB . Točka E je nožišče (pravokotna projekcija točke B na stranico AC) višine na stranico AC . Narišite skico.

6.1. Dokažite, da sta trikotnika ADC in AEB podobna.

(2)

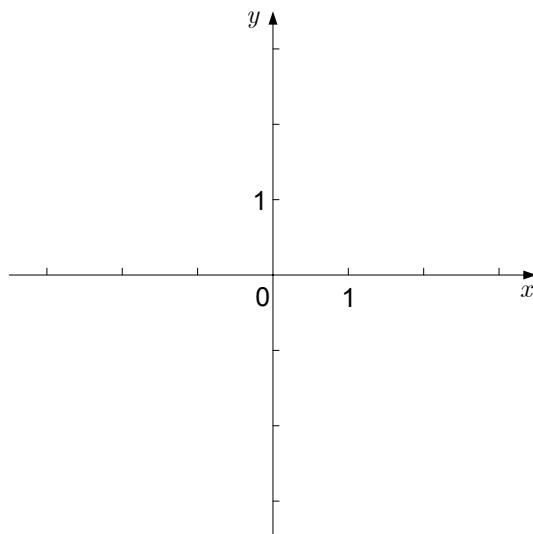
6.2. Brez računalnika izračunajte razdaljo od oglišča B do nasprotnega kraka. Rezultat naj bo točen.

(5)

(7 točk)



7. Dana je funkcija f s predpisom $f(x) = \log_3(x+1) - 1$. Izračunajte ničlo, začetno vrednost in absciso točke $A(x, 1)$. Narišite graf funkcije f . Zapišite definicijsko območje in asimptoto.



(7 točk)



8. Kolikšen mora biti parameter a funkcije s predpisom $f(x) = \frac{ax^2 - 1}{x^4}$, da bo imela funkcija ekstrem pri $x = 1$?

(5 točk)



9. V pravilnem šestkotniku $ABCDEF$ meri stranica $a = 4$. Vektorja \overrightarrow{AE} in \overrightarrow{AC} zapišite kot linearno kombinacijo vektorjev $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ in $\overrightarrow{AF} = \vec{b}$. Izračunajte natančno dolžino vektorja \overrightarrow{AC} in skalarni produkt $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AE}$.

(7 točk)



10. Graf funkcije $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ s predpisom $f(x) = x^2$ prezrcalimo prek simetrale lihih kvadrantov $y = x$. Tako dobimo graf funkcije g .

10.1. Zapišite predpis funkcije g .

(2)

10.2. Izračunajte ploščino območja, ki ga oklepata grafa funkcij f in g .

(6)
(8 točk)



11. Hkrati vržemo dve pošteni igralni kocki. Izračunajte verjetnosti dogodkov
- A – kocki pokažeta enako število pik,
 - B – vsaj na eni kocki pade sodo število pik,
 - C – vsota pik na obeh kockah je 8.

(5 točk)



M 1 6 2 4 0 2 1 1 1 5

12. Izračunajte vsoto členov $a_{21} + a_{22} + \dots + a_{150}$ aritmetičnega zaporedja, če je $a_4 = 17$ in $a_5 + a_7 = 50$.

(6 točk)



REZERVNA STRAN