Državni izpitni center

SPOMLADANSKI IZPITNI ROK

M 1 7 1 4 0 1 1 3

Osnovna in višja raven

MATEMATIKA

NAVODILA ZA OCENJEVANJE

Sobota, 3. junij 2017

SPLOŠNA MATURA

IZPITNA POLA 1

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
1	1	◆ enačba premice $p: y = x$	
	1	◆ enačba premice $q: y = x - 1$	
	1	◆ enačba premice $r: y = 2$	
	2	◆ ploščina paralelograma $ABCD: S = 2$	Le zapis ali uporaba formule za ploščino paralelograma, npr. $S = a \cdot v_a$ ... 1 točka.
	2	◆ obseg paralelograma $ABCD$, npr. $o = 2 + 4\sqrt{2}$	Le izračun dolžine stranice, npr. $\lvert BC \rvert = 2\sqrt{2}$ ... 1 točka.
Skupaj	**7**		Če namesto enačb premic kandidat zapiše predpise ustreznih linearnih funkcij, se mu v celoti odšteje 1 točka.

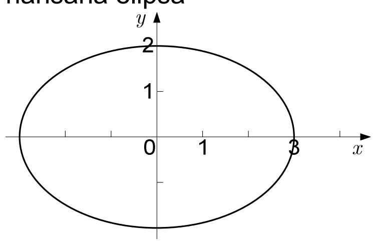
Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
2	1	◆ $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$	
	1	◆ $B \cap C = \{4\}$	
	1	◆ $B \cup A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$	
	1	◆ $A - C = \{1, 2, 5\}$	
	1	◆ $B \times (A \cap B \cap C) = \{(4,4), (5,4), (6,4)\}$	
Skupaj	**5**		Če kandidat dosledno opušča oznake za množice ($\{...\}$), se mu v celoti odšteje 1 točka.

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
3.1	2	◆ zapisani rešitvi, npr. $x_{1,2}=-1\pm\sqrt{5}$	Le urejena kvadratna enačba $x^2+2x-4=0$ ... 1 točka.
3.2	1	◆ zapisana rešitev $x=\frac{1}{2}$	
3.3	1	◆ zapisana rešitev $x=16$	
3.4	1	◆ urejena enačba, npr. $\sin x=\frac{1}{2}$	
	2	◆ zapisani družini rešitev, npr. $x\in\left\{\frac{\pi}{6}+k\cdot 2\pi,\ \frac{5\pi}{6}+k\cdot 2\pi;\ k\in\mathbb{Z}\right\}$	1 + 1 Le obe delni rešitvi $\frac{\pi}{6}$ in $\frac{5\pi}{6}$ ... 1 točka. Upoštevamo tudi zapis, npr. $\begin{matrix} x_1=\frac{\pi}{6}+k\cdot 2\pi;\ k\in\mathbb{Z} \\ x_2=\frac{5\pi}{6}+k\cdot 2\pi;\ k\in\mathbb{Z} \end{matrix}$.
Skupaj	**7**		Če kandidat nikjer ne zapiše, da je $k\in\mathbb{Z}$, se mu odšteje 1 točka.

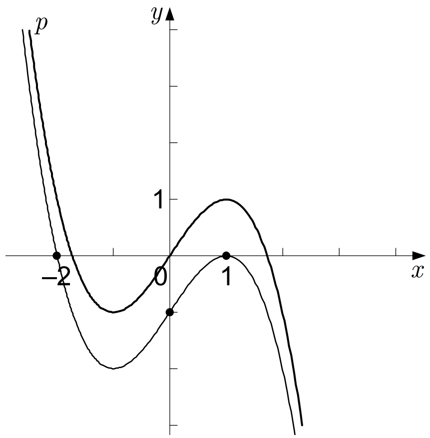
Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
4	1	◆ ugotovitev $\delta=\sphericalangle ADC=60°$	
	2	◆ izračunan kot, npr. $\beta\doteq 38{,}9424°\doteq 38°57'$	Le uporaba definicije kotnih funkcij, npr. $\sin\frac{\beta}{2}=\frac{1}{3}$, ali kosinusnega izreka, npr. $\cos\beta=\frac{7}{9}$ ... 1 točka.
	3	◆ izračun, npr. $\alpha=\gamma\doteq 130{,}5288°\doteq 130°32'$	Le zapis ali uporaba $\alpha=\gamma$ ... *1 točka, le postopek za izračun kota α, npr. $\alpha+\beta+\gamma+\delta=360°$ ali uporaba kosinusnega izreka ... *1 točka.
	2	◆ izračunana dolžina diagonale, npr. $f=4\sqrt{3}+8\sqrt{2}$ cm $\doteq 18{,}2419$ cm	Le postopek, npr. uporaba kosinusnega izreka ali dvakratna uporaba Pitagorovega izreka ... *1 točka.
Skupaj	**8**		Če kandidat v nalogi dosledno opušča vse enote (stopinje in centimetre), se mu v celoti odšteje 1 točka.

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
5	3	◆ ureditev $z = 4x - 1 + (-3x + 5)\mathrm{i}$	Le upoštevanje $\mathrm{i}^2 = -1$ ... 1 točka, realni del ... 1 točka, imaginarni del ... 1 točka.
	1	◆ zapisana enačba $4x - 1 = -3x + 5$	
	1	◆ rešitev $x = \frac{6}{7}$	
Skupaj	5		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
6.1	2	◆ Vektorja sta pravokotna, ker je $\vec{a}\vec{b} = 1 \cdot 3 + 2(-2) + (-1)(-1) = 0$	Le uporaba formule za izračun skalarnega produkta v standardni bazi ali zapis $\vec{a}\vec{b} = 0$ ... 1 točka.
6.2	2	◆ izračun dolžin $\lvert\vec{a}\rvert = \sqrt{6}$, $\lvert\vec{c}\rvert = \sqrt{6}$	Le zapis ali uporaba formule za dolžino vektorja, npr. $\lvert\vec{a}\rvert = \sqrt{\vec{a} \cdot \vec{a}}$ ... 1 točka.
	3	◆ izračun kota $\varphi \doteq 80{,}41^\circ$	Le izračun skalarnega produkta $\vec{a} \cdot \vec{c} = 1$ ... 1 točka, le zapis ali uporaba formule $\cos\varphi = \frac{\vec{a} \cdot \vec{c}}{\lvert\vec{a}\rvert \cdot \lvert\vec{c}\rvert}$ ... 1 točka.
Skupaj	7		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
7	2	◆ narisana elipsa 	Le zapis ali uporaba $a=3$ in $b=2$ ... 1 točka.
	2	◆ zapisani oglišči npr.: $F_1\left(-\sqrt{5},\ 0\right)$, $F_2\left(\sqrt{5},\ 0\right)$	Za izračun $e=\sqrt{5}$ … *1 točka.
	3	◆ zapisana enačba krožnice: $(x-3)^2+y^2=9$	Le zapis ali uporaba $S(3,\ 0)$ ... *1 točka, le zapis ali uporaba $r=3$ ... *1 točka.
Skupaj	**7**		

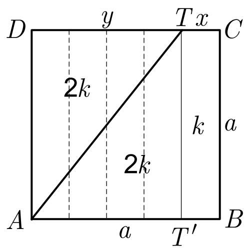
Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
8	1	◆ zapisana ali uporabljena zveza, npr. $a_2-a_1=a_3-a_2$ ali $a_2=\frac{1}{2}(a_1+a_3)$ ali $a_2=a_1+d,\ a_3=a_1+2d$	
	1	◆ nastavitev enačbe, npr. $x-1-\left(x^2-3\right)=(1-2x)-(x-1)$	
	1	◆ ureditev enačbe: $x^2-4x=0$	
	2	◆ rešitvi enačbe: $x_1=0,\ \ x_2=4$	1 + 1 Le pravilen razcep kvadratne enačbe ... *1 točka.
Skupaj	**5**		Če kandidat ugane rešitev $x=0$ in jo preveri, dobi v celoti 2 točki. Če je kandidat upošteval drugačen vrstni red členov, se naloga enakovredno ovrednoti. Rešitve, dobljene iz vseh šestih vrstnih redov, so $\{0, 4, 1, -6, -2, 3/2\}$.

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
9.1	2	◆ zapis nastavka $p(x)=a(x+2)(x-1)^2$	Le upoštevanje ničel in njihovih stopenj v faktorizirani obliki ... 1 točka.
	*1	◆ uporaba pogoja $p(0)=-1$	
	1	◆ ugotovitev, da je $a=-\frac{1}{2}$	
	1	◆ zapis $p(x)=-\frac{1}{2}(x+2)(x-1)^2$	
9.2	1	◆ narisan premaknjen graf 	
Skupaj	6		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
10	2	◆ izračunan odvod funkcije f, npr. $f'(x)=\frac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}$	Le uporaba formule za odvod količnika ... *1 točka.
	*1	◆ zapis ali uporaba $f'(x)=0$	
	1	◆ izračunani ničli odvoda $x_1=-3,\ x_2=1$	
	2	◆ zapisani točki, npr. $E_1(-3,-6),\ \ E_2(1,\ 2)$	1 + 1 Le izračunani ordinati ... 1 točka.
	1	◆ ugotovitev, da je pri x_1 lokalni maksimum, pri x_2 pa minimum	
	1	◆ utemeljitev, npr.: V x_1 odvod spremeni predznak iz pozitivne vrednosti v negativno, v x_2 pa iz negativne vrednosti v pozitivno.	
Skupaj	**8**		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
11	2	◆ izračunani abscisi presečišč grafov $x_1=-3$ in $x_2=2$	Le zapis enačbe $x^2=6-x$ ... 1 točka.
	2	◆ le zapis, npr. $\int_{-3}^{2}(6-x-x^2)\,\mathrm{d}x$	*1 + 1 Upoštevamo tudi $\int_{-3}^{2}(x^2+x-6)\,\mathrm{d}x$.
	3	◆ rezultat $S=\frac{125}{6}$	Le izračun nedoločenega integrala (tudi brez C) $\int(6-x-x^2)\,\mathrm{d}x=6x-\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3}+C$ ... 1 točka, le pravilno vstavljene meje ... *1 točka.
Skupaj	**7**		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
12	1	◆ ustrezna izbira neznanke, npr. $x = \lvert DT \rvert$	
	1	◆ zapis ploščine trikotnika ATD, npr. $S_1 = \frac{ax}{2}$	
	1. način		
	2	◆ zapis ploščine štirikotnika $ABCT$, npr. $S_2 = \frac{ax}{2} + a(a-x)$ ali $S_2 = a^2 - \frac{ax}{2}$ ali $S_2 = \frac{a+(a-x)}{2} \cdot a$	1 + 1
	1	◆ zapisano razmerje, npr. $\frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{ax}{2}}{\frac{ax}{2} + a(a-x)} = \frac{2}{3}$	
	2	◆ rešitev, npr. $x = \frac{4}{5}a$	Le poenostavitev enačbe do oblike brez dvojnih ulomkov, npr. $\frac{x}{2a-x} = \frac{2}{3}$ ... 1 točka.
	1	◆ rezultat $\lvert DT \rvert : \lvert TC \rvert = 4:1$	
	2. način		
	1	◆ ugotovitev, da je vsota ploščin nastalih likov enaka ploščini kvadrata $S_1 + S_2 = S = a^2$	
	2	◆ ugotovitev ali upoštevanje, da je $S_1 = \frac{2}{5}S$	
	1	◆ zapisana enačba $\frac{ax}{2} = \frac{2}{5}a^2$	
	1	◆ rešitev enačbe $x = \frac{4}{5}a$	
	1	◆ rezultat $\lvert DT \rvert : \lvert TC \rvert = 4:1$	

	3. način		
	1	◆ ustrezna izbira neznank, npr. $y=\|DT\|$, $x=\|TC\|$	
	2	◆ skica s primernimi oznakami 	
	2	◆ zapis ali upoštevanje: $S_{BCTT'}=ax$ in $S_{AT'TD}=ay$	1 + 1
	1	◆ zapis razmerja: $S_{BCTT'}:S_{AT'TD}=1k:4k=1:4$	
	1	◆ $ax:ay=1:4$	
	1	◆ rezultat: $x:y=1:4$	
Skupaj	**8**		Če kandidat iz ustrezne skice zapiše rezultat, dobi vse točke.

Skupno število točk: 80

IZPITNA POLA 2

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
1.1	3	Predpis funkcije / Definicijsko območje / Zaloga vrednosti: $f(x)=\frac{1}{2}(e^x+e^{-x})$ — ◆ $\mathbb{R}$ — ◆ $[1,\infty)$ $g(x)=\frac{1}{2}(e^x-e^{-x})$ — ◆ $\mathbb{R}$ — ◆ $\mathbb{R}$	Obe definicijski območji ... 1 točka, zaloga vrednosti ... 1 + 1 točka.
	2	◆ izračunana $f'(x)$ in $g'(x)$	1 + 1
Skupaj	**5**		
1.2	2	◆ ugotovitev, da je $f(-x)=f(x)$ in da je $g'(x)>0$ za vsak x	1 + 1
Skupaj	**2**		
1.3	3	◆ dokaz, da je odsek na ordinatni osi enak e^{-1}	Le izračunan smerni koeficient tangente $k=\frac{e-e^{-1}}{2}$ ... 1 točka, zapisana enačba tangente, npr. $y-\frac{e+e^{-1}}{2}=\frac{e-e^{-1}}{2}(x-1)$ ... 1 točka.
Skupaj	**3**		
1.4	**1. način**		
	1	◆ uvedba nove neznanke, npr. $e^x+e^{-x}=t$	
	3	◆ izračun $\int\frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}dx=\int\frac{1}{t}dt=\ln\lvert t\rvert+C=$ (tudi brez C) $=\ln\lvert e^x+e^{-x}\rvert+C$	1 + 1 + 1
	2. način		
	1	◆ uvedba nove neznanke, npr. $e^x=t$	
	3	◆ izračun (tudi brez C) $\int\frac{t^2-1}{t(t^2+1)}dt=\int\left(\frac{2t}{t^2+1}-\frac{1}{t}\right)dt=\ln\left\lvert\frac{t^2+1}{t}\right\rvert+C=\ln\left\lvert\frac{e^{2x}+1}{e^x}\right\rvert+C$	1 + 1 + 1
Skupaj	**4**		Če kandidat zamenja funkciji f in g, dobi največ 3 točke.

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
2.1	1	◆ zapis razmerja, npr. $a:c=(d+\lvert DE\rvert):\lvert DE\rvert$	
	1	◆ izračunana dolžina $\lvert DE\rvert=10$ cm	
Skupaj	**2**		
2.2	*1	◆ zapis ali uporaba sinusnega izreka v trikotniku AFD, npr. $\frac{d}{\sin\beta}=\frac{a-c}{\sin\varphi}$	Točka F leži na osnovnici AB, tako da je daljica FD vzporedna BC, $\sphericalangle ADF=\varphi$.
	1	◆ izračunan kot φ, npr. $\varphi \doteq 21{,}605°$	
	1	◆ izračunan kot $\alpha=180°-(\beta+\varphi)\doteq 91°24' \doteq 91{,}4°$	
Skupaj	**3**		
2.3	1	◆ ugotovitev, da je $\sphericalangle ABD=\sphericalangle BDC$	
	2	◆ izračunan kosinus kota $\sphericalangle ABD$, $\cos(\sphericalangle ABD)=\frac{5}{7}$ ali izračunan kot $\sphericalangle ABD \doteq 44{,}4153°$	Le uporaba kosinusnega izreka ali izračun ploščine ΔABD, $S=6\sqrt{6}$ cm^2 ... *1 točka.
	1	◆ izračunana dolžina kraka $b=5$ cm	
Skupaj	**4**		
2.4	2	◆ ugotovitev, da je ploščina trikotnika, npr. $S(x)=\frac{(6-x)x\sqrt{3}}{4}$	$x=\lvert AT\rvert=\lvert AV\rvert$ Le izračun višine trikotnika, npr. $v_{\mathrm{t}}(x)=\frac{x\sqrt{3}}{2}$ ali $S(x)=\frac{(6-x)\cdot v_{\mathrm{t}}}{2}$ ... 1 točka.
	1	◆ izračunan odvod $S'(x)=\frac{3\sqrt{3}}{2}-\frac{x\sqrt{3}}{2}$	
	1	◆ ugotovitev, da je odvod enak 0, ko je $x=\lvert AT\rvert=3$ cm	
Skupaj	**4**		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
3.1	**1. način**		
	1	◆ zapis ali uporaba $\cos x = \cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2}$	
	1	◆ razcep enačbe, npr. $\sin\frac{x}{2}\left(2\sin\frac{x}{2} - 1\right) = 0$	
	1	◆ rešitev, npr. $x \in \{2k\pi;\ k \in \mathbb{Z}\}$	Upoštevamo tudi zapis $x_1 = 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
	2	◆ rešitve, npr. $x \in \left\{\frac{\pi}{3} + 4k\pi,\ \frac{5\pi}{3} + 4k\pi;\ k \in \mathbb{Z}\right\}$	1 + 1 Le obe partikularni rešitvi ... 1 točka. Upoštevamo tudi zapis $x_2 = \frac{\pi}{3} + 4k\pi,\ x_3 = \frac{5\pi}{3} + 4k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
	2. način		
	1	◆ uporaba formule za sinus polovičnega kota	
	1	◆ zapisan razcep, npr. $(2\cos x - 1)\cdot(\cos x - 1) = 0$ ali izračunani rešitvi kvadratne enačbe	
	1	◆ rešitev $x \in \{2k\pi;\ k \in \mathbb{Z}\}$	Upoštevamo tudi zapis $x_1 = 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
	1	◆ rešitev enačbe $\cos x = \frac{1}{2}$, $x \in \left\{\frac{\pi}{3} + 2k\pi,\ \frac{5\pi}{3} + 2k\pi;\ k \in \mathbb{Z}\right\}$	Upoštevamo tudi zapis $x_2 = \frac{\pi}{3} + 2k\pi,\ x_3 = \frac{5\pi}{3} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
	1	◆ izločitev rešitev, ki ne ustrezajo prvotni enačbi, oz. zapis $x \in \left\{\frac{\pi}{3} + 4k\pi,\ \frac{5\pi}{3} + 4k\pi;\ k \in \mathbb{Z}\right\}$	Upoštevamo tudi zapis $x_2 = \frac{\pi}{3} + 4k\pi,\ x_3 = \frac{5\pi}{3} + 4k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
Skupaj	**5**		
3.2	**1. način**		
	1	◆ ureditev enačbe, npr. $\tan^2 x - m\tan x + 1 = 0$	
	1	◆ ugotovitev, da mora biti diskriminanta $D \geq 0$	
	2	◆ rešitev $m \in (-\infty, -2] \cup [2, \infty)$	1 + 1

	2. način		
	2	◆ ureditev enačbe: $\sin 2x = \frac{2}{m}$, $m \neq 0$	Le zapis enačbe $\frac{1}{\sin x \cos x} = m$ ... 1 točka.
	1	◆ ugotovitev, da je npr.: $\left\lvert \frac{2}{\lvert m \rvert} \right\rvert \leq 1$	
	1	◆ rešitev, npr.: $\lvert m \rvert \geq 2$	
Skupaj	**4**		
3.3	1	◆ zapisana enačba $\sin x = \frac{2a-3}{4-a}$, $a \neq 4$	
	1. način		
	1	◆ zapisan pogoj $-1 \leq \frac{2a-3}{4-a} \leq 1$	
	1	◆ izračunana rešitev neenačbe $-1 \leq \frac{2a-3}{4-a}$, npr. $a \in [-1,\ 4)$ ali izračunana rešitev neenačbe $\frac{2a-3}{4-a} \leq 1$, npr. $a \in \left(-\infty,\ \frac{7}{3}\right] \cup (4,\ \infty)$	
	1	◆ rešitev, npr. $a \in \left[-1,\ \frac{7}{3}\right]$	
	2. način		
	1	◆ narisan ali skiciran graf funkcije $f(a) = \frac{2a-3}{4-a}$	
	1	◆ izračunano levo krajišče $a = -1$ ali izračunano desno krajišče $a = \frac{7}{3}$	
	1	◆ rešitev, npr. $-1 \leq a \leq \frac{7}{3}$	Če kandidat grafa funkcije ne nariše ali skicira, prejme največ 2 točki.
Skupaj	**4**		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
4.1	1	◆ ugotovitev, da je vseh tipk (tj. vseh možnih izidov) 40	
	1	◆ ugotovitev, da je vseh črk v imenu (tj. vseh ugodnih izidov) 5	
	1	◆ izračunana verjetnost dogodka A, npr. $P(A)=\frac{5}{40}=\frac{1}{8}$	
Skupaj	**3**		
4.2	2	◆ izračunana verjetnost dogodka B, npr. $P(B)=\frac{1}{40^5}\doteq 9{,}7656\cdot 10^{-9}$	Le ugotovitev, da je vseh možnih besed s petimi znaki 40^5 ali da je ugodnih besed za dogodek B, $m_B=1$ ... 1 točka.
	1	◆ ugotovitev, da je število besed, ki vsebujejo vse črke besede SIMON, enako 5!	
	1	◆ izračunana verjetnost dogodka C, npr. $P(C)=\frac{5!}{40^5}\doteq 1{,}1719\cdot 10^{-6}$	
Skupaj	**4**		
4.3	1	◆ ugotovitev, da je $P(D_1\cap D_2)=\frac{5}{40^3}$	Naj bo dogodek D_1 – Simon je pritisnil tri enake števke, in D_2 – Simon je najprej pritisnil sodo števko. Zadošča število ugodnih izidov za $D_1\cap D_2$, $m_{D_1\cap D_2}=5$.
	1	◆ ugotovitev, da je $P(D_2)=\frac{5}{40}=\frac{1}{8}$	Zadošča število ugodnih izidov za dogodek D_2, $m_{D_2}=5\cdot 40^2$.
	1	◆ izračunana verjetnost, npr. $P(D_1/D_2)=\frac{P(D_1\cap D_2)}{P(D_2)}=\frac{1}{40^2}\doteq 0{,}000625$	
Skupaj	**3**		
4.4	3	◆ izračunana verjetnost, npr. $P(E)=\binom{12}{10}\left(\frac{5}{8}\right)^{10}\left(\frac{3}{8}\right)^{2}\doteq 0{,}08441$	1 + 1 + 1
Skupaj	**3**		Če kandidat ne izračuna rezultata, se mu odšteje 1 točka.

Skupno število točk: 40