Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center

M 2 1 0 4 0 1 1 2 M

PREDMATURITETNI PREIZKUS
ELŐZETES ÉRETTSÉGI VIZSGA

Osnovna raven
Alapszint

MATEMATIKA

Izpitna pola 2
2. feladatlap

A) Kratke naloge / *Rövid feladatok*
B) Krajše strukturirane naloge / *Rövidebb strukturált feladatok*

Ponedeljek, 8. marec 2021 / 90 minut (30 + 60)
2021. március 8., hétfő / 90 perc (30 + 60)

Dovoljeno gradivo in pripomočki: Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, geometrijsko orodje (šestilo in ravnilo, lahko tudi trikotnik) in računalo. Priloga s formulami in konceptna lista so na perforiranih listih, ki jih kandidat pazljivo iztrga.

Engedélyezett segédeszközök: A jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, rajzeszközöket (körzőt és vonalzót, esetleg háromszöget) és számológépet hoz magával. A képleteket tartalmazó lap és a vázlatkészítéshez mellékelt lap perforált, ezeket a jelölt óvatosan kiszakíthatja.

SPLOŠNA MATURA
ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Ta pola ima 20 strani, od tega 2 rezervni.
A feladatlap 20 oldalas, ebből 2 tartalék.

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani).

Izpitna pola je sestavljena iz dveh delov, dela A in dela B. Časa za reševanje je 90 minut. Priporočamo vam, da za reševanje dela A porabite 30 minut, za reševanje dela B pa 60 minut.

Izpitna pola vsebuje 8 kratkih nalog v delu A in 6 krajših strukturiranih nalog v delu B. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 60, od tega 20 v delu A in 40 v delu B. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

Rešitve pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom v izpitno polo v za to predvideni prostor **znotraj okvirja**. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Strani 13 in 20 sta rezervni; uporabite ju le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót!

Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg azt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

Ragassza vagy írja be kódszámát (az első oldal jobb felső sarkában levő keretbe)!

A feladatlap két részből áll, az A és a B részből. A megoldásukra 90 perc áll a rendelkezésére. Azt javasoljuk, hogy az A részre 30 percet, a B részre 60 percet fordítson!

A feladatlap 8 rövid feladatot tartalmaz az A részben és 6 rövidebb strukturált feladatot a B részben. Összesen 60 pontot érhet el, ebből 20-at az A, és 40-et a B részben. A feladatlapban a feladatok mellett feltüntettük az elérhető pontszámot is. A feladatok megoldásakor használhatja a 4. oldalon található standard képletgyűjteményt.

Válaszait töltőtollal vagy golyóstollal írja a feladatlap erre kijelölt helyére, ***a kereten belülre****! Rajzoláshoz használhat ceruzát is. Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd válaszát írja le újra! Az olvashatatlan megoldásokat és a nem egyértelmű javításokat 0 ponttal értékeljük. A 13. és 20. oldal tartalék; ide csak akkor írjon, ha elfogy a helye. Egyértelműen jelölje meg, melyik feladatok megoldását írta erre az oldalra! A piszkozati lapokra készített vázlatokat az értékelés során nem vesszük figyelembe.*

A válasznak tartalmaznia kell a megoldásig vezető műveletsort az összes köztes számítással és következtetéssel együtt. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékelje az értékelő tanár!

Bízzon önmagában és képességeiben! Eredményes munkát kívánunk!

Formule

(**Vsota in razlika kubov**) Za poljubna $a,\ b \in \mathbb{R}$ velja $\boxed{a^3 \pm b^3 = (a \pm b)\left(a^2 \mp ab + b^2\right)}$.

(**Evklidov in višinski izrek**) Pravokotni trikotnik ima kateti a in b ter hipotenuzo c. Višina na hipotenuzo je v_c, pravokotna projekcija katete a na hipotenuzo je a_1, pravokotna projekcija katete b na hipotenuzo pa b_1. Tedaj velja $\boxed{a^2 = ca_1,\ b^2 = cb_1}$, $\boxed{v_c^2 = a_1 b_1}$.

(**Polmera trikotniku včrtanega in očrtanega kroga**) Trikotnik ima stranice $a,\ b$ in c, polovica obsega je $s = \dfrac{a+b+c}{2}$, ploščina je S, polmer danemu trikotniku včrtanega kroga je r in polmer danemu trikotniku očrtanega kroga je R. Tedaj je $\boxed{r = \dfrac{S}{s}}$ in $\boxed{R = \dfrac{abc}{4S}}$.

(**Heronova formula**) Trikotnik ima stranice $a,\ b$ in c, polovica obsega je $s = \dfrac{a+b+c}{2}$. Tedaj je njegova ploščina $\boxed{S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}$.

(**Ploščina trikotnika**) Naj bodo $A(x_1,\ y_1),\ B(x_2,\ y_2)$ in $C(x_3,\ y_3)$ točke v ravnini. Ploščina trikotnika z oglišči $A,\ B$ in C je $\boxed{S = \dfrac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|}$.

(**Krogla**) Površina in prostornina krogle s polmerom r sta $\boxed{P = 4\pi r^2,\ V = \dfrac{4\pi r^3}{3}}$.

(**Adicijski izreki**) Za poljubna $x,\ y \in \mathbb{R}$ velja

$\boxed{\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y}$, $\boxed{\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y}$.

Za poljubna $x,\ y \in \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2} + \pi \cdot k;\ k \in \mathbb{Z}\right\}$, za katera je $x + y \neq \dfrac{\pi}{2} + \pi \cdot k$ za poljuben $k \in \mathbb{Z}$ in $\tan x \tan y \neq -1$, velja $\boxed{\tan(x \pm y) = \dfrac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}}$.

(**Kotne funkcije polovičnih kotov**)

Za poljuben $x \in \mathbb{R}$ velja $\boxed{\sin^2 \dfrac{x}{2} = \dfrac{1 - \cos x}{2}}$, $\boxed{\cos^2 \dfrac{x}{2} = \dfrac{1 + \cos x}{2}}$.

Za poljuben $x \in \mathbb{R} \setminus \{\pi + \pi \cdot 2k;\ k \in \mathbb{Z}\}$ velja $\boxed{\tan \dfrac{x}{2} = \dfrac{\sin x}{1 + \cos x}}$.

(**Elipsa**) Elipsa v ravnini ima polosi a in b $(a > b)$, njena linearna ekscentričnost je e, njena numerična ekscentričnost je ε. Tedaj velja $\boxed{e^2 = a^2 - b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \dfrac{e}{a}}$.

(**Hiperbola**) Hiperbola v ravnini ima realno polos a in imaginarno polos b, njena linearna ekscentričnost je e, njena numerična ekscentričnost je ε. Tedaj velja $\boxed{e^2 = a^2 + b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \dfrac{e}{a}}$.

(**Parabola**) Parabola v ravnini z enačbo $y^2 = 2px$ ima gorišče v $\boxed{G\left(\dfrac{p}{2},\ 0\right)}$, enačba premice vodnice dane parabole pa je $\boxed{x = -\dfrac{p}{2}}$.

(**Aritmetično zaporedje**) Vsota prvih n členov aritmetičnega zaporedja (a_n) je $\boxed{S_n = \dfrac{n}{2}(a_1 + a_n)}$.

(**Geometrijsko zaporedje**) Vsota prvih n členov geometrijskega zaporedja (a_n) s kvocientom $q \in \mathbb{R}$ je $\boxed{S_n = \dfrac{a_1\left(q^n - 1\right)}{q - 1}}$, če je $q \neq 1$, in $\boxed{S_n = na_1}$, če je $q = 1$.

(**Limiti**) $\boxed{\lim\limits_{n \to \infty}\left(1 + \dfrac{1}{n}\right)^n = e}$ in $\boxed{\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin x}{x} = 1}$.

Képletek

(Köbök összege és különbsége) *Tetszőleges* $a,\ b \in \mathbb{R}$ *esetén fennáll* $\boxed{a^3 \pm b^3 = (a \pm b)\left(a^2 \mp ab + b^2\right)}$.

(Euklidesz-tétel (befogótétel) és a magasságtétel) *A derékszögű háromszög befogói* a *és* b*, az átfogója* c*. Az átfogóhoz tartozó magasság* v_c*, az* a *befogó merőleges vetülete az átfogóra* a_1*, a* b *befogó merőleges vetülete az átfogóra* b_1*. Ekkor fennáll:* $\boxed{a^2 = ca_1,\ b^2 = cb_1}$, $\boxed{v_c^2 = a_1 b_1}$.

(A háromszög beírt és körülírt körének sugara) *A háromszög oldalai* a*,* b *és* c*, a félkerület* $s = \dfrac{a+b+c}{2}$*, a területe* S*, az adott háromszög beírt körének sugara* r *és az adott háromszög körülírt körének sugara* R*. Ekkor fennáll:* $\boxed{r = \dfrac{S}{s}}$ *és* $\boxed{R = \dfrac{abc}{4S}}$.

(Héron-képlet) *A háromszög oldalai* a*,* b *és* c*, a félkerület* $s = \dfrac{a+b+c}{2}$*. Ekkor a területe* $\boxed{S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}$.

(A háromszög területe) *Legyenek az* $A(x_1,\ y_1)$*,* $B(x_2,\ y_2)$ *és* $C(x_3,\ y_3)$ *síkbeli pontok. Az* A*,* B *és* C *csúcsú háromszög területe:* $\boxed{S = \dfrac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|}$.

(Gömb) *Az* r *sugarú gömb felszíne és térfogata* $\boxed{P = 4\pi r^2,\ V = \dfrac{4\pi r^3}{3}}$.

(Addíciós tételek) *Tetszőleges* $x,\ y \in \mathbb{R}$ *esetén fennáll*

$\boxed{\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y}$, $\boxed{\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y}$

Tetszőleges $x,\ y \in \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2} + \pi \cdot k;\ k \in \mathbb{Z}\right\}$*, amelyre* $x + y \neq \dfrac{\pi}{2} + \pi \cdot k$ *tetszőleges* $k \in \mathbb{Z}$ *és* $\tan x \tan y \neq -1$*, fennáll* $\boxed{\tan(x \pm y) = \dfrac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}}$.

(A félszögek szögfüggvényei)

Tetszőleges $x \in \mathbb{R}$ *esetén fennáll* $\boxed{\sin^2 \dfrac{x}{2} = \dfrac{1 - \cos x}{2}}$, $\boxed{\cos^2 \dfrac{x}{2} = \dfrac{1 + \cos x}{2}}$.

Tetszőleges $x \in \mathbb{R} \setminus \{\pi + \pi \cdot 2k;\ k \in \mathbb{Z}\}$ *esetén fennáll* $\boxed{\tan \dfrac{x}{2} = \dfrac{\sin x}{1 + \cos x}}$.

(Ellipszis) *A síkbeli ellipszis féltengelyei* a *és* b $(a > b)$*, a lineáris excentricitása* e*, a numerikus excentricitása* ε*. Ekkor fennáll:* $\boxed{e^2 = a^2 + b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \dfrac{e}{a}}$.

(Hiperbola) *A síkbeli hiperbola valós féltengelye* a*, képzetes féltengelye* b*, a lineáris excentricitása* e*, a numerikus excentricitása* ε*. Ekkor fennáll:* $\boxed{e^2 = a^2 + b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \dfrac{e}{a}}$.

(Parabola) *Az* $y^2 = 2px$ *egyenletű síkbeli parabola* $\boxed{G\left(\dfrac{p}{2},\ 0\right)}$ *fókuszponttal, az adott parabola vezéregyenesének egyenlete* $\boxed{x = -\dfrac{p}{2}}$.

(Számtani sorozat) *Az* (a_n) *számtani sorozat első* n *elemének összege* $\boxed{S_n = \dfrac{n}{2}(a_1 + a_n)}$.

(Mértani sorozat) *A* $q \in \mathbb{R}$ *hányadosú* (a_n) *mértani sorozat első* n *elemének összege* $\boxed{S_n = \dfrac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}}$*, ha* $q \neq 1$*, és* $\boxed{S_n = na_1}$*, ha a* $q = 1$.

(Határértékek) $\boxed{\lim\limits_{n \to \infty}\left(1 + \dfrac{1}{n}\right)^n = e}$ *és* $\boxed{\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin x}{x} = 1}$.

Konceptni list / ***Piszkozati lap***

Konceptni list / *Piszkozati lap*

V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*
V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*

Konceptni list / ***Piszkozati lap***

Konceptni list / *Piszkozati lap*

V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*
V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*

A) KRATKE NALOGE / *RÖVID FELADATOK*

1. Dana je kvadratna funkcija f s predpisom $f(x) = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 8$. Zapišite teme.

   Adott az $f(x) = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 8$ hozzárendelési szabállyal megadott másodfokú f függvény. Írja fel a tengelypontját!

   (2 točki/pont)

2. Izračunajte kot, ki ga premica z enačbo $2x - 3y - 6 = 0$ oklepa z abscisno osjo. Rezultat zaokrožite na stotinko stopinje.

   Számítsa ki a $2x - 3y - 6 = 0$ egyenletű egyenes és az abszcisszatengely hajlásszögét! Az eredményt kerekítse századfokokra!

   (3 točke/pont)

3. Piramida s prostornino 100 cm^3 ima za osnovno ploskev kvadrat z osnovnico dolžine 10 cm. Izračunajte višino piramide.

A 100 cm^3 *térfogatú gúla alaplapja* 10 cm *oldalhosszúságú négyzet. Számítsa ki a gúla magasságát!*

(2 točki/pont)

4. Dana je eksponentna funkcija f s predpisom $f(x) = a^x$. Izračunajte osnovo $a > 0$, če vemo, da je $f\left(-\frac{2}{3}\right) = 0{,}25$.

Adott az $f(x) = a^x$ *hozzárendelési szabállyal megadott* f *exponenciális függvény. Számítsa ki az* $a > 0$ *alap értékét, ha* $f\left(-\frac{2}{3}\right) = 0{,}25$ *!*

(2 točki/pont)

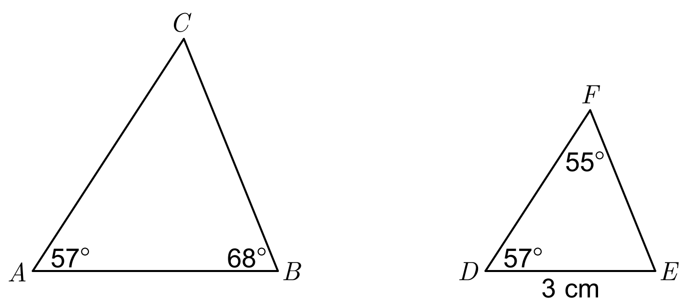
5. Zapišite polinom p z vodilnim koeficientom 2 in enostavnimi ničlami $x_1 = 1$, $x_2 = 2$ in $x_3 = 3$. Izračunajte $p(4)$.

Írja fel a 2 főegyütthatójú p polinomot, amelynek $x_1 = 1$, $x_2 = 2$ és $x_3 = 3$ az egyszeres gyökei! Számítsa ki a $p(4)$ értékét!

(3 točke/pont)

6. Na sliki sta narisana trikotnika ABC in DEF z označenimi velikostmi nekaterih dolžin stranic in nekaterih notranjih kotov. Trikotnik ABC je večji od trikotnika DEF, razmerje njunih ploščin je enako $\frac{16}{9}$. Izračunajte dolžino stranice AB.

A képen az ABC és a DEF háromszög látható, amelynek feltüntettük néhány oldalhosszúságát és néhány belső szöge nagyságát. Az ABC háromszög nagyobb a DEF háromszögnél, a területeik aránya $\frac{16}{9}$. Számítsa ki az AB oldal hosszúságát!

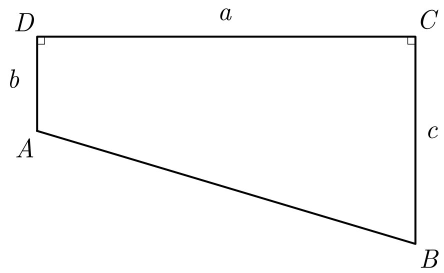


(2 točki/pont)

M 2 1 0 4 0 1 1 2 M 1 2

7. S pomočjo a, b in c izrazite obseg in ploščino trapeza na sliki.

Az a, b és c segítségével fejezze ki a képen látható trapéz kerületét és területét!



(3 točke/pont)

8. Števila $x-4$, $x+3$ in $2x+6$ so trije zaporedni členi geometrijskega zaporedja. Izračunajte realno število x.

Az $x-4$, $x+3$ és $2x+6$ szám egy mértani sorozat három egymást követő tagja. Számítsa ki az x valós számot!

(3 točke/pont)

Rezervna stran / *Tartalék oldal*

V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*
V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*

B) KRAJŠE STRUKTURIRANE NALOGE / *RÖVIDEBB STRUKTURÁLT FELADATOK*

1. Za poljubni naravni števili m in n označimo z $D(m,\ n)$ največji skupni delitelj teh dveh števil in z $v(m,\ n)$ njun najmanjši skupini večkratnik.

   Razcepite števila 45, 48 in 60 na prafaktorje.

   Izračunajte $\left(\dfrac{D(45,\ 48)}{D(48,\ 60)}-\dfrac{D(11,\ 23)}{v(4,\ 10)}\right)\cdot v(5,\ 20)$.

   Az m és n tetszőleges természetes számok esetén jelölje $D(m,\ n)$ az adott két szám legnagyobb közös osztóját és $v(m,\ n)$ a legkisebb közös többszörösüket.

   Bontsa prímtényezőire a 45, 48 és 60 számot!

   Számítsa ki a $\left(\dfrac{D(45,\ 48)}{D(48,\ 60)}-\dfrac{D(11,\ 23)}{v(4,\ 10)}\right)\cdot v(5,\ 20)$ értékét!

   (8 točk/pont)

2. Poraba avtomobila je 6 litrov goriva na 100 kilometrov, kombi pa z litrom goriva prevozi 12 kilometrov. Koliko več goriva od avtomobila je porabil kombi, če sta obe vozili prevozili po 350 kilometrov? Rezultat zaokrožite na tisočine litra.

   Az autó fogyaszása 6 liter üzemanyag 100 kilométeren, a kisbusz pedig egy liter üzemanyaggal 12 kilometert tesz meg. Mennyivel több üzemanyagot fogyasztott a kisbusz az autónál, ha mindkettővel 350 kilométert tettek meg? Az eredményt kerekítse ezredliterekre!

   (5 točk/pont)

3. V aritmetičnem zaporedju je drugi člen enak 39, peti pa 30.

   Izračunajte diferenco, prvi člen in 37. člen danega zaporedja.

   Izračunajte vsoto prvih 50 členov danega zaporedja.

   A számtani sorozat második tagja 39, *az ötödik pedig* 30.

   Számítsa ki az adott sorozat különbségét, az első tagját és a 37. tagját!

   Számítsa ki az adott sorozat első 50 tagjának az összegét!

(6 točk/pont)

4. V razredu z 28 učenci je 12 deklet in 16 fantov. Trem fantom je ime Anže.

Učitelj bo za spraševanje naključno izbral enega od učencev (dekle ali fanta) tega razreda. Izračunajte verjetnost dogodka A, da bo naključno vprašanemu ime Anže.

Učitelj bo za spraševanje naključno izbral dva od fantov tega razreda. Izračunajte verjetnost dogodka B, da bo natanko enemu ime Anže.

Učitelj bo za spraševanje naključno izbral tri učence tega razreda. Izračunajte verjetnost dogodka C, da bosta v naključno izbrani trojki zastopana oba spola.

Az osztályba 28 tanuló jár, ezek közül 12 lány és 16 fiú. Három fiúnak Anže a neve.

A tanár a feleltetésnél találomra kiválasztja az osztály egy tanulóját. Számítsa ki annak az A *eseménynek a valószínűségét, hogy a találomra kiválasztott tanuló neve Anže!*

A tanár a feleltetésnél kiválaszt az osztály fiú tanuló közül kettőt. Számítsa ki annak a B *eseménynek a valószínűségét, hogy pontosan egynek Anže a neve!*

A tanár a feleltetésnél kiválaszt az osztály tanuló közül hármat. Számítsa ki annak a C *eseménynek a valószínűségét, hogy a találomra kiválasztott három tanuló között van képviselője mindkét nemnek!*

(8 točk/pont)

5. V trikotniku ABC je dolžina stranice AB enaka $c=|AB|=2$ cm, dolžina stranice AC je enaka $b=|AC|=\sqrt{2}$ cm in velikost kota $\sphericalangle ABC$ je enaka $\beta=30°$. Izračunajte dolžino stranice BC. Zapišite obe rešitvi. Rezultat zaokrožite na stotinko centimetra.

Az ABC háromszög AB oldalának hosszúsága $c=|AB|=2$ cm, AC oldalának hosszúsága $b=|AC|=\sqrt{2}$ cm, az $\sphericalangle ABC$ szög nagysága pedig $\beta=30°$. Számítsa ki a BC oldal hosszúságát! Írja fel mindkét megoldást! Az eredményt kerekítse század centiméterekre!

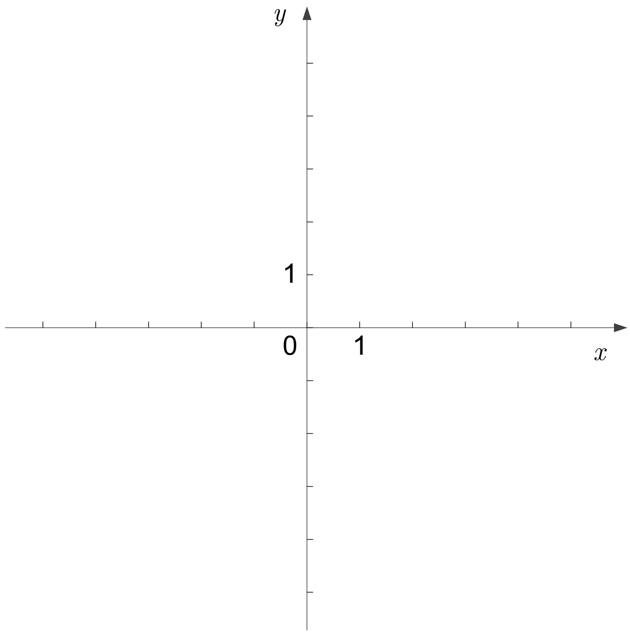
(5 točk/pont)

6. Dana je funkcija $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ s predpisom $f(x)=4^x-2$.

Izračunajte ničlo in začetno vrednost funkcije f, zapišite enačbo vodoravne asimptote grafa funkcije f in graf narišite.

Adott az $f(x)=4^x-2$ hozzárendelési szabállyal megadott $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ függvény.

Számítsa ki az f függvény zérushelyét, a 0 helyen felvett helyettesítési értékét, az f függvény grafikonjának vízszintes asszimptotáját, és ábrázolja a grafikonját!



Izračunajte, pod kolikšnim kotom graf funkcije f seka abscisno os. Kot zaokrožite na minuto.

Számítsa ki az f függvény grafikonja és az abszcisszatengely hajlásszögét! A szöget kerekítse percekre!

(8 točk/pont)

M 2 1 0 4 0 1 1 2 M 2 0

Rezervna stran / *Tartalék oldal*