



Šifra kandidata:

Državni izpitni center



JESENSKI IZPITNI ROK

Osnovna raven
MATEMATIKA
≡≡≡ Izpitna pola 1 ≡≡≡

Ponedeljek, 26. avgust 2019 / 120 minut

Dovoljeno gradivo in pripomočki:

Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, računalo in geometrijsko orodje (šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo).

Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.

SPLOŠNA MATURA

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 12 kratkih nalog. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 80. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

Rešitve, ki jih pišete z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpišujte **v izpitno polo** v za to predvideni prostor. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Stran 16 je rezervna; uporabite jo le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na tej strani. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

Ta pola ima 16 strani, od tega 1 rezervno.



Formule

$a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1})$, če je n liho naravno število

$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$, če je $n \in \mathbb{N}$

Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$

Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$

Kotne funkcije polovičnih kotov:

$$\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}, \quad \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}, \quad \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

Adicijski izrek:

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

Faktorizacija:

$$\sin x \pm \sin y = 2 \sin \frac{x \pm y}{2} \cos \frac{x \mp y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$$

Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x+y) - \cos(x-y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)]$$

Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice $ax + by - c = 0$: $d(T_0, p) = \frac{|ax_0 + by_0 - c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$

Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, če je $a > b$

Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$

Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

Kompozitum funkcij: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoullijeva formula: $P(n, p, k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integral: $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$



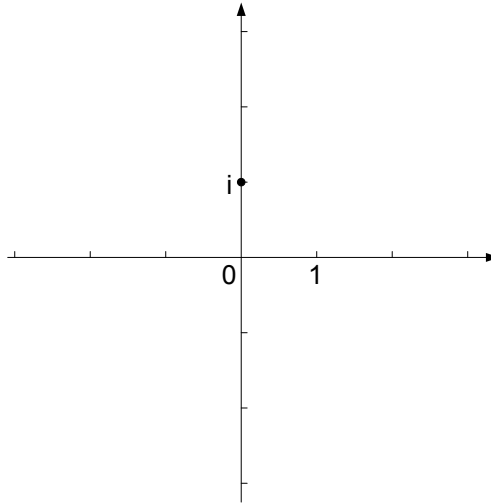
1. Rešite naloge, zapisane v levem stolpcu preglednice. Rešitve zapišite v desni stolpec preglednice. Glejte rešeni primer.

Zapišite zalogo vrednosti funkcije $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ s predpisom $f(x) = x^2 + 1$.	$Z_f = [1, \infty)$
Zapišite največji skupni delitelj števil 2^5 in 5^2 .	$D(2^5, 5^2) =$
Zapišite interval I , ki je množica rešitev neenačbe $ x \leq 3$.	$I =$
Zapišite razpolovišče daljice AB s krajiščema $A(2, -1)$ in $B(3, 3)$.	$S(\quad , \quad)$
Zapišite enačbo krožnice v ravnini s središčem $S(-1, 3)$ in polmerom $r = 2$.	
Rešite enačbo $3^{x-1} = 1$.	$x =$
Rešite enačbo $\sin x = -1$.	

(8 točk)



2. Dano je kompleksno število $z_1 = 2 + i$.
- 2.1. Narišite kompleksno število z_1 v kompleksni ravnini in izračunajte njegovo absolutno vrednost. V kompleksni ravnini narišite še množico $M = \{z \in \mathbb{C}; \operatorname{Re} z = -2\}$.



- 2.2. Izračunajte kompleksno število w , tako da velja $\overline{z_1} + w = 10 - 17i$. Število w zapišite v obliki $w = a + bi$, kjer sta $a, b \in \mathbb{R}$. (4)

(4)
(8 točk)



3. Rešite enačbo $\log_3 x = 1 - \log_3 (x - 2)$.

(5 točk)



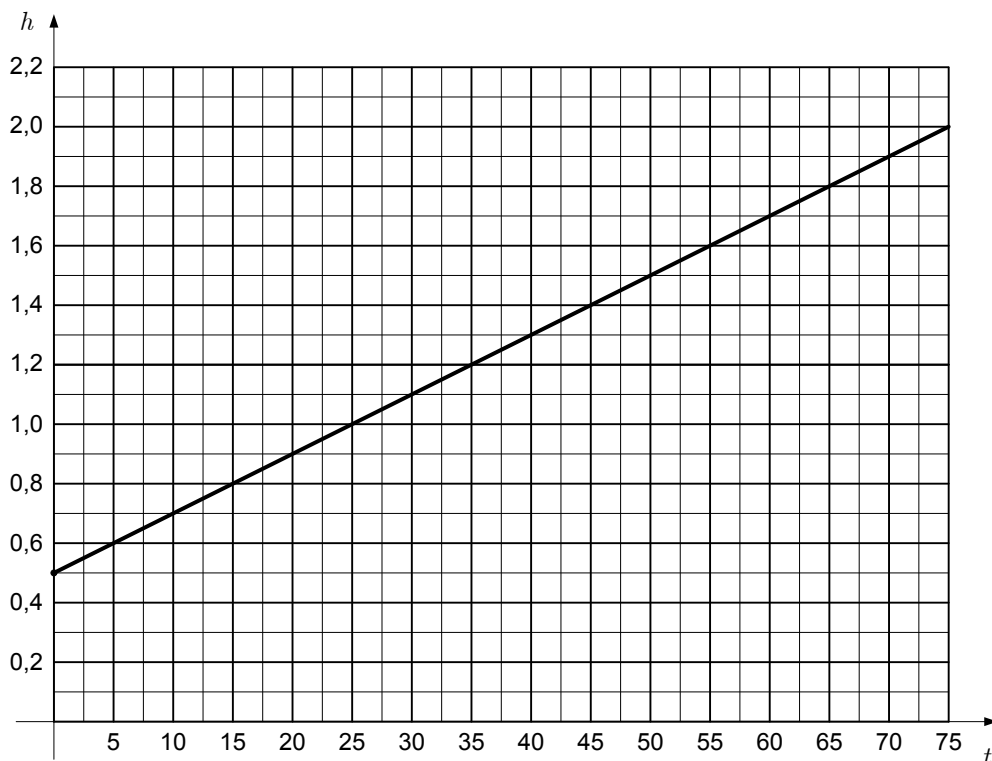
M 1 9 2 4 0 1 1 1 0 7

4. Tretji člen aritmetičnega zaporedja je enak 8, peti člen pa 15. Izračunajte razliko (diferenco), prvi člen in vsoto prvih 100 členov danega zaporedja.

(6 točk)



5. Bazeno začnemo polniti z vodo. Ob začetku polnjenja je voda v bazenu že segala do določene višine. Višina vode se povečuje linearno s časom. Na sliki je graf funkcije f , ki prikazuje spreminjanje višine h vode v bazenu v odvisnosti od časa t . Odgovorite na spodnja vprašanja. Višino vode merimo v metrih, čas pa v minutah.



- 5.1. Kolikšna je bila višina vode v bazenu ob začetku polnjenja?

(1)

- 5.2. Kolikšna je bila višina vode v bazenu eno uro po začetku polnjenja?

(1)

- 5.3. Za koliko se je povečala višina vode v bazenu vsakih 15 minut?

(1)

- 5.4. Zapišite predpis funkcije f .

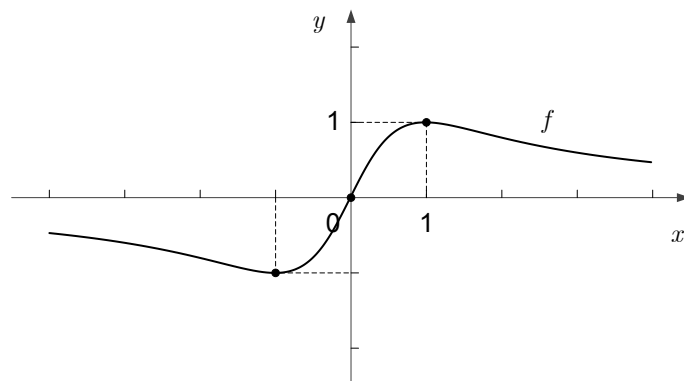
(2)
(5 točk)



6. Naj bosta $\vec{i} = (1, 0)$ in $\vec{j} = (0, 1)$ vektorja v ravnini \mathbb{R}^2 .
- 6.1. Določite $t \in \mathbb{R}$ tako, da bosta vektorja $\vec{u} = t \cdot \vec{i} + \vec{j}$ in $\vec{v} = 2 \cdot \vec{i} - \vec{j}$ pravokotna. (3)
- 6.2. Določite vse $s \in \mathbb{R}$ tako, da bosta vektorja $\vec{u} = s \cdot \vec{i} + \vec{j}$ in $\vec{v} = 2 \cdot \vec{i} + s \cdot \vec{j}$ vzporedna. (4)
(7 točk)



7. Na sliki je del grafa lihe funkcije $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Funkcija $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ je podana s predpisom $g(x) = 2x + 1$.



- 7.1. Zapišite funkcijske vrednosti:

$$f(-1) =$$

$$g^{-1}(-2) =$$

$$f(g(0)) =$$

(4)

- 7.2. Izračunajte:

$$\int_{-2}^2 f(x) dx =$$

$$\int_{-1}^3 g(x) dx =$$

(4)
(8 točk)



8. Naj bo dana funkcija f s predpisom $f(x) = x^4 - x^2$.

8.1. Izračunajte vse ničle funkcije f .

(2)

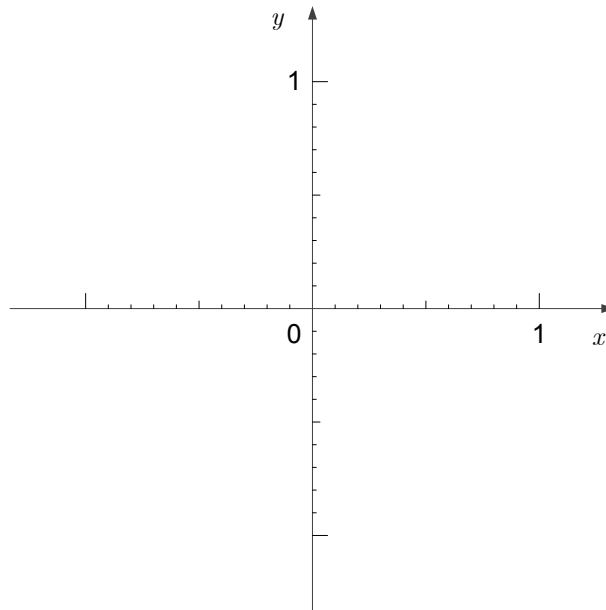
8.2. Izračunajte odvod f' .

(1)

8.3. Izračunajte vse lokalne ekstreme funkcije f .

(3)

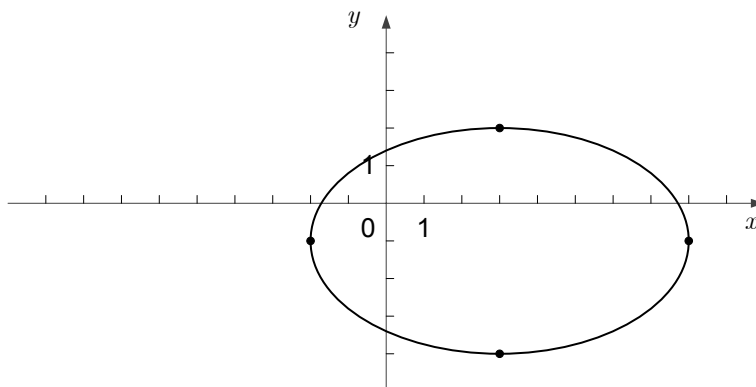
8.4. Narišite graf funkcije f .



(1)
(7 točk)



9. V ravnini je narisana elipsa s temeni $A(-2, -1)$, $B(3, -4)$, $C(8, -1)$ in $D(3, 2)$.



- 9.1. Zapišite enačbo narisane elipse.
- 9.2. Koliko je levo gorišče elipse oddaljeno od koordinatnega izhodišča?
Nalogo rešite brez uporabe računalja.

(4)

(3)
(7 točk)



11. Izračunajte limitu $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x + \pi) + 3x}{4x}$.

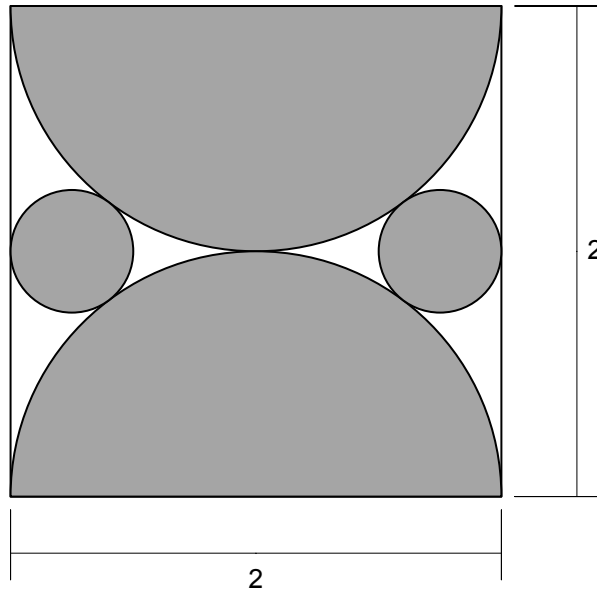
(5 točk)



M 1 9 2 4 0 1 1 1 1 5

V sivo polje ne pišite.

12. Izračunajte vsoto ploščin vseh osenčenih likov v kvadratu s stranico dolžine 2. Nalogo rešite brez uporabe računalja. Osenčeni liki so dve polovici kroga s premerom 2 in dva kroga. Kroga se dotikata obeh polkrogov in stranice kvadrata.



(7 točk)



REZERVNA STRAN