Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center

M 2 0 1 4 0 2 1 1 M

SPOMLADANSKI IZPITNI ROK
TAVASZI VIZSGAIDŐSZAK

Višja raven
Emelt szint

MATEMATIKA

Izpitna pola 1
1. feladatlap

Sobota, 6. junij 2020 / 90 minut
2020. június 6., szombat / 90 perc

Dovoljeno gradivo in pripomočki: Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, računalo in geometrijsko orodje (šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo). Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.

Engedélyezett segédeszközök:
A jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, számológépet, rajzeszközöket (körzőt, két háromszöget, esetleg vonalzót) hoz magával. A jelölt kap egy értékelő lapot, a vázlatkészítéshez pedig két pótlapot.

SPLOŠNA MATURA
ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Ta pola ima 20 strani, od tega 1 rezervno in 3 prazne.
A feladatlap 20 oldalas, ebből 1 tartalék és 3 üres.

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 12 kratkih nalog. Število točk, ki jih lahko doseželte, je 80. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

Rešitve, ki jih pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpisujte **v izpitno polo** v za to predvideni prostor. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Stran 17 je rezervna; uporabite jo le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na tej strani. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót!

Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg azt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

Ragassza vagy írja be kódszámát (a feladatlap első oldalának jobb felső sarkában levő keretbe és az értékelő lapra)! Kódszámát a pótlapokra is írja rá!

A feladatlap 12 rövid feladatot tartalmaz. Összesen 80 pontot érhet el. A feladatlapban a feladatok mellett feltüntettük az elérhető pontszámot is. A feladatok megoldásakor használhatja a 4. oldalon található standard képletgyűjteményt.

*Válaszait töltőtollal vagy golyóstollal írja a **feladatlap** erre kijelölt helyére! Rajzoláshoz használhat ceruzát is. Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd válaszát írja le újra! Az olvashatatlan megoldásokat és a nem egyértelmű javításokat 0 ponttal értékeljük. A 17. oldal tartalék; ide csak akkor írjon, ha elfogy a helye. Egyértelműen jelölje meg, melyik feladatok megoldását írta erre az oldalra! A pótlapokra készített vázlatokat az értékelés során nem vesszük figyelembe.*

A válasznak tartalmaznia kell a megoldásig vezető műveletsort az összes köztes számítással és következtetéssel együtt. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékeljék!

Bízzon önmagában és képességeiben! Eredményes munkát kívánunk!

Formule

$a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - .... + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1})$, če je n liho naravno število

$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + ... + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$, če je $n \in \mathbb{N}$

Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$

Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$

Kotne funkcije polovičnih kotov:

$\sin^2\frac{x}{2} = \frac{1-\cos x}{2}$, $\cos^2\frac{x}{2} = \frac{1+\cos x}{2}$, $\tan\frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1+\cos x}$

Adicijski izrek:

$\sin(x+y) = \sin x\cos y + \cos x\sin y$

$\cos(x+y) = \cos x\cos y - \sin x\sin y$

$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x\tan y}$

Faktorizacija:

$\sin x \pm \sin y = 2\sin\frac{x\pm y}{2}\cos\frac{x\mp y}{2}$

$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x\pm y)}{\cos x\cos y}$

Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$\sin x\sin y = -\frac{1}{2}[\cos(x+y) - \cos(x-y)]$

$\cos x\cos y = \frac{1}{2}[\cos(x+y) + \cos(x-y)]$

$\sin x\cos y = \frac{1}{2}[\sin(x+y) + \sin(x-y)]$

Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice $ax + by - c = 0$: $d(T_0, p) = \left|\frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$

Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$, $C(x_3,y_3)$:

$S = \frac{1}{2}\left|(x_2-x_1)(y_3-y_1) - (x_3-x_1)(y_2-y_1)\right|$

Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2, \varepsilon = \frac{e}{a}$, če je $a > b$

Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$

Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

Kompozitum funkcij: $(g\circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoullijeva formula: $P(n,p,k) = \binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$

Integral: $\int\frac{dx}{x^2+a^2} = \frac{1}{a}\arctan\frac{x}{a} + C$

Képletek

$a^n + b^n = (a+b)\left(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - .... + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, ha n páratlan természetes szám

$a^n - b^n = (a-b)\left(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + ... + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, ha $n \in \mathbb{N}$

A derékszögű háromszög magasságtétele és befogótétele: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$

A háromszög köré írt kör és a háromszögbe írt kör sugara: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$

A félszögek szögfüggvényei:

$\sin^2\frac{x}{2} = \frac{1-\cos x}{2}$, $\cos^2\frac{x}{2} = \frac{1+\cos x}{2}$, $\tan\frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1+\cos x}$

Addíciós tételek:

$\sin(x+y) = \sin x\cos y + \cos x\sin y$

$\cos(x+y) = \cos x\cos y - \sin x\sin y$

$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1-\tan x\tan y}$

Összegek szorzattá történő átalakításának képletei:

$\sin x \pm \sin y = 2\sin\frac{x\pm y}{2}\cos\frac{x\mp y}{2}$

$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x\pm y)}{\cos x\cos y}$

A szorzatok összeggé történő átalakításának képletei:

$\sin x\sin y = -\frac{1}{2}\left[\cos(x+y) - \cos(x-y)\right]$

$\cos x\cos y = \frac{1}{2}\left[\cos(x+y) + \cos(x-y)\right]$

$\sin x\cos y = \frac{1}{2}\left[\sin(x+y) + \sin(x-y)\right]$

A $T_0(x_0, y_0)$ pont távolsága az $ax+by-c=0$ egyenletű egyenestől: $d(T_0, p) = \left|\frac{ax_0+by_0-c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$

Az $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$, $C(x_3,y_3)$ csúcsú háromszög területe:

$S = \frac{1}{2}\left|(x_2-x_1)(y_3-y_1)-(x_3-x_1)(y_2-y_1)\right|$

Ellipszis: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, ha $a > b$

Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$

Parabola: $y^2 = 2px$, $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ a parabola fókuszpontja

Összetett (kompozítum) függvény: $(g\circ f)(x) = g(f(x))$

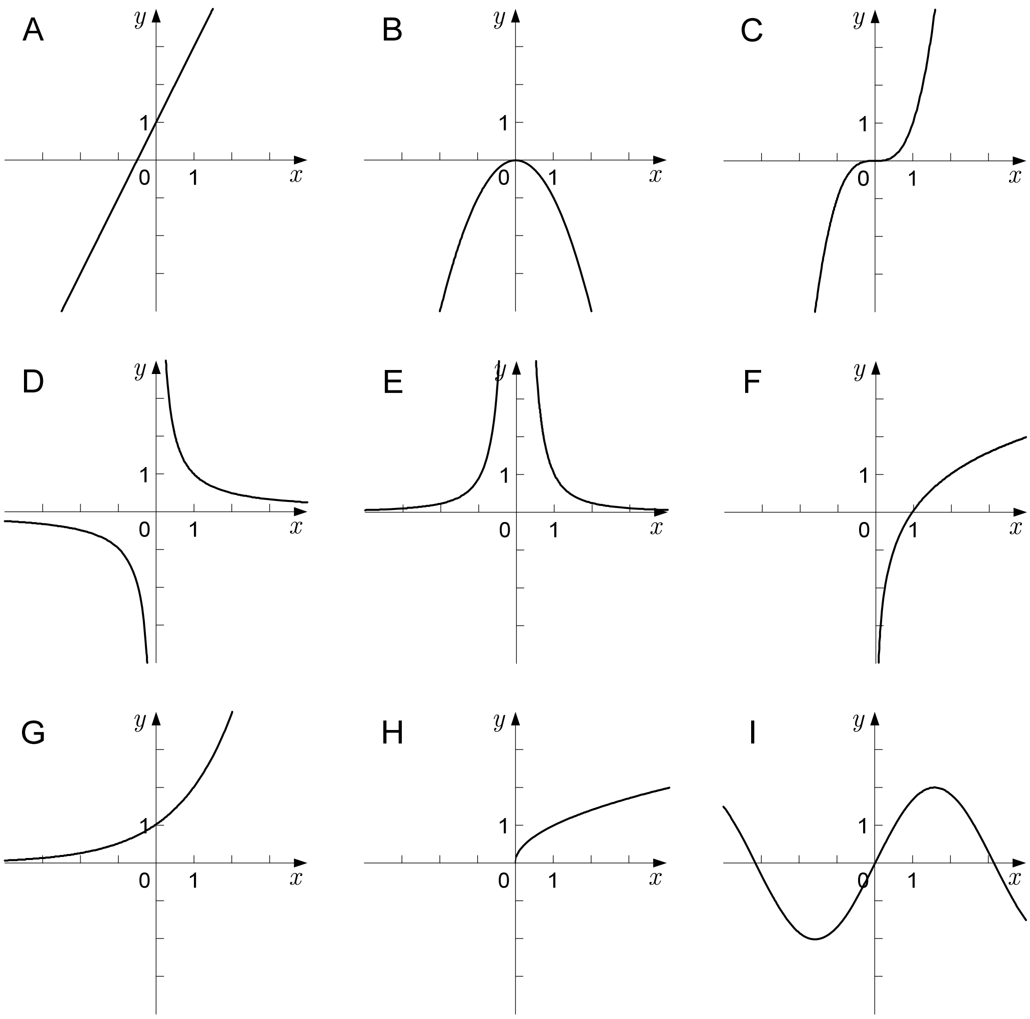
Bernoulli-képlet: $P(n,p,k) = \binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$

Integrál: $\int\frac{dx}{x^2+a^2} = \frac{1}{a}\operatorname{arc}\tan\frac{x}{a} + C$

1. V preglednici so podane funkcije. K vsaki funkciji zapišite črko grafa, ki ji ustreza (glejte rešeni primer).

   A táblázatban függvényeket adtunk meg. Minden függvény mellé írja oda a megfelelő grafikon betűjelét (nézze meg a megoldott példát)!

Funkcija *Függvény*	Graf (zapišite črko, ki označuje graf funkcije) *Grafikon* *(írja be a függvénygrafikon betűjelét)*
$\boldsymbol{f:\mathbb{R}_0^{+}\to\mathbb{R},\ f(x)=\sqrt{x}}$	H
$f:\mathbb{R}-\{0\}\to\mathbb{R},\ f(x)=x^{-1}$	
$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=-x^{2}$	
$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=2^{x}$	
$f:\mathbb{R}-\{0\}\to\mathbb{R},\ f(x)=x^{-2}$	
$f:\mathbb{R}^{+}\to\mathbb{R},\ f(x)=\log_2 x$	
$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=x^{3}$	



(6 točk/pont)

2. Vsota dveh števil je enaka 5661. Drugo število je za 22 % vrednosti prvega števila večje od prvega števila. Izračunajte obe števili.

   Két szám összege 5661. A második szám az első szám 22%-ával nagyobb az első számnál. Számítsa ki mindkét számot!

(5 točk/pont)

3. Skicirajte pravokotnik $ABCD$ in poltraka s skupnim izhodiščem v oglišču A, ki razpolavljata vsak po eno od stranic BC in CD. Izračunajte kot φ med danima poltrakoma, če je $|AB| = 6$ cm in $|AD| = 4$ cm.

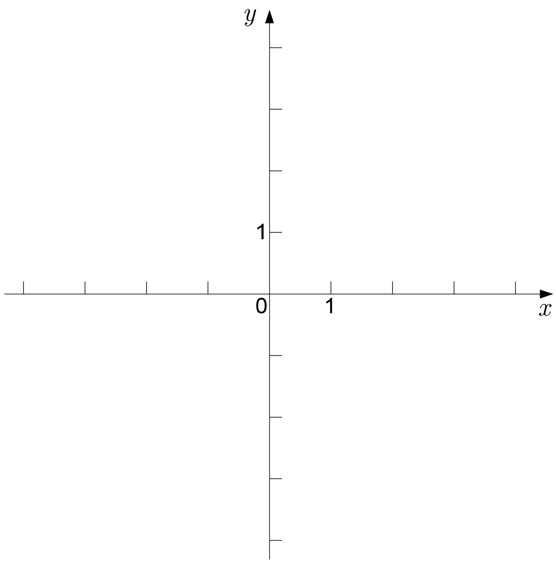
Készítse el az $ABCD$ téglalap ábráját. Vázoljon rajta két A kezdőpontú félegyenest, amelyek közül az egyik felezi a BC, a másik pedig a CD oldalt. Számítsa ki az adott félegyenesek φ hajlásszögét, ha $|AB| = 6$ cm és $|AD| = 4$ cm!

(5 točk/pont)

M 2 0 1 4 0 2 1 1 M 0 8

4. Dana je kvadratna funkcija f s predpisom $f(x) = -2x^2 - 4x$. Izračunajte ničli dane funkcije, izračunajte teme in narišite graf. Zapišite vse vrednosti x, za katere je $f(x) > 0$. Na katerem intervalu je funkcija naraščajoča? Zapišite največji tak interval. Rešite enačbo $f(x) = -10$. Nalogo rešite brez računala.

Adott az $f(x) = -2x^2 - 4x$ hozzárendelési szabállyal megadott f másodfokú függvény. Számítsa ki a megadott függvény zérushelyeit, tengelypontját, és ábrázolja a grafikonját! Írja fel az x összes értékét, amelyre $f(x) > 0$! Mely intervallumon növekvő a függvény? Írja fel a legnagyobb ilyen intervallumot! Oldja meg az $f(x) = -10$ egyenletet! A feladatot számológép használata nélkül oldja meg!



(8 točk/pont)

5. Brez uporabe računala rešite enačbi:

Számológép használata nélkül oldja meg a következő egyenleteket:

5.1.

$$9^{x-3} = 3\sqrt{3}$$

(3)

5.2.

$$\log_{\frac{1}{5}}(3x-2) = -2$$

(3)

(6 točk/pont)

M 2 0 1 4 0 2 1 1 M 1 0

6. V kvadratu z oglišči A, B, C, D in stranico dolžine a je točka P razpolovišče stranice CD. Točka T leži na stranici BC tako, da je $|BT|:|TC| = 1:3$. Narišite skico. Z vektorjema $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ in $\vec{b} = \overrightarrow{AD}$ izrazite vektorja $\overrightarrow{AT}$ in $\overrightarrow{AP}$. Preverite, da je skalarni produkt vektorjev $\overrightarrow{AT}$ in $\overrightarrow{AP}$ enak $\frac{3}{4}a^2$.

Az A, B, C, D csúcsú négyzet oldalhosszúsága a, a CD oldal felezőpontja a P pont. A T pont illeszkedik a BC szakaszra úgy, hogy fennáll: $|BT|:|TC| = 1:3$. Készítsen ábrát! Fejezze ki az $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ és $\vec{b} = \overrightarrow{AD}$ vektorokkal az $\overrightarrow{AT}$ és $\overrightarrow{AP}$ vektorokat! Ellenőrizze, hogy az $\overrightarrow{AT}$ és $\overrightarrow{AP}$ vektorok skaláris szorzata egyenlő-e $\frac{3}{4}a^2$-nal!

(7 točk/pont)

V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*

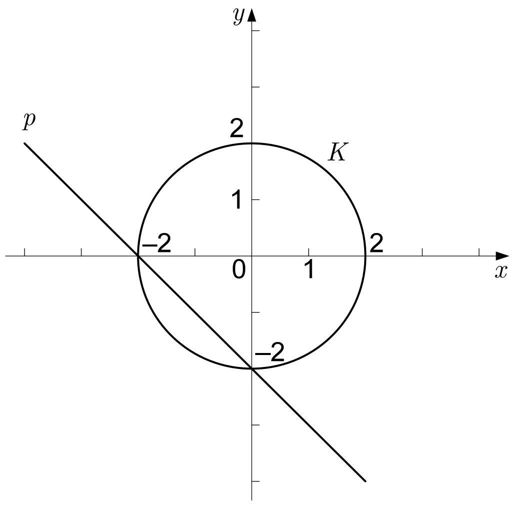
7. Naj bo $a \in \mathbb{Z}$. Vrednost izraza $(1-\sin x)^2 + \cos^2 x - 2$ je enaka vrednosti izraza $a \cdot \sin x$ za vsak $x \in \mathbb{R}$. Izračunajte a. Za katere $x \in \mathbb{R}$ je vrednost tega izraza enaka 1?

Legyen $a \in \mathbb{Z}$. Az $(1-\sin x)^2 + \cos^2 x - 2$ kifejezés helyettesítési értéke egyenlő az $a \cdot \sin x$ kifejezés helyettesítési értékével minden $x \in \mathbb{R}$ esetén. Számítsa ki az a -t! Mely $x \in \mathbb{R}$ esetén lesz a kifejezés helyettesítési értéke egyenlő 1-gyel?

(6 točk/pont)

8. Na sliki sta narisani krožnica K in premica p.

A képen a K körvonal és a p egyenes látható.



8.1. Zapišite enačbi narisanih krivulj.

Írja fel mindkét lerajzolt görbe egyenletét!

(3)

8.2. Izračunajte ploščino manjšega krožnega odseka, ki ga omejujeta premica p in krožnica K.

Számítsa ki a p egyenes és a K körvonal által határolt kisebb körszelet területét!

(4)
(7 točk/pont)

9. Funkcija $f:\mathbb{R}-\{0\}\to\mathbb{R}$ ima predpis $f(x)=\frac{1}{x^2}-2\cos x+\mathrm{e}^{3x}$.

Adott az $f(x)=\frac{1}{x^2}-2\cos x+\mathrm{e}^{3x}$ *hozzárendelési szabállyal megadott* $f:\mathbb{R}-\{0\}\to\mathbb{R}$ *függvény.*

9.1. Izračunajte odvod funkcije f .

Számítsa ki az f függvény deriváltját!

(3)

9.2. Izračunajte nedoločeni integral funkcije f .

Számítsa ki az f függvény határozatlan integrálját!

(3)
(6 točk/pont)

10. Dana so zaporedja s splošnimi členi $a_n = \frac{3n}{2n+1}$, $b_n = 2^n + 1$ in $c_n = 3^{-n}$.

Adott három sorozat a következő általános tagokkal: $a_n = \frac{3n}{2n+1}$, $b_n = 2^n + 1$ *és* $c_n = 3^{-n}$.

10.1. Dokažite, da je zaporedje s splošnim členom a_n omejeno.

Bizonyítsa be, hogy az a_n *általános tagú sorozat korlátos!*

(3)

10.2. Dokažite, da je zaporedje s splošnim členom b_n naraščajoče.

Bizonyítsa be, hogy a b_n *általános tagú sorozat növekvő!*

(3)

10.3. Izračunajte $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$ in $\lim\limits_{n\to\infty} c_n$.

Számítsa ki a $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$ *és a* $\lim\limits_{n\to\infty} c_n$ *határértékeket!*

(2)

(8 točk/pont)

11. Dane so števke 1, 2, 3, 4 in 7.

    Adottak a következő számjegyek: 1, 2, 3, 4 és 7.

    11.1. Iz danih števk naključno sestavimo trimestno število, pri katerem se števke lahko ponavljajo. Kolikšna je verjetnost, da sestavimo število, ki je deljivo s 4?

    Az adott számjegyekkel véletlenszerűen háromjegyű számot képezünk, a számjegyek ismétlődhetnek. Mennyi a valószínűsége, hogy az így keletkezett szám osztható 4-gyel?

    (4)

    11.2. Iz danih števk naključno sestavimo trimestno število, pri katerem se števke ne smejo ponavljati. Kolikšna je verjetnost, da sestavimo število, ki je deljivo s 3?

    Az adott számjegyekkel véletlenszerűen háromjegyű számot képezünk, a számjegyek nem ismétlődhetnek. Mennyi a valószínűsége, hogy az így keletkezett szám osztható 3-mal?

    (4)
    (8 točk/pont)

12. V pravilni štiristrani piramidi je stranska višina v_1 za $4\ \text{cm}$ daljša od višine piramide v.

 Izračunajte dolžino osnovnega roba piramide, če meri njena prostornina $22\ \text{cm}^3$. Nalogo rešite brez uporabe računala.

 A szabályos négyoldalú gúla v_1 *oldalmagassága* $4\ \text{cm}$ *-rel hosszabb a gúla* v *magasságánál.*

 Számítsa ki a gúla alapélének hosszúságát, ha a térfogata $22\ \text{cm}^3$ *! A feladatot számológép használata nélkül oldja meg!*

(8 točk/pont)

REZERVNA STRAN
TARTALÉK OLDAL

V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*

Prazna stran

Üres oldal

Prazna stran

Üres oldal

Prazna stran

Üres oldal