Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center

M 2 1 0 4 0 1 1 1 M

PREDMATURITETNI PREIZKUS
ELŐZETES ÉRETTSÉGI VIZSGA

Osnovna raven
Alapszint

MATEMATIKA

Izpitna pola 1
1. feladatlap

A) Kratke naloge / *Rövid feladatok*
B) Krajše strukturirane naloge / *Rövidebb strukturált feladatok*

Ponedeljek, 8. marec 2021 / 90 minut (30 + 60)
2021. március 8., hétfő / 90 perc (30 + 60)

Dovoljeno gradivo in pripomočki: Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko in geometrijsko orodje (šestilo in ravnilo, lahko tudi trikotnik) in računalo.
Priloga s formulami in konceptna lista so na perforiranih listih, ki jih kandidat pazljivo iztrga.

Engedélyezett segédeszközök: A jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, rajzeszközöket (körzőt és vonalzót, esetleg háromszöget) és számológépet hoz magával.
A képleteket tartalmazó lap és a vázlatkészítéshez mellékelt lap perforált, ezeket a jelölt óvatosan kiszakíthatja.

SPLOŠNA MATURA
ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Ta pola ima 20 strani, od tega 2 rezervni.
A feladatlap 20 oldalas, ebből 2 tartalék.

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

~~**Pri reševanju te izpitne pole uporaba računala ni dovoljena.**~~

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani).

Izpitna pola je sestavljena iz dveh delov, dela A in dela B. Časa za reševanje je 90 minut. Priporočamo vam, da za reševanje dela A porabite 30 minut, za reševanje dela B pa 60 minut.

Izpitna pola vsebuje 8 kratkih nalog v delu A in 6 krajših strukturiranih nalog v delu B. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 60, od tega 20 v delu A in 40 v delu B. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

Rešitve pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom v izpitno polo v za to predvideni prostor **znotraj okvirja**. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Strani 13 in 20 sta rezervni; uporabite ju le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót!

Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg azt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

~~***E feladatlap megoldása során számológép nem alkalmazható.***~~

Ragassza vagy írja be kódszámát (az első oldal jobb felső sarkában levő keretbe)!

A feladatlap két részből áll, az A és a B részből. A megoldásukra 90 perc áll a rendelkezésére. Azt javasoljuk, hogy az A részre 30 percet, a B részre 60 percet fordítson!

A feladatlap 8 rövid feladatot tartalmaz az A részben és 6 rövidebb strukturált feladatot a B részben. Összesen 60 pontot érhet el, ebből 20-at az A, és 40-et a B részben. A feladatlapban a feladatok mellett feltüntettük az elérhető pontszámot is. A feladatok megoldásakor használhatja a 4. oldalon található standard képletgyűjteményt.

*Válaszait töltőtollal vagy golyóstollal írja a feladatlap erre kijelölt helyére, **a kereten belülre**! Rajzoláshoz használhat ceruzát is. Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd válaszát írja le újra! Az olvashatatlan megoldásokat és a nem egyértelmű javításokat 0 ponttal értékeljük. A 13. és 20. oldal tartalék; ide csak akkor írjon, ha elfogy a helye. Egyértelműen jelölje meg, melyik feladatok megoldását írta erre az oldalra! A piszkozati lapokra készített vázlatokat az értékelés során nem vesszük figyelembe.*

A válasznak tartalmaznia kell a megoldásig vezető műveletsort az összes köztes számítással és következtetéssel együtt. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékelje az értékelő tanár!

Bízzon önmagában és képességeiben! Eredményes munkát kívánunk!

Formule

(**Vsota in razlika kubov**) Za poljubna $a,\ b \in \mathbb{R}$ velja $\boxed{a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)}$.

(**Evklidov in višinski izrek**) Pravokotni trikotnik ima kateti a in b ter hipotenuzo c. Višina na hipotenuzo je v_c, pravokotna projekcija katete a na hipotenuzo je a_1, pravokotna projekcija katete b na hipotenuzo pa b_1. Tedaj velja $\boxed{a^2 = ca_1,\ b^2 = cb_1}$, $\boxed{v_c^2 = a_1 b_1}$.

(**Polmera trikotniku včrtanega in očrtanega kroga**) Trikotnik ima stranice $a,\ b$ in c, polovica obsega je $s = \frac{a+b+c}{2}$, ploščina je S, polmer danemu trikotniku včrtanega kroga je r in polmer danemu trikotniku očrtanega kroga je R. Tedaj je $\boxed{r = \frac{S}{s}}$ in $\boxed{R = \frac{abc}{4S}}$.

(**Heronova formula**) Trikotnik ima stranice $a,\ b$ in c, polovica obsega je $s = \frac{a+b+c}{2}$. Tedaj je njegova ploščina $\boxed{S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}$.

(**Ploščina trikotnika**) Naj bodo $A(x_1,\ y_1),\ B(x_2,\ y_2)$ in $C(x_3,\ y_3)$ točke v ravnini. Ploščina trikotnika z oglišči $A,\ B$ in C je $\boxed{S = \frac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|}$.

(**Krogla**) Površina in prostornina krogle s polmerom r sta $\boxed{P = 4\pi r^2,\ V = \frac{4\pi r^3}{3}}$.

(**Adicijski izreki**) Za poljubna $x,\ y \in \mathbb{R}$ velja

$\boxed{\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y}$, $\boxed{\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y}$.

Za poljubna $x,\ y \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + \pi \cdot k;\ k \in \mathbb{Z}\right\}$, za katera je $x + y \neq \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k$ za poljuben $k \in \mathbb{Z}$ in $\tan x \tan y \neq -1$, velja $\boxed{\tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}}$.

(**Kotne funkcije polovičnih kotov**)

Za poljuben $x \in \mathbb{R}$ velja $\boxed{\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}}$, $\boxed{\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}}$.

Za poljuben $x \in \mathbb{R} \setminus \{\pi + \pi \cdot 2k;\ k \in \mathbb{Z}\}$ velja $\boxed{\tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}}$.

(**Elipsa**) Elipsa v ravnini ima polosi a in b $(a > b)$, njena linearna ekscentričnost je e, njena numerična ekscentričnost je ε. Tedaj velja $\boxed{e^2 = a^2 - b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \frac{e}{a}}$.

(**Hiperbola**) Hiperbola v ravnini ima realno polos a in imaginarno polos b, njena linearna ekscentričnost je e, njena numerična ekscentričnost je ε. Tedaj velja $\boxed{e^2 = a^2 + b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \frac{e}{a}}$.

(**Parabola**) Parabola v ravnini z enačbo $y^2 = 2px$ ima gorišče v $\boxed{G\left(\frac{p}{2},\ 0\right)}$, enačba premice vodnice dane parabole pa je $\boxed{x = -\frac{p}{2}}$.

(**Aritmetično zaporedje**) Vsota prvih n členov aritmetičnega zaporedja (a_n) je $\boxed{S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)}$.

(**Geometrijsko zaporedje**) Vsota prvih n členov geometrijskega zaporedja (a_n) s kvocientom $q \in \mathbb{R}$ je $\boxed{S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}}$, če je $q \neq 1$, in $\boxed{S_n = na_1}$, če je $q = 1$.

(**Limiti**) $\boxed{\lim_{n \to \infty}\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e}$ in $\boxed{\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1}$.

Képletek

(Köbök összege és különbsége) *Tetszőleges* $a,\ b \in \mathbb{R}$ *esetén fennáll* $\boxed{a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)}$.

(Euklidesz-tétel (befogótétel) és a magasságtétel) *A derékszögű háromszög befogói* a *és* b*, az átfogója* c*. Az átfogóhoz tartozó magasság* v_c*, az* a *befogó merőleges vetülete az átfogóra* a_1*, a* b *befogó merőleges vetülete az átfogóra* b_1*. Ekkor fennáll:* $\boxed{a^2 = ca_1,\ b^2 = cb_1}$, $\boxed{v_c^2 = a_1 b_1}$.

(A háromszög beírt és körülírt körének sugara) *A háromszög oldalai* a*,* b *és* c*, a félkerület* $s = \dfrac{a+b+c}{2}$*, a területe* S*, az adott háromszög beírt körének sugara* r *és az adott háromszög körülírt körének sugara* R*. Ekkor fennáll:* $\boxed{r = \dfrac{S}{s}}$ *és* $\boxed{R = \dfrac{abc}{4S}}$.

(Héron-képlet) *A háromszög oldalai* $a,\ b$ *és* c*, a félkerület* $s = \dfrac{a+b+c}{2}$*. Ekkor a területe* $\boxed{S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}$.

(A háromszög területe) *Legyenek az* $A(x_1,\ y_1)$*,* $B(x_2,\ y_2)$ *és* $C(x_3,\ y_3)$ *síkbeli pontok. Az* $A,\ B$ *és* C *csúcsú háromszög területe:* $\boxed{S = \dfrac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|}$.

(Gömb) *Az* r *sugarú gömb felszíne és térfogata* $\boxed{P = 4\pi r^2,\ V = \dfrac{4\pi r^3}{3}}$.

(Addíciós tételek) *Tetszőleges* $x,\ y \in \mathbb{R}$ *esetén fennáll*
$\boxed{\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y}$, $\boxed{\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y}$

Tetszőleges $x,\ y \in \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2} + \pi \cdot k;\ k \in \mathbb{Z}\right\}$*, amelyre* $x + y \neq \dfrac{\pi}{2} + \pi \cdot k$ *tetszőleges* $k \in \mathbb{Z}$ *és* $\tan x \tan y \neq -1$*, fennáll* $\boxed{\tan(x \pm y) = \dfrac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}}$.

(A félszögek szögfüggvényei)

Tetszőleges $x \in \mathbb{R}$ *esetén fennáll* $\boxed{\sin^2 \dfrac{x}{2} = \dfrac{1 - \cos x}{2}}$, $\boxed{\cos^2 \dfrac{x}{2} = \dfrac{1 + \cos x}{2}}$.

Tetszőleges $x \in \mathbb{R} \setminus \{\pi + \pi \cdot 2k;\ k \in \mathbb{Z}\}$ *esetén fennáll* $\boxed{\tan \dfrac{x}{2} = \dfrac{\sin x}{1 + \cos x}}$.

(Ellipszis) *A síkbeli ellipszis féltengelyei* a *és* b $(a > b)$*, a lineáris excentricitása* e*, a numerikus excentricitása* ε*. Ekkor fennáll:* $\boxed{e^2 = a^2 + b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \dfrac{e}{a}}$.

(Hiperbola) *A síkbeli hiperbola valós féltengelye* a*, képzetes féltengelye* b*, a lineáris excentricitása* e*, a numerikus excentricitása* ε*. Ekkor fennáll:* $\boxed{e^2 = a^2 + b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \dfrac{e}{a}}$.

(Parabola) *Az* $y^2 = 2px$ *egyenletű síkbeli parabola* $\boxed{G\left(\dfrac{p}{2},\ 0\right)}$ *fókuszponttal, az adott parabola vezéregyenesének egyenlete* $\boxed{x = -\dfrac{p}{2}}$.

(Számtani sorozat) *Az* (a_n) *számtani sorozat első* n *elemének összege* $\boxed{S_n = \dfrac{n}{2}(a_1 + a_n)}$.

(Mértani sorozat) *A* $q \in \mathbb{R}$ *hányadosú* (a_n) *mértani sorozat első* n *elemének összege* $\boxed{S_n = \dfrac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}}$*, ha* $q \neq 1$*, és* $\boxed{S_n = na_1}$*, ha a* $q = 1$.

(Határértékek) $\boxed{\lim\limits_{n \to \infty} \left(1 + \dfrac{1}{n}\right)^n = e}$ *és* $\boxed{\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin x}{x} = 1}$.

Konceptni list / ***Piszkozati lap***

Konceptni list / *Piszkozati lap*

Konceptni list / ***Piszkozati lap***

M 2 1 0 4 0 1 1 1 M 0 8

Konceptni list / ***Piszkozati lap***

A) KRATKE NALOGE / *RÖVID FELADATOK*

1. Rešite enačbo $|x-1|=2$.
Oldja meg az $|x-1|=2$ egyenletet!

(2 točki/pont)

2. Naj bo $A=\{1,\ 2,\ \sqrt{4},\ \ln(e)\}$. V spodnji preglednici obkrožite DA, če je trditev resnična (pravilna), in NE, če je trditev neresnična (nepravilna). Glejte rešeni primer v prvi vrstici.
Legyen $A=\{1,\ 2,\ \sqrt{4},\ \ln(e)\}$. Az alábbi táblázatban karikázza be az IGEN-t, ha a kijelentés igaz, illetve a NEM-et, ha a kijelentés hamis. Nézze meg az első sorban látható példát!

Trditev *Kijelentés*	Resničnost/Neresničnost trditve *A kijelentés igazságértéke*	
$-2\in A$	DA *IGEN*	NE *NEM*
$A\subseteq\mathbb{N}$	DA *IGEN*	NE *NEM*
Moč množice A je 2. *Az A halmaz számossága 2.*	DA *IGEN*	NE *NEM*
$A\cap(0,\ 2]=A$	DA *IGEN*	NE *NEM*

(3 točke/pont)

3. Dana sta vektorja $\vec{a}=(3,\ 4,\ x)$ in $\vec{b}=(-2,\ 1,\ 7)$. Izračunajte realno število x tako, da bo $\vec{a}\cdot\vec{b}=20$.

   Adott az $\vec{a}=(3,\ 4,\ x)$ és a $\vec{b}=(-2,\ 1,\ 7)$ vektor. Számítsa ki azt az x valós számot, amelyre fennáll: $\vec{a}\cdot\vec{b}=20$!

   (2 točki/pont)

4. Rešite enačbo $\cos x=-1$.

   Oldja meg a $\cos x=-1$ egyenletet!

   (3 točke/pont)

5. Izračunajte limito zaporedja s splošnim členom $a_n = \frac{3n-1}{2n+5}$.

Számítsa ki az $a_n = \frac{3n-1}{2n+5}$ általános tagú sorozat határértékét!

(2 točki/pont)

6. Naj bo $f(x) = 1 + x$ in $g(x) = x^2 + 2$. Izračunajte $f\big(g(1)\big)$ in $(g \circ f)(1)$.

Legyen $f(x) = 1 + x$ és $g(x) = x^2 + 2$. Számítsa ki az $f\big(g(1)\big)$ és a $(g \circ f)(1)$ helyettesítési értékeket!

(2 točki/pont)

M 2 1 0 4 0 1 1 1 M 1 2

7. Izračunajte nedoločeni integral funkcije s predpisom $f(x) = -x^3 + \sin x + \mathrm{e}^x$.

Számítsa ki az $f(x) = -x^3 + \sin x + \mathrm{e}^x$ *hozzárendelési szabállyal megadott függvény határozatlan integrálját!*

(3 točke/pont)

8. Trije kosci v treh urah pokosijo tretjino travnika. Koliko travnika pokosi pet koscev v petih urah?

Három kaszás három óra alatt a rét harmadát kaszálja le. A rét hányadát kaszálja le öt kaszás öt óra alatt?

(3 točke/pont)

Rezervna stran / *Tartalék oldal*

OBRNITE LIST.
LAPOZZON!

M 2 1 0 4 0 1 1 1 M 1 4

B) KRAJŠE STRUKTURIRANE NALOGE / *RÖVIDEBB STRUKTURÁLT FELADATOK*

1. Naj bo n realno število in $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ funkcija s predpisom $f(x)=-2x+n$.

   Če je $n=-5$, izračunajte $f(-7)$ in ničlo funkcije f.

   Izračunajte n, če je $f(3)=5$.

   Izračunajte n, če je $f^{-1}(2)=4$, pri čemer je f^{-1} inverzna funkcija funkcije f.

   Legyen n valós szám, és az $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ függvény hozzárendelési szabálya legyen $f(x)=-2x+n$.

   Számítsa ki az $f(-7)$ értékét és az f függvény zérushelyét, ha $n=-5$!

   Számítsa ki az n értékét, ha $f(3)=5$!

   Számítsa ki az n értékét, ha $f^{-1}(2)=4$, és az f^{-1} függvény az f függvény inverz függvénye!

   (6 točk/pont)

2. Dana je krožnica z enačbo $x^2 + y^2 - 24x + 6y + 128 = 0$.

Izračunajte središče S in polmer r dane krožnice.

Koliko je dolga najdaljša tetiva dane krožnice?

Na krožnici narišemo točki A in B, ki sta ena od druge oddaljeni za 5 enot. Koliko stopinj meri ostri kot $\sphericalangle ASB$?

Adott az $x^2 + y^2 - 24x + 6y + 128 = 0$ egyenletű körvonal.

Számítsa ki az adott körvonal S középpontját és r sugarát!

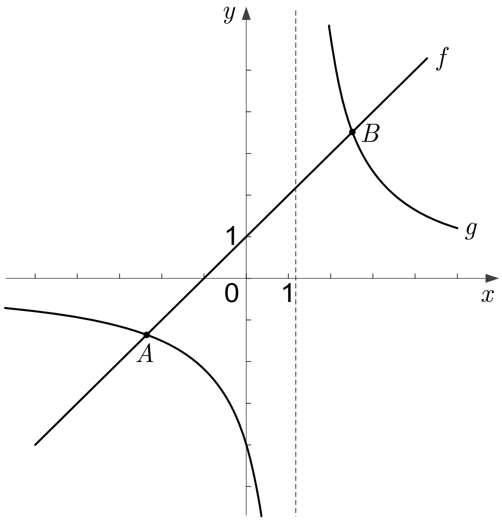
Milyen hosszú az adott körvonal leghosszabb húrja?

A körvonalon megjelöljük az A és a B pontokat, amelyek távolsága 5 egység. Hány fokos az $\sphericalangle ASB$ hegyesszög?

(7 točk/pont)

3. V ravnini, opremljeni s koordinatnim sistemom, sta narisana grafa funkcij f in g s predpisoma $f(x)=x+1$ in $g(x)=\dfrac{28}{6x-7}$ ter njuni presečišči A in B.

A koordináta-rendszerrel ellátott síkban ábrázoltuk az $f(x)=x+1$, illetve $g(x)=\dfrac{28}{6x-7}$ hozzárendelési szabállyal megadott f és g függvényt, valamint ezek A és B metszéspontját.



Izračunajte koordinate točk A in B. Koordinate zapišite v obliki okrajšanih ulomkov.

Koliko je presečišče A oddaljeno od vodoravne asimptote grafa funkcije g? Zapišite odgovor.

Koliko je presečišče B oddaljeno od navpične asimptote grafa funkcije g? Zapišite odgovor.

Számítsa ki az A és B pontok koordinátáit! A koordinátákat tovább nem egyszerűsíthető (redulkált) tört formájában adja meg!

Mekkora távolságra van az A metszéspont a g függvény grafikonjának vízszintes aszimptotájától? A választ írja le!

Mekkora távolságra van a B metszéspont a g függvény grafikonjának függőleges aszimptotájától? A választ írja le!

(8 točk/pont)

4. Naj bo $w = 2 - 5\mathrm{i}$ kompleksno število. Izračunajte vsoto $v = \operatorname{Im} w + \operatorname{Re} w$ in produkt $p = \operatorname{Im} w \cdot \operatorname{Re} w$.

Izračunajte kompleksno število z, za katero velja: $\begin{array}{l} 4\operatorname{Re} z + 3\operatorname{Im} z = 1 \\ 5\operatorname{Re} z - 6\operatorname{Im} z = \frac{9}{2} \end{array}$.

Legyen a $w = 2 - 5\mathrm{i}$ komplex szám. Számítsa ki a $v = \operatorname{Im} w + \operatorname{Re} w$ összeget és a $p = \operatorname{Im} w \cdot \operatorname{Re} w$ szorzatot!

Számítsa ki a z komplex számot, amelyre fennáll: $\begin{array}{l} 4\operatorname{Re} z + 3\operatorname{Im} z = 1 \\ 5\operatorname{Re} z - 6\operatorname{Im} z = \frac{9}{2} \end{array}$!

(7 točk/pont)

M 2 1 0 4 0 1 1 1 M 1 8

5. Za funkcijo $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ velja, da je $f(1)=1$ in $f'(x)=2x-1$ za vsak $x\in\mathbb{R}$. Zapišite predpis funkcije f.

Az $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ függvényre fennáll, hogy $f(1)=1$ és $f'(x)=2x-1$ minden $x\in\mathbb{R}$ esetén. Írja fel az f függvény hozzárendelési szabályát!

(6 točk/pont)

6. Imamo dve prazni cisterni, ki imata obliko valja in stojita na osnovnih ploskvah.
Prva cisterna ima obliko pokončnega valja s polmerom 3 dm. Vanjo nalijemo 120 litrov jabolčnega soka in jo tako napolnimo do dveh tretjin. Izračunajte višino cisterne. Rezultat zaokrožite na desetinko decimetra.
Druga cisterna ima obliko enakostraničnega valja (osni presek je kvadrat). Vanjo nalijemo 120 litrov jabolčnega soka in jo tako napolnimo do vrha. Izračunajte polmer cisterne. Rezultat zaokrožite na desetinko decimetra.

Adott két üres, henger alakú tartály, amelyek az alaplapjaikon állnak.
Az első tartály egyenes henger alakú, és 3 dm a sugara. 120 liter almalét öntünk bele, és így a kétharmadáig töltjük meg. Számítsa ki a tartály magasságát! Az eredményt kerekítse tizeddeciméterre!
A másik tartály egyenlő oldalú henger alakú (a tengelymetszete négyzet). 120 liter almalét öntünk bele, és így teljesen megtöltjük. Számítsa ki a tartály sugarát! Az eredményt kerekítse tizeddeciméterre!

(6 točk/pont)

M 2 1 0 4 0 1 1 1 M 2 0

Rezervna stran / *Tartalék oldal*