



Šifra kandidata:

Državni izpitni center



M 2 0 1 4 0 2 1 1

SPOMLADANSKI IZPITNI ROK

Višja raven
MATEMATIKA
≡≡≡ Izpitna pola 1 ≡≡≡

Sobota, 6. junij 2020 / 90 minut

Dovoljeno gradivo in pripomočki:

Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, računalno in geometrijsko orodje (šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo).

Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.

SPLOŠNA MATURA

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 12 kratkih nalog. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 80. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

Rešitve, ki jih pišete z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpišujte **v izpitno polo** v za to predvideni prostor. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Stran 16 je rezervna; uporabite jo le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na tej strani. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

Ta pola ima 16 strani, od tega 1 rezervno.



Formule

$a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1})$, če je n liho naravno število

$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$, če je $n \in \mathbb{N}$

Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$

Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$

Kotne funkcije polovičnih kotov:

$$\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}, \quad \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}, \quad \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

Adicijski izrek:

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

Faktorizacija:

$$\sin x \pm \sin y = 2 \sin \frac{x \pm y}{2} \cos \frac{x \mp y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$$

Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x+y) - \cos(x-y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)]$$

Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice $ax + by - c = 0$: $d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$

Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$

Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, če je $a > b$

Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$

Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

Kompozitum funkcij: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

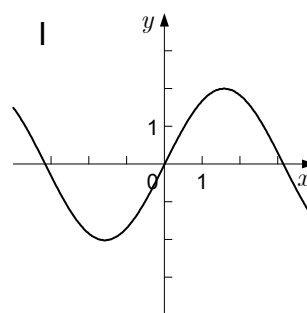
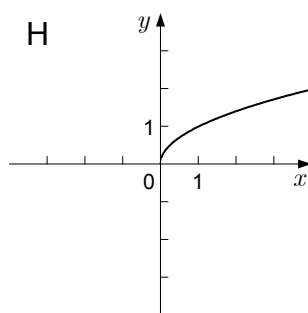
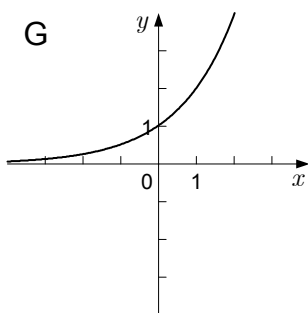
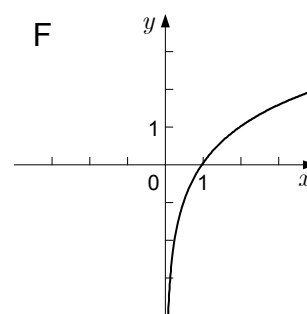
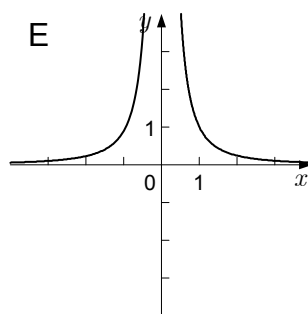
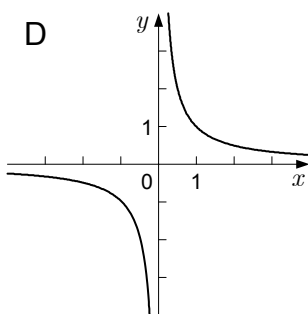
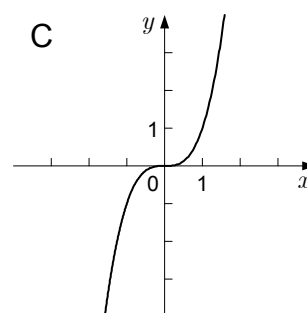
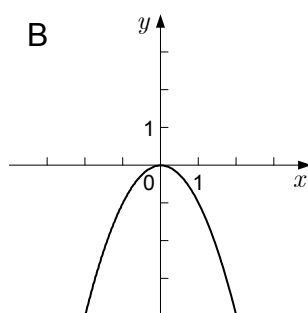
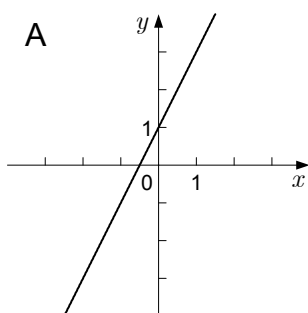
Bernoullijeva formula: $P(n, p, k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integral: $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$



1. V preglednici so podane funkcije. K vsaki funkciji zapišite črko grafa, ki ji ustreza (glejte rešeni primer).

Funkcija	Graf (zapišite črko, ki označuje graf funkcije)
$f: \mathbb{R}_0^+ \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{x}$	H
$f: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^{-1}$	
$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -x^2$	
$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2^x$	
$f: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^{-2}$	
$f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \log_2 x$	
$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^3$	



(6 točk)



M 2 0 1 4 0 2 1 1 0 5

2. Vsota dveh števil je enaka 5661. Drugo število je za 22 % vrednosti prvega števila večje od prvega števila. Izračunajte obe števili.

(5 točk)

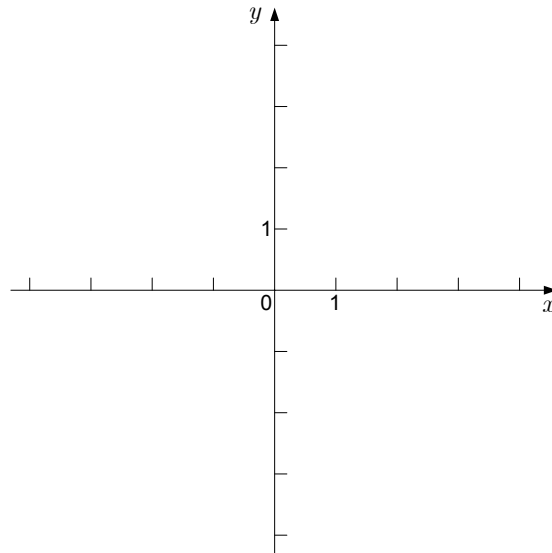


3. Skicirajte pravokotnik $ABCD$ in poltraka s skupnim izhodiščem v oglišču A , ki razpolavljata vsak po eno od stranic BC in CD . Izračunajte kot φ med danima poltrakoma, če je $|AB| = 6$ cm in $|AD| = 4$ cm.

(5 točk)



4. Dana je kvadratna funkcija f s predpisom $f(x) = -2x^2 - 4x$. Izračunajte ničli dane funkcije, izračunajte teme in narišite graf. Zapišite vse vrednosti x , za katere je $f(x) > 0$. Na katerem intervalu je funkcija naraščajoča? Zapišite največji tak interval. Rešite enačbo $f(x) = -10$. Nalogo rešite brez računalnika.



(8 točk)



5. Brez uporabe računalja rešite enačbi:

5.1.

$$9^{x-3} = 3\sqrt{3}$$

(3)

5.2.

$$\log_{\frac{1}{5}}(3x-2) = -2$$

(3)
(6 točk)



6. V kvadratu z oglišči A, B, C, D in stranico dolžine a je točka P razpolovišče stranice CD . Točka T leži na stranici BC tako, da je $|BT| : |TC| = 1 : 3$. Narišite skico. Z vektorjema $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ in $\vec{b} = \overrightarrow{AD}$ izrazite vektorja \overrightarrow{AT} in \overrightarrow{AP} . Preverite, da je skalarni produkt vektorjev \overrightarrow{AT} in \overrightarrow{AP} enak $\frac{3}{4}a^2$.

(7 točk)

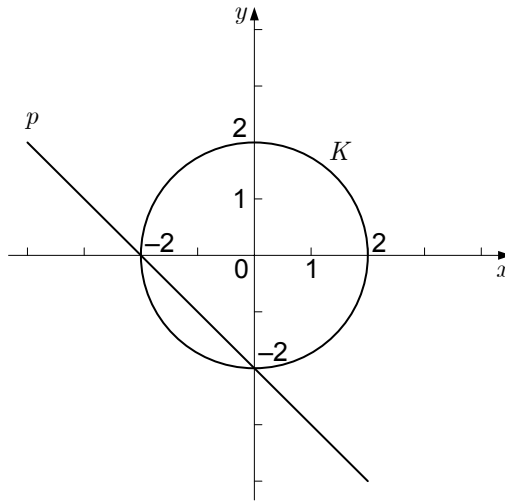


7. Naj bo $a \in \mathbb{Z}$. Vrednost izraza $(1 - \sin x)^2 + \cos^2 x - 2$ je enaka vrednosti izraza $a \cdot \sin x$ za vsak $x \in \mathbb{R}$. Izračunajte a . Za katere $x \in \mathbb{R}$ je vrednost tega izraza enaka 1?

(6 točk)



8. Na sliki sta narisani krožnica K in premica p .



- 8.1. Zapišite enačbi narisanih krivulj.

(3)

- 8.2. Izračunajte ploščino manjšega krožnega odseka, ki ga omejujeta premica p in krožnica K .

(4)
(7 točk)



9. Funkcija $f: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ ima predpis $f(x) = \frac{1}{x^2} - 2\cos x + e^{3x}$.

9.1. Izračunajte odvod funkcije f .

(3)

9.2. Izračunajte nedoločeni integral funkcije f .

(3)
(6 točk)



10. Dana so zaporedja s splošnimi členi $a_n = \frac{3n}{2n+1}$, $b_n = 2^n + 1$ in $c_n = 3^{-n}$.

10.1. Dokažite, da je zaporedje s splošnim členom a_n omejeno.

(3)

10.2. Dokažite, da je zaporedje s splošnim členom b_n naraščajoče.

(3)

10.3. Izračunajte $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ in $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n$.

(2)

(8 točk)



11. Dane so številke 1, 2, 3, 4 in 7.

11.1. Iz danih števk naključno sestavimo trimestno število, pri katerem se številke lahko ponavljajo. Kolikšna je verjetnost, da sestavimo število, ki je deljivo s 4?

(4)

11.2. Iz danih števk naključno sestavimo trimestno število, pri katerem se številke ne smejo ponavljati. Kolikšna je verjetnost, da sestavimo število, ki je deljivo s 3?

(4)

(8 točk)



12. V pravilni štiristrani piramidi je stranska višina v_1 za 4 cm daljša od višine piramide v . Izračunajte dolžino osnovnega roba piramide, če meri njena prostornina 22 cm^3 . Nalogo rešite brez uporabe računalna.

(8 točk)



REZERVNA STRAN