



Codice del candidato:

**Državni izpitni center**



SIMULAZIONE DI PROVA

**Livello di base**  
**MATEMATICA**  
≡≡ Prova d'esame 1 ≡≡

- A) Quesiti brevi  
B) Quesiti strutturati brevi

**Lunedì, 8 marzo 2021 / 90 minuti (30 + 60)**

*Materiali e sussidi consentiti:*

*Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, degli strumenti geometrici (un compasso e un righello, anche una squadretta) e la calcolatrice. Il fascicolo contiene l'allegato con le formule e i due fogli della minuta, che il candidato deve staccare con attenzione.*

**MATURITÀ GENERALE**

**INDICAZIONI PER I CANDIDATI**

**Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.**

**Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.**

~~Nella risoluzione di questa prova d'esame non è consentito l'uso della calcolatrice.~~

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra.

La prova d'esame si compone di due parti, denominate A e B. Il tempo a disposizione per l'esecuzione dell'intera prova è di 90 minuti: vi consigliamo di dedicare 30 minuti alla risoluzione della parte A, e 60 minuti a quella della parte B.

La parte A della prova d'esame contiene 8 quesiti brevi; la parte B della prova contiene 6 quesiti strutturati brevi. Il punteggio massimo che potete conseguire è di 60 punti, di cui 20 nella parte A e 40 nella parte B. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate a pagina 3.

Scrivete le vostre risposte all'interno della prova, **nei riquadri appositamente previsti**, utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera. Disegnate a matita i grafici delle funzioni. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto ad essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile verranno assegnati 0 punti. Le pagine 13 e 20 sono di riserva e vanno usate solo in caso di carenza di spazio. Qualora le doveste utilizzare, non dimenticate di indicare chiaramente quali quesiti avete risolto su di esse. Utilizzate i fogli della minuta solo per l'impostazione delle soluzioni, in quanto essi non verranno sottoposti a valutazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

*La prova si compone di 20 pagine, di cui 1 vuota e 2 di riserva.*



**Formule**

**(Somma e differenza di cubi)** Per qualsiasi  $a, b \in \mathbb{R}$  vale  $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$ .

**(Teorema di Euclide e dell'altezza)** Il triangolo rettangolo ha i cateti  $a$  e  $b$  e l'ipotenusa  $c$ . L'altezza all'ipotenusa è  $h_c$ , la proiezione ortogonale del cateto  $a$  all'ipotenusa è  $a_1$ , la proiezione ortogonale del cateto  $b$  all'ipotenusa è  $b_1$ . Quindi vale  $a^2 = ca_1$ ,  $b^2 = cb_1$ ,  $h_c^2 = a_1b_1$ .

**(Raggio della circonferenza circoscritta e della circonferenza inscritta a un triangolo)** Il triangolo ha i lati  $a, b$  e  $c$ , il semiperimetro è  $p = \frac{a+b+c}{2}$ , l'area è  $A$ , il raggio della circonferenza inscritta al triangolo dato è  $r$  e il raggio della circonferenza circoscritta al triangolo dato è  $R$ .

$$\text{Perciò } r = \frac{A}{p} \text{ e } R = \frac{abc}{4A}.$$

**(Formula di Erone)** Il triangolo ha i lati  $a, b$  e  $c$ , il semiperimetro è  $p = \frac{a+b+c}{2}$ . Quindi la sua area è

$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}.$$

**(Area del triangolo)** Siano  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$  e  $C(x_3, y_3)$  punti nel piano. L'area del triangolo di

$$\text{vertici } A, B \text{ e } C \text{ è } A = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|.$$

**(Sfera)** L'area della superficie totale e il volume della sfera di raggio  $r$  sono  $S = 4\pi r^2$ ,  $V = \frac{4\pi r^3}{3}$ .

**(Teoremi di addizione)** Per qualsiasi  $x, y \in \mathbb{R}$  vale

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y, \quad \cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y.$$

Per qualsiasi  $x, y \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k; k \in \mathbb{Z} \right\}$ , per i quali  $x + y \neq \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k$  per qualsiasi  $k \in \mathbb{Z}$  e

$$\tan x \tan y \neq -1, \text{ vale } \tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}.$$

**(Formule di bisezione)**

$$\text{Per qualsiasi } x \in \mathbb{R} \text{ vale } \sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}, \quad \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}.$$

$$\text{Per un qualsiasi } x \in \mathbb{R} \setminus \{ \pi + \pi \cdot 2k; k \in \mathbb{Z} \} \text{ vale } \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}.$$

**(Ellisse)** L'ellisse nel piano ha i semiassi  $a$  e  $b$  ( $a > b$ ), la sua eccentricità lineare è  $e$ , la sua eccentricità numerica è  $\varepsilon$ . Quindi vale  $e^2 = a^2 - b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{e}{a}$ .

**(Iperbole)** L'iperbole nel piano ha il semiasse reale  $a$  e il semiasse immaginario  $b$ , la sua eccentricità lineare è  $e$ , la sua eccentricità numerica è  $\varepsilon$ . Quindi vale  $e^2 = a^2 + b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{e}{a}$ .

**(Parabola)** Parabola nel piano di equazione  $y^2 = 2px$  ha il fuoco in  $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ , l'equazione della retta direttrice della parabola data è  $x = -\frac{p}{2}$ .

**(Successione aritmetica)** La somma dei primi  $n$  termini della successione aritmetica  $(a_n)$  è

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n).$$

**(Successione geometrica)** La somma dei primi  $n$  termini della successione geometrica  $(a_n)$  di

$$\text{ragione } q \in \mathbb{R} \text{ è } S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}, \text{ se } q \neq 1, \text{ e } S_n = na_1, \text{ e } q = 1.$$

**(Limiti)**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$  e  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ .



**Pagina vuota**



M 2 1 0 4 0 1 1 1 0 5

Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio.

**Foglio per la minuta**



**Foglio per la minuta**

A large, empty rectangular box intended for handwritten notes or minutes.



M 2 1 0 4 0 1 1 1 0 7

Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio.

### Foglio per la minuta



**Foglio per la minuta**

A large, empty rectangular box intended for handwritten notes or minutes.



**A) QUESITI BREVI**

1. Risolvete l'equazione  $|x - 1| = 2$ .

(2 punti)

2. Sia  $A = \{1, 2, \sqrt{4}, \ln(e)\}$ . Nella tabella sottostante cerchiate SÌ, se l'affermazione è vera (esatta), e NO, se l'affermazione è falsa (sbagliata). Si veda l'esempio risolto nella prima riga.

Affermazione	Correttezza/Non correttezza dell'affermazione	
$-2 \in A$	Sì	NO
$A \subseteq \mathbb{N}$	Sì	NO
La potenza dell'insieme $A$ è 2.	Sì	NO
$A \cap (0, 2] = A$	Sì	NO

(3 punti)



3. Sono dati i vettori  $\vec{a} = (3, 4, x)$  e  $\vec{b} = (-2, 1, 7)$ . Calcolate il numero reale  $x$  in modo che  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 20$ .

(2 punti)

4. Risolvete l'equazione  $\cos x = -1$ .

(3 punti)



5. Calcolate il limite della successione di termine generale  $a_n = \frac{3n-1}{2n+5}$ .

(2 punti)

6. Siano  $f(x) = 1+x$  e  $g(x) = x^2 + 2$ . Calcolate  $f(g(1))$  e  $(g \circ f)(1)$ .

(2 punti)



7. Calcolate l'integrale indefinito della funzione con la dipendenza  $f(x) = -x^3 + \sin x + e^x$ .

(3 punti)

8. Tre falciatori in tre ore falciano un terzo di un prato. Quale parte del prato possono falciare cinque falciatori in cinque ore?

(3 punti)

Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio.



# Pagina di riserva

**VOLTATE IL FOGLIO.**

**B) QUESITI STRUTTURATI BREVI**

1. Sia  $n$  un numero reale e  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione con la dipendenza  $f(x) = -2x + n$ .

Se  $n = -5$ , calcolate  $f(-7)$  e lo zero della funzione  $f$ .

Calcolate  $n$ , se  $f(3) = 5$ .

Calcolate  $n$ , se  $f^{-1}(2) = 4$ , dove  $f^{-1}$  è la funzione inversa della funzione  $f$ .

(6 punti)



2. È data la circonferenza di equazione  $x^2 + y^2 - 24x + 6y + 128 = 0$ .

Calcolate il centro  $S$  e il raggio  $r$  della circonferenza data.

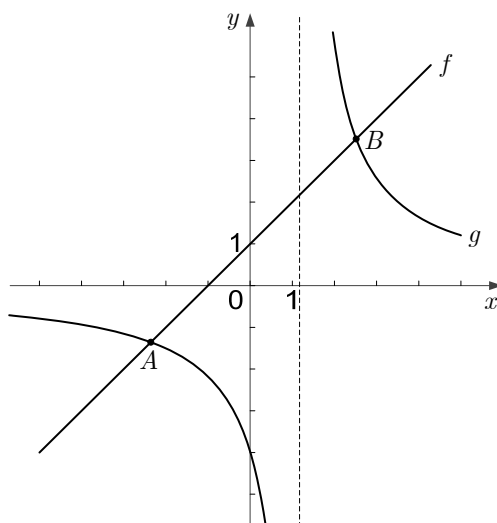
Quanto è lunga la corda massima della circonferenza data?

Indichiamo sulla circonferenza i punti  $A$  e  $B$ , che distano uno dall'altro 5 unità. Qual è l'ampiezza in gradi dell'angolo acuto  $\sphericalangle ASB$ ?

(7 punti)



3. In un piano, corredato da un sistema di coordinate, sono stati tracciati i grafici delle funzioni  $f$  e  $g$  espresse dalle dipendenze  $f(x) = x + 1$  e  $g(x) = \frac{28}{6x - 7}$  e i loro punti d'intersezione  $A$  e  $B$ .



Calcolate le coordinate dei punti  $A$  e  $B$ . Scrivete le coordinate in frazioni ridotte ai minimi termini.

A che distanza si trova il punto d'intersezione  $A$  dall'asintoto orizzontale al grafico della funzione  $g$ ? Scrivete la risposta.

A che distanza si trova il punto d'intersezione  $B$  dall'asintoto verticale al grafico della funzione  $g$ ? Scrivete la risposta.

(8 punti)





M 2 1 0 4 0 1 1 1 1 7

4. Sia  $w = 2 - 5i$  un numero complesso. Calcolate la somma  $v = \operatorname{Im} w + \operatorname{Re} w$  e il prodotto  $p = \operatorname{Im} w \cdot \operatorname{Re} w$ .

Calcolate il numero complesso  $z$ , per il quale vale che:

$$\begin{aligned} 4\operatorname{Re} z + 3\operatorname{Im} z &= 1 \\ 5\operatorname{Re} z - 6\operatorname{Im} z &= \frac{9}{2} \end{aligned}$$

(7 punti)



5. Per la funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  vale che  $f(1) = 1$  e  $f'(x) = 2x - 1$  per ogni  $x \in \mathbb{R}$ . Scrivete la dipendenza della funzione  $f$ .

(6 punti)



M 2 1 0 4 0 1 1 1 1 9

6. Due cisterne vuote, a forma di cilindro, poggiano sulle loro basi.  
La prima cisterna ha la forma di un cilindro retto di raggio 3 dm. Versiamo in essa 120 litri di succo di mela, e la riempiamo così per due terzi. Calcolate l'altezza della cisterna. Arrotondate il risultato al decimo di decimetro.  
La seconda cisterna ha la forma di un cilindro equilatero (la sezione assiale è un quadrato). Versiamo in essa 120 litri di succo di mela, riempiendola così fino all'orlo. Calcolate il raggio della cisterna. Arrotondate il risultato al decimo di decimetro.

*(6 punti)*



# Pagina di riserva