Šifra kandidata:

Državni izpitni center

M 2 0 2 4 0 2 1 2

JESENSKI IZPITNI ROK

Višja raven

MATEMATIKA

Izpitna pola 2

Torek, 25. avgust 2020 / 90 minut

Dovoljeno gradivo in pripomočki:
Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, računalo in geometrijsko orodje (šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo).
Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.

SPLOŠNA MATURA

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 4 strukturirane naloge. Prvi dve nalogi sta obvezni, med ostalima dvema izberite in rešite eno. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 40. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

V preglednici z "x" zaznamujte, katero od izbirnih nalog naj ocenjevalec oceni. Če tega ne boste storili, bo od teh ocenil prvo nalogo, ki ste jo reševali.

3.	4.

Rešitve, ki jih pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpisujte **v izpitno polo** pod besedila nalog in na naslednje strani. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Strani od 12 do 16 so rezervne; uporabite jih le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

Ta pola ima 16 strani, od tega 5 rezervnih.

M 2 0 2 4 0 2 1 2 0 2

Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia

V sivo polje ne pišite.

Formule

$a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - .... + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1})$, če je n liho naravno število

$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + ... + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$, če je $n \in \mathbb{N}$

Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$

Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$

Kotne funkcije polovičnih kotov:

$\sin^2\frac{x}{2} = \frac{1-\cos x}{2}$, $\cos^2\frac{x}{2} = \frac{1+\cos x}{2}$, $\tan\frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1+\cos x}$

Adicijski izrek:

$\sin(x+y) = \sin x\cos y + \cos x\sin y$

$\cos(x+y) = \cos x\cos y - \sin x\sin y$

$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x\tan y}$

Faktorizacija:

$\sin x \pm \sin y = 2\sin\frac{x \pm y}{2}\cos\frac{x \mp y}{2}$

$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x\cos y}$

Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$\sin x\sin y = -\frac{1}{2}[\cos(x+y) - \cos(x-y)]$

$\cos x\cos y = \frac{1}{2}[\cos(x+y) + \cos(x-y)]$

$\sin x\cos y = \frac{1}{2}[\sin(x+y) + \sin(x-y)]$

Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice $ax + by - c = 0$: $d(T_0, p) = \left|\frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$

Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$S = \frac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|$

Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, če je $a > b$

Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$

Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

Kompozitum funkcij: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoullijeva formula: $P(n,p,k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integral: $\int \frac{\mathrm{d}x}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a}\arctan\frac{x}{a} + C$

Naloga 1 je obvezna.

1. Nalogo rešite brez uporabe računala.
   Dana je funkcija $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ s predpisom $f(x)=\sin x+\sqrt{3}\cos x$.

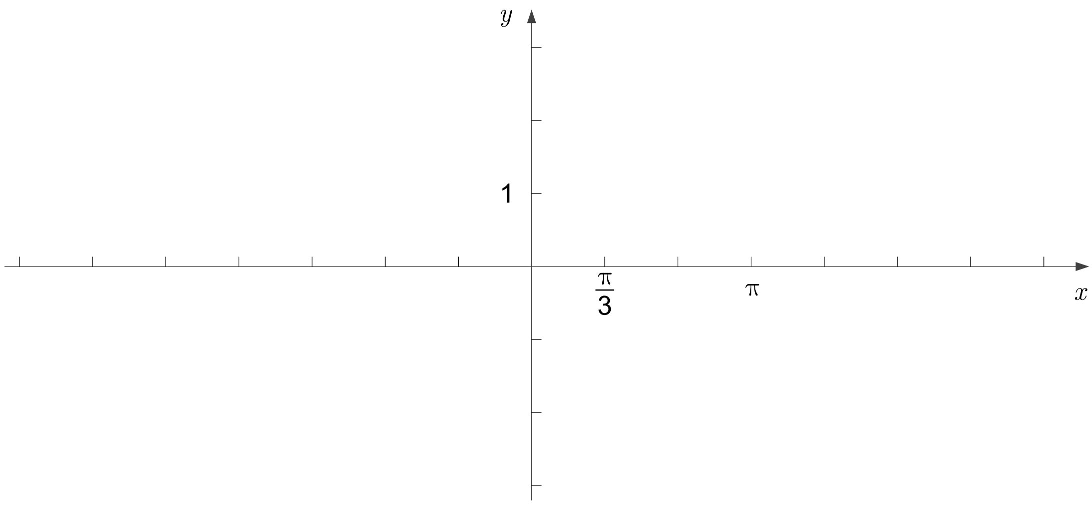
   1.1. Izračunajte vse ničle, stacionarne točke ter minimalno in maksimalno vrednost funkcije f.

   (7 točk)

   1.2. Dokažite, da je $f(x)=2\cdot\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$ za vsak $x\in\mathbb{R}$.

   (2 točki)

   1.3. Narišite graf funkcije f.



   (2 točki)

   1.4. Izračunajte realno število $a\in\left(0,\ \frac{2\pi}{3}\right)$, tako da bo ploščina območja med grafom funkcije f, abscisno osjo ter premicama $x=0$ in $x=a$ enaka $\sqrt{2}+1$.

   (3 točke)

Naloga 2 je obvezna.

2. Rešite naslednje neenačbe:

2.1. $(x-1)^3-(x-2)^2-(x-3)<(x+1)^3$

(4 točke)

2.2. $\frac{x}{x-6}<\frac{7}{x+3}+\frac{38}{x^2-3x-18}$

(4 točke)

2.3. $2\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+1>0$

(5 točk)

Naloga 3 je izbirna. Izbirate med nalogama 3 in 4. Izbiro zaznamujte na naslovnici izpitne pole.

3. Rešite naslednje naloge iz teorije števil.

3.1. Z Evklidovim algoritmom poiščite največji skupni delitelj števil $a = 27839$ in $b = 58685$.

(2 točki)

3.2. Naj bo n poljubno naravno število. Koliko deliteljev ima število $c = 24^{n+2} \cdot 6^{n-1}$ v množici naravnih števil?

(3 točke)

3.3. Koliko števil iz množice $M = \{n \in \mathbb{N};\ n \leq 2700\}$ je tujih številu 2700?

(5 točk)

3.4. S popolno (matematično) indukcijo dokažite, da je vsota $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{2k(k+1)}$ enaka $\frac{n}{2n+2}$ za vsako naravno število n.

(3 točke)

Naloga 4 je izbirna. Izbirate med nalogama 3 in 4. Izbiro zaznamujte na naslovnici izpitne pole.

4. Dana je množica premic $M = \{p;\ p$ ima enačbo $y = kx + n,\quad k \in \mathbb{Z},\quad n \in \mathbb{Z},\quad |k| \le 3,\quad |n| \le 3\}$.

4.1. Iz množice M naključno izberemo eno premico. Izračunajte verjetnosti dogodkov:
A – izbrana premica seka abscisno os v natanko eni točki $T(-1, 0)$;
B – naklonski kot izbrane premice je $\arctan 2$;
C – izbrana premica in koordinatni osi omejujejo trikotnik s ploščino $S = 2$.

(6 točk)

4.2. Iz množice M naključno hkrati izberemo štiri premice. Izračunajte verjetnost dogodka
D – izbrane premice omejujejo lik, ki je paralelogram.

(3 točke)

4.3. Iz množice M naključno izberemo eno premico. Ta poskus ponovimo dvanajstkrat.
Izračunajte verjetnost dogodka
E – natanko osemkrat smo izbrali premico, ki je vzporedna simetrali sodih kvadrantov.

(4 točke)

REZERVNA STRAN

V sivo polje ne pišite.

REZERVNA STRAN

M 2 0 2 4 0 2 1 2 1 4

REZERVNA STRAN

REZERVNA STRAN

REZERVNA STRAN