Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center

M 1 7 1 4 0 1 1 1 M

SPOMLADANSKI IZPITNI ROK
TAVASZI VIZSGAIDŐSZAK

Osnovna raven
Alapszint

MATEMATIKA

Izpitna pola 1
1. feladatlap

Sobota, 3. junij 2017 / 120 minut
2017. június 3., szombat / 120 perc

Dovoljeno gradivo in pripomočki: Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, računalo in geometrijsko orodje (šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo). Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.

Engedélyezett segédeszközök:
A jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, számológépet, rajzeszközöket (körzőt, két háromszöget, esetleg vonalzót) hoz magával. A jelölt kap egy értékelő lapot, a vázlatkészítéshez pedig két pótlapot.

SPLOŠNA MATURA
ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Ta pola ima 20 strani, od tega 1 rezervno in 3 prazne.
A feladatlap 20 oldalas, ebből 1 tartalék és 3 üres.

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 12 kratkih nalog. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 80. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

Rešitve, ki jih pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpisujte **v izpitno polo** v za to predvideni prostor. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Stran 17 je rezervna; uporabite jo le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na tej strani. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót!

Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg azt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

Ragassza vagy írja be kódszámát (a feladatlap első oldalának jobb felső sarkában levő keretbe és az értékelő lapra)! Kódszámát a pótlapokra is írja rá!

A feladatlap 12 rövid feladatot tartalmaz. Összesen 80 pontot érhet el. A feladatlapban a feladatok mellett feltüntettük az elérhető pontszámot is. A feladatok megoldásakor használhatja a 4. oldalon található standard képletgyűjteményt.

Válaszait töltőtollal vagy golyóstollal írja a ***feladatlap*** *erre kijelölt helyére! Rajzoláshoz használhat ceruzát is. Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd válaszát írja le újra! Az olvashatatlan megoldásokat és a nem egyértelmű javításokat 0 ponttal értékeljük. A 17. oldal tartalék; ide csak akkor írjon, ha elfogy a helye. Egyértelműen jelölje meg, melyik feladatok megoldását írta erre az oldalra! A pótlapokra készített vázlatokat az értékelés során nem vesszük figyelembe.*

A válasznak tartalmaznia kell a megoldásig vezető műveletsort az összes köztes számítással és következtetéssel együtt. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékeljék!

Bízzon önmagában és képességeiben! Eredményes munkát kívánunk!

Formule

$a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - .... + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1})$, če je n liho naravno število

$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + ... + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$, če je $n \in \mathbb{N}$

Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$

Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$

Kotne funkcije polovičnih kotov:

$\sin\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$, $\cos\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$, $\tan\frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1+\cos x}$

Adicijski izrek:

$\sin(x+y) = \sin x\cos y + \cos x\sin y$

$\cos(x+y) = \cos x\cos y - \sin x\sin y$

$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1-\tan x\tan y}$

Faktorizacija:

$\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\sin x - \sin y = 2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x\cos y}$

Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$\sin x\sin y = -\frac{1}{2}[\cos(x+y) - \cos(x-y)]$

$\cos x\cos y = \frac{1}{2}[\cos(x+y) + \cos(x-y)]$

$\sin x\cos y = \frac{1}{2}[\sin(x+y) + \sin(x-y)]$

Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice $ax + by - c = 0$: $d(T_0, p) = \left|\frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$

Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$, $C(x_3,y_3)$:

$S = \frac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|$

Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, $a > b$

Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, a je realna polos

Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

Kompozitum funkcij: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoullijeva formula: $P(n,p,k) = \binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$

Integral: $\int\frac{dx}{x^2+a^2} = \frac{1}{a}\arctan\frac{x}{a} + C$

Képletek

$a^n + b^n = (a+b)\left(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - .... + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, *ha* n *páratlan természetes szám*

$a^n - b^n = (a-b)\left(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + ... + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, *ha* $n \in \mathbb{N}$

A derékszögű háromszög magasságtétele és befogótétele: $a^2 = ca_1,\ \ b^2 = cb_1,\ \ v_c^2 = a_1b_1$

A háromszög köré írt kör és a háromszögbe írt kör sugara: $R = \frac{abc}{4S},\ \ r = \frac{S}{s},\ \ s = \frac{a+b+c}{2}$

A félszögek szögfüggvényei:

$\sin\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}};\ \ \cos\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}};\ \ \tan\frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1+\cos x}$

Addíciós tételek:

$\sin(x+y) = \sin x\cos y + \cos x\sin y$

$\cos(x+y) = \cos x\cos y - \sin x\sin y$

$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1-\tan x\tan y}$

Összegek szorzattá történő alakításának képletei:

$\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2},\ \ \sin x - \sin y = 2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2},\ \ \cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x\pm y)}{\cos x\cos y}$

A szorzatok összeggé történő alakításának képletei:

$\sin x\sin y = -\frac{1}{2}\left[\cos(x+y) - \cos(x-y)\right]$

$\cos x\cos y = \frac{1}{2}\left[\cos(x+y) + \cos(x-y)\right]$

$\sin x\cos y = \frac{1}{2}\left[\sin(x+y) + \sin(x-y)\right]$

A $T_0(x_0,y_0)$ *pont távolsága az* $ax + by - c = 0$ *egyenletű egyenestől:* $d(T_0,p) = \left|\frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$

Az $A(x_1,y_1),\ B(x_2,y_2),\ C(x_3,y_3)$ *csúcsú háromszög területe:*

$S = \frac{1}{2}\left|(x_2-x_1)(y_3-y_1) - (x_3-x_1)(y_2-y_1)\right|$

Ellipszis: $e^2 = a^2 - b^2,\ \varepsilon = \frac{e}{a},\ a > b$

Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2,\ \ \varepsilon = \frac{e}{a},\ a$ *a hiperbola valós féltengelye*

Parabola: $y^2 = 2px,\ \ G\left(\frac{p}{2},0\right)$ *a parabola fókuszpontja*

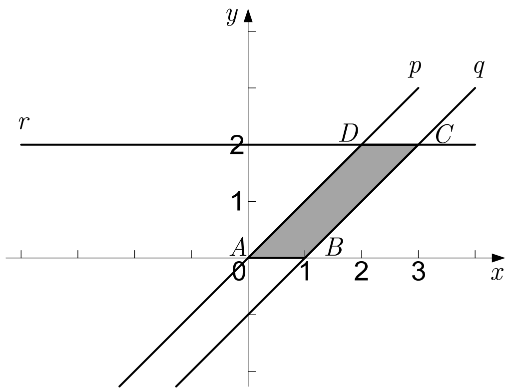
Összetett (kompozítum) függvény: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoulli-képlet: $P(n,p,k) = \binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$

Integrál: $\int\frac{\mathrm{d}x}{x^2+a^2} = \frac{1}{a}\operatorname{arc\,tan}\frac{x}{a} + C$

1. V pravokotnem koordinatnem sistemu v ravnini so narisane premice p, q in r. Te tri premice in abscisna os oklepajo paralelogram $ABCD$ (gl. sliko). Zapišite enačbe premic ter izračunajte ploščino in obseg paralelograma. Rezultata naj bosta točna.

   A síkbeli derékszögű koordináta-rendszerben ábrázoltuk a p, q és r egyeneseket. Az említett három egyenes és az abszcisszatengely határolja az $ABCD$ paralelogrammát (lásd az ábrát). Írja fel az egyenesek egyenletét, és számítsa ki a paralelogramma területét és kerületét! Az eredmények legyenek pontosak!



Enačba premice p:
A p egyenes egyenlete: ______________________________

(1)

Enačba premice q:
A q egyenes egyenlete: ______________________________

(1)

Enačba premice r:
Az r egyenes egyenlete: ______________________________

(1)

Ploščina paralelograma $ABCD$:
Az $ABCD$ paralelogramma területe: ____________________

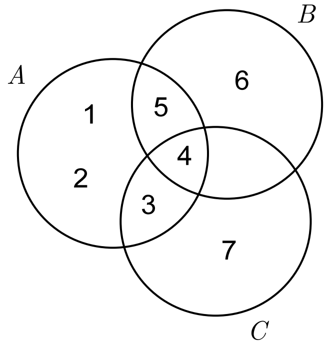
(2)

Obseg paralelograma $ABCD$:
Az $ABCD$ paralelogramma kerülete: ____________________

(2)
(7 točk/pont)

2. Na sliki so narisane množice A, B in C. Zapišite množice z naštevanjem elementov.

A képen ábrázoltuk az A, B és C halmazokat. Írja fel a halmazokat az elemeik felsorolásával!



$A =$ ______________________________

(1)

$B \cap C =$ ___________________________

(1)

$B \cup A =$ ___________________________

(1)

$A - C =$ ___________________________

(1)

$B \times (A \cap B \cap C) =$ ____

(1)

(5 točk/pont)

3. Rešite enačbe. Rezultati naj bodo točni.

Oldja meg az egyenleteket! Az eredmények legyenek pontosak!

3.1.

$$x^2 + 2x = 4$$

(2)

3.2.

$$4^x = 2$$

(1)

3.3.

$$\log_4 x = 2$$

(1)

3.4.

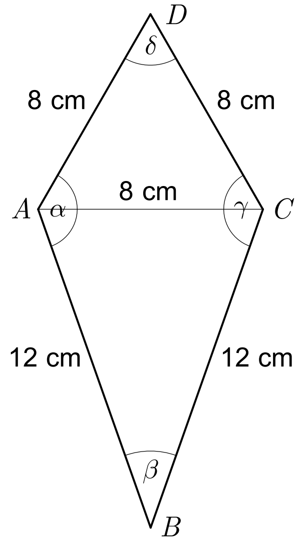
$$4 \sin x = 2$$

(3)

(7 točk/pont)

4. Izračunajte velikosti notranjih kotov štirikotnika $ABCD$ in dolžino diagonale $f = |BD|$.

Számítsa ki az $ABCD$ *négyszög belső szögeinek nagyságát és az* $f = |BD|$ *átló hosszúságát!*



(8 točk/pont)

5. Naj bo $z = x(4-3\mathrm{i})+5\mathrm{i}+\mathrm{i}^2$, $z \in \mathbb{C}$. Izračunajte realno število x tako, da bo veljalo $\mathrm{Re}\,z = \mathrm{Im}\,z$.

   Legyen $z = x(4-3\mathrm{i})+5\mathrm{i}+\mathrm{i}^2$, $z \in \mathbb{C}$. Számítsa ki az x valós számot úgy, hogy fennálljon az $\mathrm{Re}\,z = \mathrm{Im}\,z$ összefüggés!

   (5 točk/pont)

6. V prostoru $\mathbb{R}^3$ so dani vektorji $\vec{a} = (1,\ 2,-1)$, $\vec{b} = (3,-2,-1)$ in $\vec{c} = (1,\ 1,\ 2)$.

Az $\mathbb{R}^3$ térben adottak a következő vektorok: $\vec{a} = (1,\ 2,-1)$, $\vec{b} = (3,-2,-1)$ és $\vec{c} = (1,\ 1,\ 2)$.

6.1. Računsko pokažite, da sta vektorja $\vec{a}$ in $\vec{b}$ pravokotna.

Számítással mutassa be, hogy az $\vec{a}$ és $\vec{b}$ vektorok merőlegesek egymásra!

(2)

6.2. Izračunajte dolžini vektorjev $\vec{a}$ in $\vec{c}$ ter velikost kota φ med njima. Velikost kota zaokrožite na dve decimalni mesti.

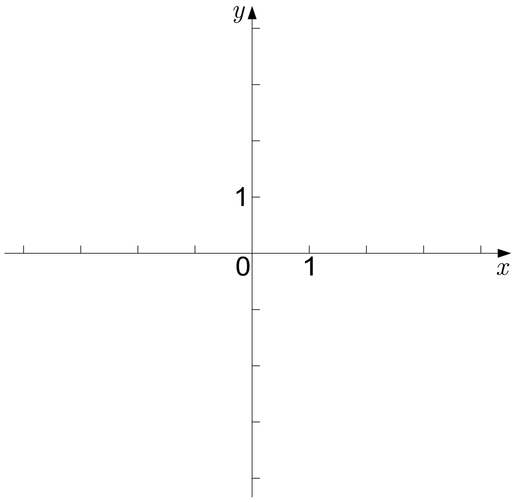
Számítsa ki az $\vec{a}$ és $\vec{c}$ vektorok hosszúságát, valamint az általuk bezárt φ szöget! A szög nagyságát kerekítse két tizedesjegy pontossággal!

(5)
(7 točk/pont)

V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*

7. V dani koordinatni sistem narišite elipso z enačbo $4x^2+9y^2-36=0$. Zapišite gorišči elipse. Zapišite enačbo krožnice, ki ima središče v desnem temenu dane elipse in se dotika ordinatne osi.

Ábrázolja a $4x^2+9y^2-36=0$ *egyenletű ellipszist a megadott koordináta-rendszerben! Írja fel az ellipszis mindkét gyújtópontját (fókuszpontját)! Írja fel annak a körvonalnak az egyenletét, amelynek középpontja az adott ellipszis jobb csúcspontjában van, és érinti az ordinátatengelyt!*



(7 točk/pont)

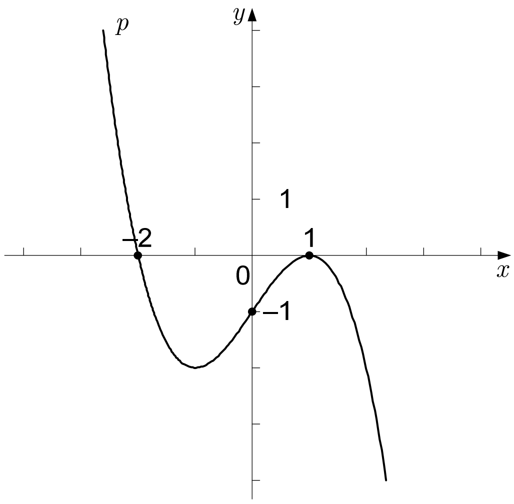
8. Izračunajte, za katere x so x^2-3, $x-1$ in $1-2x$ zaporedni členi aritmetičnega zaporedja.

Számítsa ki, hogy mely x számok esetén lesznek az x^2-3, $x-1$ és $1-2x$ számok egy számtani sorozat egymást követő elemei!

(5 točk/pont)

9. Na sliki je graf polinoma p tretje stopnje.

A képen a harmadfokú p polinom grafikonja látható.



9.1. Zapišite predpis polinoma p v faktorizirani obliki (ničelni obliki).

A p polinom hozzárendelési szabályát írja fel gyöktényezős alakban!

(5)

9.2. V dani koordinatni sistem narišite graf polinoma $s(x) = p(x) + 1$.

Ábrázolja az $s(x) = p(x) + 1$ polinom grafikonját a megadott koordináta-rendszerben!

(1)
(6 točk/pont)

10. Racionalna funkcija f ima predpis $f(x)=\dfrac{x^2+3}{x+1}$. Zapišite točki $E_1(x_1,\ y_1)$ in $E_2(x_2,\ y_2)$, ki sta lokalna ekstrema funkcije f. V kateri točki ima funkcija lokalni minimum in v kateri lokalni maksimum? Odgovor utemeljite.

    Az f racionális törtfüggvény hozzárendelési szabálya $f(x)=\dfrac{x^2+3}{x+1}$. Írja fel az $E_1(x_1,\ y_1)$ és $E_2(x_2,\ y_2)$ pontokat, amelyek az f függvény lokális szélsőértékei! Melyik pontban van a függvény lokális minimuma, és melyikben a lokális maximuma? Válaszát indokolja meg!

    (8 točk/pont)

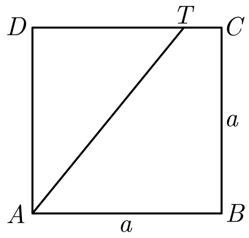
11. Dani sta realni funkciji f in g s predpisoma $f(x)=x^2$ in $g(x)=6-x$. Izračunajte ploščino lika, ki ga omejujeta grafa funkcij f in g.

    Adottak az $f(x)=x^2$ és $g(x)=6-x$ hozzárendelési szabállyal megadott f és g valós függvények. Számítsa ki a függvények grafikonjai által határolt síkidom területét!

    (7 točk/pont)

12. V kvadratu s stranico a je narisana daljica AT (gl. sliko), tako da je razmerje ploščin nastalih likov 2 : 3. Izračunajte razmerje dolžin $|DT|:|TC|$.

Az a oldalú négyzetben látható AT szakaszt (lásd az ábrát) úgy rajzoltuk meg, hogy a keletkezett síkidomok területének aránya 2 : 3. Számítsa ki a $|DT|:|TC|$ hosszúságok arányát!



(8 točk/pont)

REZERVNA STRAN

TARTALÉK OLDAL

M171401 11M18

Prazna stran

Üres oldal

Prazna stran

Üres oldal

M171401111M20

Prazna stran

Üres oldal