



Državni izpitni center



JESENSKI IZPITNI ROK

Osnovna in višja raven
MATEMATIKA

NAVODILA ZA OCENJEVANJE

Torek, 25. avgust 2020

SPLOŠNA MATURA

Moderirana različica

IZPITNA POLA 1

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
1	1	♦ zapisano število $a = \sqrt[9]{5}$	
	2	♦ rešitvi $x_1 = 3i$, $x_2 = -3i$	1 + 1
	1	♦ skalarni produkt $\vec{a} \cdot \vec{b} = 11$	
	2	♦ rešitev enačbe, npr. $x \in \{\pi + 2k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$	Le rešitev, npr. $x = \pi$... 1 točka.
	1	♦ limita zaporedja $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{3}{2}$	
Skupaj	7		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
2.1	1	♦ izračunana vrednost $f(-7) = 9$	
	2	♦ izračunana ničla, npr. $x = -\frac{5}{2}$	Le zapis enačbe, npr. $f(x) = 0$... 1 točka.
2.2	2	♦ izračunan $n = 11$	Zapisana enačba, npr. $-6 + n = 5$... *1 točka.
2.3	1. način		
	2	♦ izračunan $n = 10$	Le postopek za izračun inverzne funkcije, npr. $x = -2y + n$... *1 točka.
2. način	2	♦ izračunan $n = 10$	Zapis ali ugotovitev, da je $f(4) = 2$... *1 točka.
	7		
Skupaj	7		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
3	5	♦ rešitev, npr.: Kombi je porabil približno 8,167 litra več goriva od avtomobila.	Izračunana poraba avtomobila 21 litrov ... 2 točki (le npr. uporaba sklepnega računa ... *1 točka). Izračunana poraba kombija, npr. $\frac{350}{12}$ litrov ... 2 točki (le npr. uporaba sklepnega računa ... *1 točka).

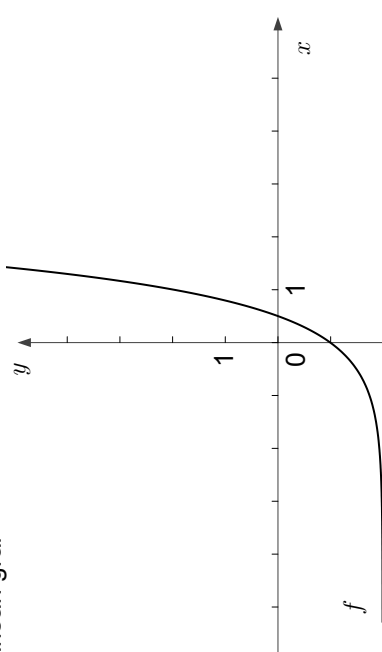
Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
4.1	4	<ul style="list-style-type: none"> ♦ izračunana diferenca $d = -3$ ♦ izračunan prvi člen $a_1 = 42$ ♦ izračunan 37. člen $a_{37} = -66$ 	$1 + 1 + 1$ Zapis ali uporaba definicije aritmetičnega zaporedja ... *1 točka.
4.2	2	♦ izračunana vsota prvih 50 členov $S_{50} = -1575$	Le zapis ali uporaba obrazca za vsoto prvih n členov aritmetičnega zaporedja ... *1 točka.
Skupaj	6		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
5.1	2	♦ izračunana verjetnost, npr. $P(A) = \frac{1}{6}$	Le število ugodnih izidov $m = 3 \dots 1$ točka.
5.2	3	♦ izračunana verjetnost, npr. $P(B) = \frac{4}{17}$	Število vseh izidov, npr. $n = \binom{18}{2} = 153 \dots 1$ točka. Število ugodnih izidov, npr. $m = \binom{9}{2} = 36 \dots 1$ točka.
5.3	3	♦ izračunana verjetnost, npr. $P(C) = \frac{27}{136}$	Število vseh izidov, npr. $n = \binom{18}{3} = 816 \dots 1$ točka. Število ugodnih izidov $m = 9 \cdot 6 \cdot 3 = 162 \dots *1$ točka. Postopkovno točko dobi kandidat, ki je napačno izračunal število kroglic posamezne barve.
Skupaj	8		Reševanje z variacijami točkujemo enakovredno.

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
6	1. način		
	5	♦ rešitvi $a_1 \doteq 2,73$ cm in $a_2 \doteq 0,73$ cm	Uporaba sinusnega izreka $\frac{ AB }{\sin \gamma} = \frac{ AC }{\sin \beta}$... 1 točka. Izračunana velikost kota $\sphericalangle ACB$ je $\gamma_1 = 45^\circ$ ali $\gamma_2 = 135^\circ$... 1 točka. Izračunana velikost kota $\sphericalangle CAB$ je $\alpha_1 = 105^\circ$ ali $\alpha_2 = 15^\circ$... 1 točka. Zapis ali uporaba sinusnega ali kosinusnega izreka za izračun stranice a ... *1 točka.
	2. način		
	5	♦ rešitvi $a_1 \doteq 2,73$ cm in $a_2 \doteq 0,73$ cm	Zapis ali uporaba kosinusnega izreka $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta$... 1 točka. Zapisana kvadratna enačba, npr. $a^2 - 2\sqrt{3}a + 2 = 0$... 1 točka. Zapisani rešitvi kvadratne enačbe $a_1 = \sqrt{3} + 1$ in $a_2 = \sqrt{3} - 1$... (1 + 1) 2 točki (točki prejme tudi kandidat, ki izračuna le približka).
Skupaj	5		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
7.1	2	♦ preoblikovanje dane enačbe v obliko $(x-12)^2 + (y+3)^2 = 25$	1 + 1 (Vsaka stran enačbe 1 točka.)
	2	♦ izračunana $S(12, -3)$ in $r = 5$	1 + 1 Pravilno odčitana S in r iz napačne enačbe ... *1 točka.
7.2	1	♦ ugotovitev, da je najdaljša tetiva dolga $2r = 10$ enot	
7.3	2	♦ ugotovitev, da ostri kot $\sphericalangle ASB$ meri 60°	Le ugotovitev, da je trikotnik ABS enakostranični (enakokraki, če je polmer izračunan napačno) ... *1 točka.
Skupaj	7		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
8.1	4	<ul style="list-style-type: none"> ♦ zapisani točki, npr. $A\left(-\frac{7}{3}, -\frac{4}{3}\right)$ in $B\left(\frac{5}{2}, \frac{7}{2}\right)$ 	<p>Zapisana enačba, npr. $f(x) = g(x)$... *1 točka.</p> <p>Preoblikovanje enačbe do kvadratne enačbe, npr. $6x^2 - x - 35 = 0$... 1 točka.</p> <p>Izračunani rešitvi $x_1 = -\frac{7}{3}$ in $x_2 = \frac{5}{2}$... 1 točka.</p> <p>Za rezultat zadoščajo že izračunane koordinate točk.</p> <p>Ugotovitev ali uporaba dejstva, da je enačba vodoravne asimptote $y = 0$... 1 točka.</p>
8.2	2	<ul style="list-style-type: none"> ♦ zapisan odgovor, npr.: Presečišče A je od vodoravne asimptote grafa funkcije g oddaljeno za $\frac{4}{3}$. 	
8.3	2	<ul style="list-style-type: none"> ♦ zapisan odgovor, npr.: Presečišče B je od navpične asimptote grafa funkcije g oddaljeno za $\frac{4}{3}$. 	<p>Ugotovitev ali uporaba, da je enačba navpične asimptote $x = \frac{7}{6}$... 1 točka.</p>
Skupaj	8		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
9.1	2	<ul style="list-style-type: none"> ♦ izračunana ničla $x = \frac{1}{2}$ in začetna vrednost $f(0) = -1$ 	1 + 1
	1	<ul style="list-style-type: none"> ♦ zapisana enačba vodoravne asimptote, npr. $y = -2$ 	
	1	<ul style="list-style-type: none"> ♦ narisani graf 	
			

9.2	4	♦ Izračunan približek kota $\alpha = \arctan(2\ln 4)$, npr. $\alpha \doteq 70^\circ 10'$	Izračunan odvod $f'(x) = 4^x \ln 4$... 1 točka. Zapis ali uporaba $k_t = f'\left(\frac{1}{2}\right)$... *1 točka. Zapis ali uporaba $k_t = \tan \alpha$... *1 točka.
Skupaj	8		

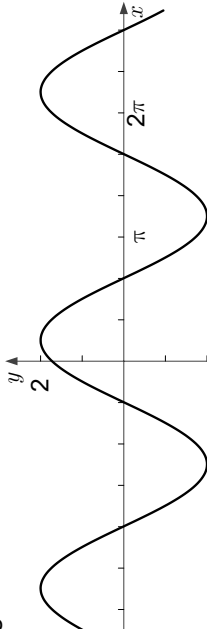
Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
10.1	2	♦ izračun $z_1 = i, z_2 = -1, z_3 = -i, z_4 = 1$	Vsaj dve pravilni vrednosti ... 1 točka.
10.2	4	♦ zapisana rešitev $z_{2019} + \overline{z_{2020}} = 1 - i$	Le izračun $z_{2019} = i^3$... 1 točka. Izračunan $z_{2020} = 1$... 1 točka. Ugotovitev, da je $z_{2020} = 1$... *1 točka.
10.3	1	♦ rešitev: $z_n \in \mathbb{R} \Leftrightarrow n$ je sod	
Skupaj	7		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
11	6	♦ zapisan predpis funkcije f , npr. $f(x) = x^2 - x + 1$	Zapis ali uporaba povezave z nedoločenim integralom, npr. napisan nastavek $\int (2x-1)dx$... 1 točka. Izračunan nedoločen integral, npr. $\int (2x-1)dx = x^2 - x + C$... (1 + 1 + 1) 3 točke. Upoštevanje pogoja $f(1) = 1$... *1 točka.

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
12.1	2	♦ izračunana prostornina velike krogle $V = 4500\pi \text{ cm}^3$	Le zapisan ali upoštevan obrazec za prostornino krogle ... *1 točka.
12.2	4	♦ izračunana razdalja med A in B , npr. $10\sqrt{3} \text{ cm}$	Ugotovitev, da sta središči krogel oddaljeni 20 cm ... 1 točka. Ugotovitev, da je višinska razlika med središčema krogel 10 cm ... 1 točka. Uporaba Pitagorovega izreka v ustreznem trikotniku ... *1 točka.
Skupaj	6		

Skupno število točk: 80

IZPITNA POLA 2

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
1.1	2	♦ množica vseh ničel: $\left\{-\frac{\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$	Preoblikovanje v enačbo $\tan x = -\sqrt{3} \dots$ 1 točka.
	3	♦ množica vseh stacionarnih točk: $\left\{\frac{\pi}{6} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$	Izračunan odvod $f'(x) = \cos x - \sqrt{3} \sin x \dots$ 1 točka. Zapis ali upoštevanje $f'(x) = 0 \dots$ *1 točka.
Skupaj	1	♦ maksimalna vrednost: 2	
	1	♦ minimalna vrednost: -2	
Skupaj	7		
1.2	2	♦ dokaz, npr. $2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin x + \sqrt{3} \cos x$ za vsak $x \in \mathbb{R}$	Le uporaba adicijskega izreka ... *1 točka.
Skupaj	2		
1.3	2	♦ graf	Upoštevanje ničel ali ekstremov ... 1 točka ali upoštevanje premika ali raztega ... 1 točka.
			
Skupaj	2		
1.4	3	♦ izračunano realno število $a = \frac{5\pi}{12}$	Izračunan nedoločeni integral $\int 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) dx = -2 \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + C$ (zadošča tudi brez C) ... 1 točka. Izračunan določeni integral, npr. $\int_0^a 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) dx = -2 \cos\left(a + \frac{\pi}{3}\right) + 1 \dots$ 1 točka.
	Skupaj	3	

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
2.1	4	♦ rešitev neenačbe, npr. $x \in \mathbb{R}$	Pravilno kubiranje obeh dvočlenikov ... *1 točka. Urejena kvadratna neenačba, npr. $7x^2 - 3x + 3 > 0$ (zadošča enačba) ... *1 točka. Ugotovitev, da je $D < 0$... 1 točka.
Skupaj	4		
2.2	4	♦ rešitev neenačbe, npr. $x \in (-3, 2) \cup (2, 6)$	Prenos vseh členov na eno stran neenačbe ... *1 točka. Urejena racionalna neenačba, npr. $\frac{x^2 - 4x + 4}{(x - 6)(x + 3)} < 0$... 1 točka. Zapis ali upoštevanje dvojne ničle $x_{1,2} = 2$ in polov $x_3 = 6, x_4 = -3$... *1 točka.
Skupaj	4		
2.3	5	♦ rešitev neenačbe, npr. $x \in \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left(-\frac{5\pi}{12} + 2k\pi, \frac{11\pi}{12} + 2k\pi \right)$	Rešitev enačbe $2 \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + 1 = 0$, npr. $x \in \left\{ -\frac{5\pi}{12} + 2k\pi, \frac{11\pi}{12} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$... (1 + 1) 2 točki. Le skiciran graf funkcije s predpisom $f(x) = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + 1$... 1 točka. Zapisan vsaj en interval, npr. $x \in \left(-\frac{5\pi}{12}, \frac{11\pi}{12}\right)$... 1 točka.
Skupaj	5		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
3.1	2	♦ izračunan $D(a, b) = 97$	Le uporaba Evklidovega algoritma ... *1 točka.
Skupaj	2		
3.2	3	♦ Število c ima $(4n+6)(2n+2)$ deliteljev.	Le razcep števila c na prafaktorje, npr. $c = 2^{4n+5} \cdot 3^{2n+1} \dots$ 2 točki (1 + 1).
Skupaj	3		
3.3	5	♦ odgovor, npr.: 720 števil iz množice M je tujih s številom 2700.	Ugotovitev, da iščemo števila, ki niso deljiva niti z 2, niti s 3, niti s 5 ... 1 točka. Naj bo $A = \{2k; 2k \leq 2700, k \in \mathbb{N}\}$, $B = \{3k; 3k \leq 2700, k \in \mathbb{N}\}$ in $C = \{5k; 5k \leq 2700, k \in \mathbb{N}\}$. Ugotovitev, da je $m(A) = 1350, m(B) = 900, m(C) = 540 \dots$ 1 točka. Ugotovitev, da je $m(A \cap B) = 450, m(A \cap C) = 270,$ $m(B \cap C) = 180$ in $m(A \cap B \cap C) = 90 \dots$ 1 točka. Izračunana moč unije $m(A \cup B \cup C) = 1980 \dots$ *1 točka.
Skupaj	5		
3.4	3	♦ zapisan dokaz z matematično indukcijo	Ugotovitev, da trditev velja za $n = 1: S_1 = a_1 \dots$ 1 točka. Zapis ali uporaba $S_{n+1} = S_n + a_{n+1} \dots$ 1 točka.
Skupaj	3		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
4.1	3	♦ izračunana verjetnost $P(A) = \frac{6}{49}$	Ugotovitev, da ima množica M 49 elementov ... 1 točka. Ugotovitev, da je $k: n \neq 0$... 1 točka.
	1	♦ izračunana verjetnost $P(B) = \frac{1}{7}$	
	2	♦ izračunana verjetnost $P(C) = \frac{4}{49}$	Le ugotovitev, da je npr. $ mm = 4$, pri čemer sta m in n odseka premice na koordinatnih oseh ... 1 točka.
Skupaj	6		
4.2	3	♦ izračunana verjetnost $P(D) = \frac{9261}{211876} \doteq 0,04371$	Ugotovitev, da je vseh možnih izborov $\binom{49}{4}$... 1 točka. Ugotovitev, da je vseh možnih izborov dveh parov vzporednih premic $\binom{7}{2} \cdot \binom{7}{2} \cdot \binom{7}{2}$... 1 točka.
	Skupaj	3	
4.3	4	♦ izračunana verjetnost $P(E) = 495 \cdot \frac{6^4}{7^{12}} \doteq 0,00004635$	Upoštevanje enačbe simetrale sodih kvadrantov ... 1 točka. Ugotovitev, da je verjetnost, da izberemo premico, ki je vzporedna simetrali sodih kvadrantov, $\frac{1}{7}$... 1 točka. Uporaba zveze za Bernoullijevo zaporedje $P_n(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$... 1 točka.
	Skupaj	4	(Upoštevam vsak pravilno zaokrožen približek.)

Skupno število točk: 40