Š i f r a   k a n d i d a t a :
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center

M 2 0 2 4 0 1 1 1 M

JESENSKI IZPITNI ROK
ŐSZI VIZSGAIDŐSZAK

Osnovna raven
Alapszint

MATEMATIKA

Izpitna pola 1
1. feladatlap

Torek, 25. avgust 2020 / 120 minut
2020. augusztus 25., kedd / 120 perc

Dovoljeno gradivo in pripomočki: Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, računalo in geometrijsko orodje (šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo). Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.

Engedélyezett segédeszközök:
A jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, számológépet, rajzeszközöket (körzőt, két háromszöget, esetleg vonalzót) hoz magával. A jelölt kap egy értékelő lapot, a vázlatkészítéshez pedig két pótlapot.

SPLOŠNA MATURA
ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Ta pola ima 20 strani, od tega 1 rezervno in 3 prazne.
A feladatlap 20 oldalas, ebből 1 tartalék és 3 üres.

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 12 kratkih nalog. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 80. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

Rešitve, ki jih pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpisujte **v izpitno polo** v za to predvideni prostor. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Stran 17 je rezervna; uporabite jo le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na tej strani. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót!

Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg azt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

Ragassza vagy írja be kódszámát (a feladatlap első oldalának jobb felső sarkában levő keretbe és az értékelő lapra)! Kódszámát a pótlapokra is írja rá!

A feladatlap 12 rövid feladatot tartalmaz. Összesen 80 pontot érhet el. A feladatlapban a feladatok mellett feltüntettük az elérhető pontszámot is. A feladatok megoldásakor használhatja a 4. oldalon található standard képletgyűjteményt.

*Válaszait töltőtollal vagy golyóstollal írja a **feladatlap** erre kijelölt helyére! Rajzoláshoz használhat ceruzát is. Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd válaszát írja le újra! Az olvashatatlan megoldásokat és a nem egyértelmű javításokat 0 ponttal értékeljük. A 17. oldal tartalék; ide csak akkor írjon, ha elfogy a helye. Egyértelműen jelölje meg, melyik feladatok megoldását írta erre az oldalra! A pótlapokra készített vázlatokat az értékelés során nem vesszük figyelembe.*

A válasznak tartalmaznia kell a megoldásig vezető műveletsort az összes köztes számítással és következtetéssel együtt. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékeljék!

Bízzon önmagában és képességeiben! Eredményes munkát kívánunk!

Formule

$a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - .... + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1})$, če je n liho naravno število

$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + ... + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$, če je $n \in \mathbb{N}$

Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$

Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$

Kotne funkcije polovičnih kotov:

$\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1-\cos x}{2}$, $\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1+\cos x}{2}$, $\tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1+\cos x}$

Adicijski izrek:

$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$

$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$

$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$

Faktorizacija:

$\sin x \pm \sin y = 2 \sin \frac{x \pm y}{2} \cos \frac{x \mp y}{2}$

$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$, $\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$

$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$

Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$\sin x \sin y = -\frac{1}{2}[\cos(x+y) - \cos(x-y)]$

$\cos x \cos y = \frac{1}{2}[\cos(x+y) + \cos(x-y)]$

$\sin x \cos y = \frac{1}{2}[\sin(x+y) + \sin(x-y)]$

Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice $ax + by - c = 0$: $d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$

Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$S = \frac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|$

Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2, \varepsilon = \frac{e}{a}$, če je $a > b$

Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$

Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

Kompozitum funkcij: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoullijeva formula: $P(n,p,k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integral: $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$

Képletek

$a^n + b^n = (a+b)\left(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - .... + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, *ha* n *páratlan természetes szám*

$a^n - b^n = (a-b)\left(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + ... + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, *ha* $n \in \mathbb{N}$

A derékszögű háromszög magasságtétele és befogótétele: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$

A háromszög köré írt kör és a háromszögbe írt kör sugara: $R = \dfrac{abc}{4S}$, $r = \dfrac{S}{s}$, $s = \dfrac{a+b+c}{2}$

A félszögek szögfüggvényei:

$\sin^2\dfrac{x}{2} = \dfrac{1-\cos x}{2}$, $\cos^2\dfrac{x}{2} = \dfrac{1+\cos x}{2}$, $\tan\dfrac{x}{2} = \dfrac{\sin x}{1+\cos x}$

Addíciós tételek:

$\sin(x+y) = \sin x\cos y + \cos x\sin y$

$\cos(x+y) = \cos x\cos y - \sin x\sin y$

$\tan(x+y) = \dfrac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x\tan y}$

Összegek szorzattá történő átalakításának képletei:

$\sin x \pm \sin y = 2\sin\dfrac{x \pm y}{2}\cos\dfrac{x \mp y}{2}$

$\cos x + \cos y = 2\cos\dfrac{x+y}{2}\cos\dfrac{x-y}{2}$, $\cos x - \cos y = -2\sin\dfrac{x+y}{2}\sin\dfrac{x-y}{2}$

$\tan x \pm \tan y = \dfrac{\sin(x \pm y)}{\cos x\cos y}$

A szorzatok összeggé történő átalakításának képletei:

$\sin x\sin y = -\dfrac{1}{2}\left[\cos(x+y) - \cos(x-y)\right]$

$\cos x\cos y = \dfrac{1}{2}\left[\cos(x+y) + \cos(x-y)\right]$

$\sin x\cos y = \dfrac{1}{2}\left[\sin(x+y) + \sin(x-y)\right]$

A $T_0(x_0, y_0)$ *pont távolsága az* $ax + by - c = 0$ *egyenletű egyenestől:* $d(T_0, p) = \left|\dfrac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$

Az $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ *csúcsú háromszög területe:*

$S = \dfrac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|$

Ellipszis: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \dfrac{e}{a}$, *ha* $a > b$

Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$

Parabola: $y^2 = 2px$, $G\left(\dfrac{p}{2}, 0\right)$ *a parabola fókuszpontja*

Összetett (kompozítum) függvény: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoulli-képlet: $P(n,p,k) = \binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$

Integrál: $\displaystyle\int \frac{\mathrm{d}x}{x^2+a^2} = \frac{1}{a}\operatorname{arc\,tan}\frac{x}{a} + C$

1. Rešite naloge, zapisane v levem stolpcu preglednice. Rešitve zapišite v desni stolpec. Glejte rešeni primer.

Oldja meg a táblázat bal oldali oszlopában található feladatokat! A megoldásokat írja a jobb oldali oszlopba! Nézze meg a megoldott példát!

Zapišite zalogo vrednosti funkcije s predpisom $f(x)=3^x$. ***Írja fel az $f(x)=3^x$ hozzárendelési szabállyal megadott függvény értékkészletét!***	$Z_f=(0,\ \infty)$
Število $a=\sqrt{\sqrt[3]{5}}$ zapišite v obliki $a=\sqrt[n]{5}$. *Az $a=\sqrt{\sqrt[3]{5}}$ számot írja fel $a=\sqrt[n]{5}$ alakban!*	$a=$
V množici $\mathbb{C}$ rešite enačbo $x^2+9=0$. *A $\mathbb{C}$ halmazban oldja meg az $x^2+9=0$ egyenletet!*	$x_1=$, $x_2=$
Izračunajte skalarni produkt vektorjev $\vec{a}=(-1,\ 3,\ 2)$ in $\vec{b}=(2,\ 1,\ 5)$. *Számítsa ki az $\vec{a}=(-1,\ 3,\ 2)$ és $\vec{b}=(2,\ 1,\ 5)$ vektorok skaláris szorzatát!*	$\vec{a}\cdot\vec{b}=$
Rešite enačbo $\cos x=-1$. *Oldja meg a $\cos x=-1$ egyenletet!*	
Določite limito zaporedja s splošnim členom $a_n=\dfrac{3n-1}{2n+5}$. *Határozza meg az $a_n=\dfrac{3n-1}{2n+5}$ általános tagú sorozat határértékét!*	$\lim\limits_{n\to\infty} a_n=$

(7 točk/pont)

2. Naj bo n realno število in $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ funkcija s predpisom $f(x)=-2x+n$.

Legyen az n valós szám, és az $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ függvény hozzárendelési szabálya pedig $f(x)=-2x+n$.

2.1. Če je $n=-5$, izračunajte $f(-7)$ in ničlo funkcije f.

Számítsa ki az $f(-7)$ értékét és az f függvény zérushelyét, ha $n=-5$!

(3)

2.2. Izračunajte n, če je $f(3)=5$.

Számítsa ki az n értékét, ha $f(3)=5$!

(2)

2.3. Izračunajte n, če je $f^{-1}(2)=4$, pri čemer je f^{-1} inverzna funkcija funkcije f.

Számítsa ki az n értékét, ha $f^{-1}(2)=4$, ahol az f^{-1} az f függvény inverzfüggvénye!

(2)
(7 točk/pont)

3. Poraba avtomobila je 6 litrov goriva na 100 kilometrov, kombi pa z litrom goriva prevozi 12 kilometrov. Koliko več goriva od avtomobila je porabil kombi, če sta obe vozili prevozili po 350 kilometrov? Rezultat zaokrožite na tisočine litra.

   Az autó fogyasztása: 6 liter üzemanyag 100 kilométeren, a kisbusz pedig egy liter üzemanyaggal 12 kilometert tesz meg. Mennyivel több üzemanyagot fogyasztott a kisbusz az autónál, ha mindkét jármű 350-350 kilometert tett meg? Az eredményt kerekítse ezredliterre!

   (5 točk/pont)

4. V aritmetičnem zaporedju je drugi člen enak 39, peti pa 30.

A számtani sorozat második tagja 39, *ötödik tagja pedig* 30.

4.1. Izračunajte diferenco, prvi člen in 37. člen danega zaporedja.

Számítsa ki a megadott sorozat különbségét, az első tagját és a 37. tagját!

(4)

4.2. Izračunajte vsoto prvih 50 členov danega zaporedja.

Számítsa ki a megadott sorozat első 50 tagjának összegét!

(2)
(6 točk/pont)

5. V posodi je 18 kroglic. Polovica je belih, tretjina je modrih, preostale so rdeče.

   Az edényben 18 gömböcske van. A fele fehér, a harmada kék, a többi piros.

   5.1. Naključno izberemo eno kroglico. Kolikšna je verjetnost dogodka A, da je izbrana rdeča kroglica?

   Találomra kiválasztunk egy gömböcskét. Mekkora annak az A eseménynek a valószínűsége, hogy a kiválasztott gömböcske piros színű?

   (2)

   5.2. Naključno hkrati izberemo dve kroglici. Kolikšna je verjetnost dogodka B, da sta obe kroglici beli?

   Találomra egyszerre kiválasztunk két gömböcskét. Mekkora annak az B eseménynek a valószínűsége, hogy mindkét kiválasztott gömböcske fehér színű?

   (3)

   5.3. Naključno hkrati izberemo tri kroglice. Kolikšna je verjetnost dogodka C, da so izbrane kroglice treh različnih barv?

   Találomra egyszerre kiválasztunk három gömböcskét. Mekkora annak az C eseménynek a valószínűsége, hogy a kiválasztott gömböcskék három különböző színűek?

   (3)

   (8 točk/pont)

M 2 0 2 4 0 1 1 1 M 1 0

6. V trikotniku ABC je dolžina stranice AB enaka $c = |AB| = 2$ cm, dolžina stranice AC je enaka $b = |AC| = \sqrt{2}$ cm in velikost kota $\sphericalangle ABC$ je enaka $\beta = 30°$. Izračunajte dolžino stranice BC. Zapišite obe rešitvi. Rezultat zaokrožite na stotinko centimetra.

Az ABC háromszög AB oldalának hosszúsága $c = |AB| = 2$ cm, az AC oldalának hosszúsága $b = |AC| = \sqrt{2}$ cm, az $\sphericalangle ABC$ szög nagysága $\beta = 30°$. Számítsa ki a BC oldal hosszúságát! Írja fel mindkét megoldást! Az eredményt kerekítse századcentiméterre!

(5 točk/pont)

V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*

7. Dana je krožnica z enačbo $x^2 + y^2 - 24x + 6y + 128 = 0$.

   Adott az $x^2 + y^2 - 24x + 6y + 128 = 0$ egyenletű körvonal.

   7.1. Izračunajte središče S in polmer r dane krožnice.

   Számítsa ki a körvonal S középpontját és r sugarát!

   (4)

   7.2. Koliko je dolga najdaljša tetiva dane krožnice?

   Milyen hosszú az adott körvonal leghosszabb húrja?

   (1)

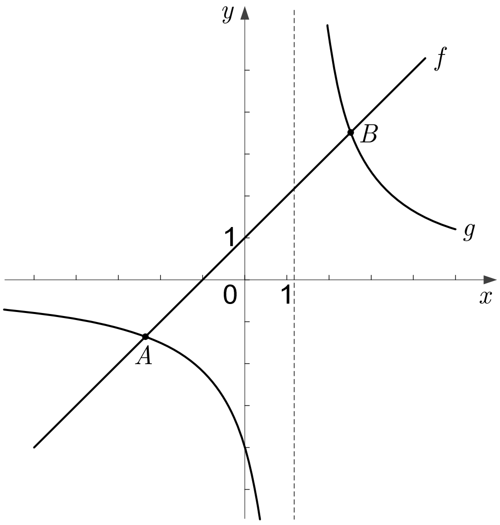
   7.3. Na krožnici narišemo točki A in B, ki sta ena od druge oddaljeni za 5 enot. Koliko stopinj meri ostri kot $\sphericalangle ASB$?

   A körvonalon kiválasztjuk az A és a B pontot, amelyek 5 egység távolságra vannak egymástól. Hány fokos az $\sphericalangle ASB$ hegyesszög?

   (2)
   (7 točk/pont)

8. V ravnini, opremljeni s koordinatnim sistemom, sta narisana grafa funkcij f in g s predpisoma $f(x) = x+1$ in $g(x) = \dfrac{28}{6x-7}$ ter njuni presečišči A in B.

Egy koordináta-rendszerrel felszerelt síkban ábrázoltuk az $f(x) = x+1$ *és* $g(x) = \dfrac{28}{6x-7}$ *hozzárendelési szabállyal megadott* f *és* g *függvények grafikonját, valamint az* A *és* B *metszéspontjukat.*



8.1. Izračunajte koordinate točk A in B. Koordinate zapišite v obliki okrajšanih ulomkov.

Számítsa ki az A *és* B *pontok koordinátáit! A koordinátákat redukált (tovább nem egyszerűsíthető) tört alakban írja le!*

(4)

8.2. Koliko je presečišče A oddaljeno od vodoravne asimptote grafa funkcije g? Zapišite odgovor.

Mekkora az A *metszéspont távolsága a* g *függvény grafikonjának vízszintes asszimptotájától? Írja le a választ!*

(2)

8.3. Koliko je presečišče B oddaljeno od navpične asimptote grafa funkcije g? Zapišite odgovor.

Mekkora az B *metszéspont távolsága a* g *függvény grafikonjának függőleges asszimptotájától? Írja le a választ!*

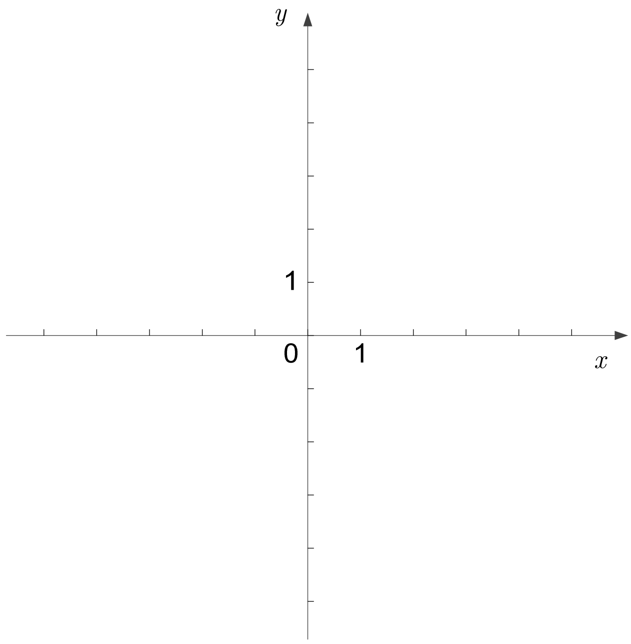
(2)
(8 točk/pont)

9. Dana je funkcija $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ s predpisom $f(x)=4^x-2$.

Adott az $f(x)=4^x-2$ hozzárendelési szabállyal megadott $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ függvény.

9.1. Izračunajte ničlo in začetno vrednost funkcije f, zapišite enačbo vodoravne asimptote grafa funkcije f in graf narišite.

Számítsa ki az f függvény zérushelyét, 0 helyen felvett helyettesítési értékét, írja fel az f függvény grafikonjának vízszintes asszimptotáját, és a grafikont ábrázolja is!



(4)

9.2. Izračunajte, pod kolikšnim kotom graf funkcije f seka abscisno os. Kot zaokrožite na minuto.

Számítsa ki, az f függvény grafikonja mekkora szögben metszi az abszcisszatengelyt! A szöget kerekítse percekre!

(4)
(8 točk/pont)

10. Za vsako naravno število n je $z_n = \mathrm{i}^n$ kompleksno število, pri čemer je i imaginarna enota.

Minden n természetes szám esetén a $z_n = \mathrm{i}^n$ komplex szám, amelyben i a képzetes egység.

10.1. Izračunajte z_1, z_2, z_3 in z_4.

Számítsa ki a z_1, z_2, z_3 és z_4 értékeket!

(2)

10.2. Izračunajte $z_{2019} + \overline{z_{2020}}$.

Számítsa ki a $z_{2019} + \overline{z_{2020}}$ értékét!

(4)

10.3. Poiščite vsa naravna števila n, za katera je z_n realno število.

Írja fel az összes n természetes számot, amelyre a z_n valós szám!

(1)
(7 točk/pont)

11. Za funkcijo $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ velja, da je $f(1)=1$ in $f'(x)=2x-1$ za vsak $x\in\mathbb{R}$. Zapišite predpis funkcije f.

Az $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ függvényre fennáll, hogy $f(1)=1$ és $f'(x)=2x-1$ minden $x\in\mathbb{R}$ esetén. Írja fel az f függvény hozzárendelési szabályát!

(6 točk/pont)

M 2 0 2 4 0 1 1 1 M 1 6

12. Na mizi stojita majhna in velika žoga tako, da se dotikata. Obe imata obliko krogle. Velika žoga ima polmer 15 cm in se mize dotika v točki A. Majhna žoga ima polmer 5 cm in se mize dotika v točki B. Nalogo rešite brez uporabe računala.

Az asztalon egy kis és egy nagy labda áll úgy, hogy egymást értintik. Mindkettő gömb alakú. A nagy labda sugara 15 cm *, és az asztalt az* A *pontban érinti. A kisebb labda sugara* 5 cm *, és az asztalt a* B *pontban érinti. A feladatot számológép használata nélkül oldja meg!*

12.1. Izračunajte prostornino velike žoge.

Számítsa ki a nagy labda térfogatát!

(2)

12.2. Kolikšna je razdalja med točkama A in B?

Mekkora az A *és* B *pontok távolsága?*

(4)
(6 točk/pont)

V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*

REZERVNA STRAN
TARTALÉK OLDAL

Prazna stran

Üres oldal

Prazna stran

Üres oldal

M202401111M20

Prazna stran

Üres oldal