Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center

M 2 1 0 4 0 2 1 1 M

PREDMATURITETNI PREIZKUS
ELŐZETES ÉRETTSÉGI VIZSGA

Višja raven
Emelt szint

MATEMATIKA

Izpitna pola 1
1. feladatlap

B) Krajše strukturirane naloge / *Rövidebb strukturált feladatok*
C) Strukturirane naloge / *Strukturált feladatok*

Ponedeljek, 8. marec 2021 / 90 minut (45 + 45)
2021. március 8., hétfő / 90 perc (45 + 45)

Dovoljeno gradivo in pripomočki: Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko in geometrijsko orodje (šestilo in ravnilo, lahko tudi trikotnik) in računalo.
Priloga s formulami in konceptna lista so na perforiranih listih, ki jih kandidat pazljivo iztrga.

Engedélyezett segédeszközök: A jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, rajzeszközöket (körzőt és vonalzót, esetleg háromszöget) és számológépet hoz magával.
A képleteket tartalmazó lap és a vázlatkészítéshez mellékelt lap perforált, ezeket a jelölt óvatosan kiszakíthatja.

SPLOŠNA MATURA
ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Ta pola ima 24 strani, od tega 1 prazno in 3 rezervne.
A feladatlap 24 oldalas, ebből 1 üres és 3 tartalék.

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

~~**Pri reševanju te izpitne pole uporaba računala ni dovoljena.**~~

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani).

Izpitna pola je sestavljena iz dveh delov, dela B in dela C. Časa za reševanje je 90 minut. Priporočamo vam, da za reševanje dela B porabite 45 minut, za reševanje dela C pa 45 minut.

Izpitna pola vsebuje 6 krajših strukturiranih nalog v delu B in 2 strukturirani nalogi v delu C. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 60, od tega 40 v delu B in 20 v delu C. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na straneh 3 in 4.

Rešitve pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom v izpitno polo v za to predvideni prostor **znotraj okvirja**. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Strani 17, 22 in 23 so rezervne; uporabite jih le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót!

Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg azt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

~~***E feladatlap megoldása során számológép nem alkalmazható.***~~

Ragassza vagy írja be kódszámát (az első oldal jobb felső sarkában levő keretbe)!

A feladatlap két részből áll, a B és a C részből. A megoldásukra 90 perc áll a rendelkezésére. Azt javasoljuk, hogy az B részre 45 percet, a C részre 45 percet fordítson!

A feladatlap 6 rövidebb strukturált feladatot tartalmaz a B részben és 2 strukturált feladatot a C részben. Összesen 60 pontot érhet el, ebből 40-at az B, és 20-et a C részben. A feladatlapban a feladatok mellett feltüntettük az elérhető pontszámot is. A feladatok megoldásakor használhatja a 5. in 6. oldalon található standard képletgyűjteményt.

Válaszait töltőtollal vagy golyóstollal írja a feladatlap erre kijelölt helyére, ***a kereten belülre****! Rajzoláshoz használhat ceruzát is. Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd válaszát írja le újra! Az olvashatatlan megoldásokat és a nem egyértelmű javításokat 0 ponttal értékeljük. A 17., 22. és 23. oldal tartalék; ide csak akkor írjon, ha elfogy a helye. Egyértelműen jelölje meg, melyik feladatok megoldását írta erre az oldalra! A piszkozati lapokra készített vázlatokat az értékelés során nem vesszük figyelembe.*

A válasznak tartalmaznia kell a megoldásig vezető műveletsort az összes köztes számítással és következtetéssel együtt. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékelje az értékelő tanár!

Bízzon önmagában és képességeiben! Eredményes munkát kívánunk!

Formule

(**Vsota in razlika potenc z naravnim eksponentom**) Za poljubna $a,\ b \in \mathbb{R}$ in za poljubno naravno število n velja
$\boxed{a^{2n+1}+b^{2n+1}=(a+b)\left(a^{2n}-a^{2n-1}b+a^{2n-2}b^2-\ldots+a^2b^{2n-2}-ab^{2n-1}+b^{2n}\right)}$,

$\boxed{a^n-b^n=(a-b)\left(a^{n-1}+a^{n-2}b+a^{n-3}b^2+\ldots+a^2b^{n-3}+ab^{n-2}+b^{n-1}\right)}$.

(**Evklidov in višinski izrek**) Pravokotni trikotnik ima kateti a in b ter hipotenuzo c. Višina na hipotenuzo je v_c, pravokotna projekcija katete a na hipotenuzo je a_1, pravokotna projekcija katete b na hipotenuzo pa b_1. Tedaj velja $\boxed{a^2=ca_1,\ b^2=cb_1}$, $\boxed{v_c^2=a_1b_1}$.

(**Polmera trikotniku včrtanega in očrtanega kroga**) Trikotnik ima stranice $a,\ b$ in c, polovica obsega je $s=\dfrac{a+b+c}{2}$, ploščina je S, polmer danemu trikotniku včrtanega kroga je r in polmer danemu trikotniku očrtanega kroga je R. Tedaj je $\boxed{r=\dfrac{S}{s}}$ in $\boxed{R=\dfrac{abc}{4S}}$.

(**Heronova formula**) Trikotnik ima stranice $a,\ b$ in c, polovica obsega je $s=\dfrac{a+b+c}{2}$. Tedaj je njegova ploščina $\boxed{S=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}$.

(**Ploščina trikotnika**) Naj bodo $A(x_1,\ y_1)$, $B(x_2,\ y_2)$ in $C(x_3,\ y_3)$ točke v ravnini. Ploščina trikotnika z oglišči $A,\ B$ in C je enaka $\boxed{S=\dfrac{1}{2}\left|(x_2-x_1)(y_3-y_1)-(x_3-x_1)(y_2-y_1)\right|}$.

(**Krogla**) Površina in prostornina krogle s polmerom r sta $\boxed{P=4\pi r^2,\ V=\dfrac{4\pi r^3}{3}}$.

(**Razdalja točke od premice**) Naj bodo $a,\ b,\ c,\ x_0,\ y_0 \in \mathbb{R}$ in naj a in b ne bosta oba enaka 0. Razdalja točke $T_0(x_0,\ y_0)$ od premice p, podane z enačbo $ax+by-c=0$, je
$\boxed{d(T_0,\ p)=\dfrac{|ax_0+by_0-c|}{\sqrt{a^2+b^2}}}$.

(**Logaritem**) Naj bosta $a>0,\ a\neq 1,\ b>0,\ b\neq 1$. Tedaj za vsak $x>0$ velja $\boxed{\log_a x=\dfrac{\log_b x}{\log_b a}}$.

(**Adicijski izreki**) Za poljubna $x,\ y \in \mathbb{R}$ velja
$\boxed{\sin(x\pm y)=\sin x\cos y\pm\cos x\sin y}$, $\boxed{\cos(x\pm y)=\cos x\cos y\mp\sin x\sin y}$.
Za poljubna $x,\ y\in\mathbb{R}\backslash\left\{\dfrac{\pi}{2}+\pi\cdot k;\ k\in\mathbb{Z}\right\}$, za katera je $x+y\neq\dfrac{\pi}{2}+\pi\cdot k$ za poljuben $k\in\mathbb{Z}$ in $\tan x\tan y\neq -1$, velja $\boxed{\tan(x\pm y)=\dfrac{\tan x\pm\tan y}{1\mp\tan x\tan y}}$.

(**Kotne funkcije polovičnih kotov**) Za poljuben $x\in\mathbb{R}$ velja
$\boxed{\sin^2\dfrac{x}{2}=\dfrac{1-\cos x}{2}}$, $\boxed{\cos^2\dfrac{x}{2}=\dfrac{1+\cos x}{2}}$.
Za poljuben $x\in\mathbb{R}\backslash\{\pi+\pi\cdot 2k;\ k\in\mathbb{Z}\}$ velja $\boxed{\tan\dfrac{x}{2}=\dfrac{\sin x}{1+\cos x}}$.

(**Faktorizacija vsote in razlike kotnih funkcij**) Za poljubna $x,\ y\in\mathbb{R}$ velja
$\boxed{\sin x\pm\sin y=2\sin\dfrac{x\pm y}{2}\cos\dfrac{x\mp y}{2}}$,

$\boxed{\cos x+\cos y=2\cos\dfrac{x+y}{2}\cos\dfrac{x-y}{2}}$,

$\boxed{\cos x-\cos y=-2\sin\dfrac{x+y}{2}\sin\dfrac{x-y}{2}}$.

(**Razčlenitev produkta kotnih funkcij**) Za poljubna $x,\ y \in \mathbb{R}$ velja

$\boxed{\sin x \cdot \sin y = -\frac{1}{2}\left(\cos(x+y) - \cos(x-y)\right)}$,

$\boxed{\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2}\left(\cos(x+y) + \cos(x-y)\right)}$,

$\boxed{\sin x \cdot \cos y = \frac{1}{2}\left(\sin(x+y) + \sin(x-y)\right)}$.

(**Elipsa**) Elipsa v ravnini ima polosi a in b $(a > b)$, njena linearna ekscentričnost je e, njena numerična ekscentričnost je ε. Tedaj velja $\boxed{e^2 = a^2 - b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \frac{e}{a}}$.

(**Hiperbola**) Hiperbola v ravnini ima realno polos a in imaginarno polos b, njena linearna ekscentričnost je e, njena numerična ekscentričnost je ε. Tedaj velja $\boxed{e^2 = a^2 + b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \frac{e}{a}}$.

(**Parabola**) Parabola v ravnini z enačbo $y^2 = 2px$ ima gorišče v $\boxed{G\left(\frac{p}{2},\ 0\right)}$, enačba premice vodnice dane parabole pa je $\boxed{x = -\frac{p}{2}}$.

(**Aritmetično zaporedje**) Vsota prvih n členov aritmetičnega zaporedja (a_n) je $\boxed{S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)}$.

(**Geometrijsko zaporedje**) Vsota prvih n členov geometrijskega zaporedja (a_n) s kvocientom $q \in \mathbb{R}$ je $\boxed{S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}}$, če je $q \neq 1$, in $\boxed{S_n = na_1}$, če je $q = 1$.

(**Limiti**) $\boxed{\lim\limits_{n\to\infty}\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e}$ in $\boxed{\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1}$.

(**Nedoločeni integral**) Naj bo $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Tedaj je za vsak $C \in \mathbb{R}$

$\boxed{\int \frac{\mathrm{d}x}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a}\arctan\frac{x}{a} + C}$ in $\boxed{\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1 - x^2}} = \arcsin x + C}$.

(**Integracija po delih**) Naj bo $D \subseteq \mathbb{R}$ in $u,\ v : D \to \mathbb{R}$ odvedljivi funkciji. Tedaj velja

$\boxed{\int u \cdot v' = u \cdot v - \int v \cdot u'}$.

(**Volumen rotacijskega telesa**) Naj bo $f : [a,\ b] \to \mathbb{R}$ zvezna funkcija. Volumen telesa, ki ga dobimo tako, da lik, ki ga omejujejo graf funkcije f, abscisna os ter premici $x = a$ in $x = b$, zavrtimo okrog abscisne osi za 360°, je $\boxed{V = \pi\int_a^b (f(x))^2 \mathrm{d}x}$.

(**Bernoullijeva formula**) Naj bo p verjetnost, da se v danem poskusu zgodi dogodek A. Verjetnost, da se dogodek A v n zaporednih ponovitvah poskusa zgodi natanko k-krat, je

$\boxed{P(n,\ p,\ k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}}$.

Képletek

(A természetes kitevőjű hatványok összege és különbsége) *Tetszőleges* $a,\ b \in \mathbb{R}$ *és tetszőleges* n *természetes számra fennáll*

$\boxed{a^{2n+1}+b^{2n+1}=(a+b)\left(a^{2n}-a^{2n-1}b+a^{2n-2}b^2-\ldots+a^2b^{2n-2}-ab^{2n-1}+b^{2n}\right)}$,

$\boxed{a^n-b^n=(a-b)\left(a^{n-1}+a^{n-2}b+a^{n-3}b^2+\ldots+a^2b^{n-3}+ab^{n-2}+b^{n-1}\right)}$.

(Euklidesz-tétel (befogótétel) és a magasságtétel) *A derékszögű háromszög befogói* a *és* b*, az átfogója* c*. Az átfogóhoz tartozó magasság* v_c*, az* a *befogó merőleges vetülete az átfogóra* a_1*, a* b *befogó merőleges vetülete az átfogóra* b_1*. Ekkor fennáll:* $\boxed{a^2=ca_1,\ b^2=cb_1}$, $\boxed{v_c^2=a_1b_1}$.

(A háromszög beírt és körülírt körének sugara) *A háromszög oldalai* a*,* b *és* c*, a félkerület* $s=\dfrac{a+b+c}{2}$*, a területe* S*, az adott háromszög bert körének sugara* r *és az adott háromszög körülírt körének sugara* R*. Ekkor fennáll:* $\boxed{r=\dfrac{S}{s}}$ *és* $\boxed{R=\dfrac{abc}{4S}}$.

(Héron-képlet) *A háromszög oldalai* a*,* b *és* c*, a félkerület* $s=\dfrac{a+b+c}{2}$*. Ekkor a területe*

$\boxed{S=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}$.

(A háromszög területe) *Legyenek az* $A(x_1,\ y_1)$*,* $B(x_2,\ y_2)$ *és* $C(x_3,\ y_3)$ *síkbeli pontok. Az* A*,* B *és* C *csúcsú háromszög területe:* $\boxed{S=\dfrac{1}{2}\left|(x_2-x_1)(y_3-y_1)-(x_3-x_1)(y_2-y_1)\right|}$.

(Gömb) *Az* r *sugarú gömb felszíne és térfogata* $\boxed{P=4\pi r^2,\ V=\dfrac{4\pi r^3}{3}}$.

(Pont és egyenes távolsága) *Legyenek* $a,\ b,\ c,\ x_0,\ y_0 \in \mathbb{R}$ *és* a *és* b *ne legyenek egyenlők 0-val.* *A* $T_0(x_0,\ y_0)$ *pont távolsága az* $ax+by-c=0$ *egyenletű* p *egyenestől*

$\boxed{d(T_0,\ p)=\dfrac{|\,ax_0+by_0-c\,|}{\sqrt{a^2+b^2}}}$.

(Logaritmus) *Legyenek* $a>0$*,* $a\neq 1$*,* $b>0$*,* $b\neq 1$*. Akkor minden* $x>0$ *-re fennáll* $\boxed{\log_a x=\dfrac{\log_b x}{\log_b a}}$.

(Addíciós tételek) *Tetszőleges* $x,\ y\in\mathbb{R}$ *esetén fennáll*

$\boxed{\sin(x\pm y)=\sin x\cos y\pm\cos x\sin y}$, $\boxed{\cos(x\pm y)=\cos x\cos y\mp\sin x\sin y}$.

Tetszőleges $x,\ y\in\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+\pi\cdot k;\ k\in\mathbb{Z}\right\}$*, amelyre* $x+y\neq\dfrac{\pi}{2}+\pi\cdot k$ *tetszőleges* $k\in\mathbb{Z}$ *és* $\tan x\tan y\neq -1$*, fennáll* $\boxed{\tan(x\pm y)=\dfrac{\tan x\pm\tan y}{1\mp\tan x\tan y}}$.

(A félszögek szögfüggvényei) *Tetszőleges* $x\in\mathbb{R}$ *esetén fennáll*

$\boxed{\sin^2\dfrac{x}{2}=\dfrac{1-\cos x}{2}}$, $\boxed{\cos^2\dfrac{x}{2}=\dfrac{1+\cos x}{2}}$.

Tetszőleges $x\in\mathbb{R}\setminus\{\pi+\pi\cdot 2k;\ k\in\mathbb{Z}\}$ *esetén fennáll* $\boxed{\tan\dfrac{x}{2}=\dfrac{\sin x}{1+\cos x}}$.

(Összegek szorzattá alakítása) *Tetszőleges* $x,\ y\in\mathbb{R}$ *esetén fennáll*

$\boxed{\sin x\pm\sin y=2\sin\dfrac{x\pm y}{2}\cos\dfrac{x\mp y}{2}}$,

$\boxed{\cos x+\cos y=2\cos\dfrac{x+y}{2}\cos\dfrac{x-y}{2}}$,

$\boxed{\cos x-\cos y=-2\sin\dfrac{x+y}{2}\sin\dfrac{x-y}{2}}$.

(A szorzatok összeggé alakítása) *Tetszőleges* $x,\ y \in \mathbb{R}$ *esetén fennáll*

$$\boxed{\sin x \cdot \sin y = -\frac{1}{2}\left(\cos(x+y) - \cos(x-y)\right)},$$

$$\boxed{\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2}\left(\cos(x+y) + \cos(x-y)\right)},$$

$$\boxed{\sin x \cdot \cos y = \frac{1}{2}\left(\sin(x+y) + \sin(x-y)\right)}.$$

(Ellipszis) *A síkbeli ellipszis féltengelyei* a *és* b $(a > b)$, *a lineáris excentricitása* e, *a numerikus excentricitása* ε. *Ekkor fennáll:* $\boxed{e^2 = a^2 + b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \frac{e}{a}}$.

(Hiperbola) *A síkbeli hiperbola valós féltengelye* a , *képzetes féltengelye* b, *a lineáris excentricitása* e, *a numerikus excentricitása* ε. *Ekkor fennáll:* $\boxed{e^2 = a^2 + b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \frac{e}{a}}$.

(Parabola) *Az* $y^2 = 2px$ *egyenletű síkbeli parabola* $\boxed{G\left(\frac{p}{2},\ 0\right)}$ *fókuszponttal, az adott parabola vezéregyenesének egyenlete* $\boxed{x = -\frac{p}{2}}$.

(Számtani sorozat) *Az* (a_n) *számtani sorozat első* n *elemének összege* $\boxed{S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)}$.

(Mértani sorozat) *A* $q \in \mathbb{R}$ *hányadosú* (a_n) *mértani sorozat első* n *elemének összege*

$\boxed{S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}}$, *ha* $q \neq 1$, *és* $\boxed{S_n = na_1}$, *ha a* $q = 1$.

(Határértékek) $\boxed{\lim_{n\to\infty}\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e}$ *és* $\boxed{\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1}$.

(Határozatlan integrál) *Legyen* $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ *ekkor minden* $C \in \mathbb{R}$ *esetén fennáll*

$\boxed{\int \frac{\mathrm{d}x}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a}\arctan\frac{x}{a} + C}$ *és* $\boxed{\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1 - x^2}} = \arcsin x + C}$.

(Parciális integrálás) *Legyen* $D \subseteq \mathbb{R}$ *in* $u,\ v : D \to \mathbb{R}$ *deriválható függvény. Ekkor fennáll:*

$\boxed{\int u \cdot v' = u \cdot v - \int v \cdot u'}$.

(Forgástest térfogata) *Legyen* $f : [a,\ b] \to \mathbb{R}$ *folytonos függvény. Annak a testnek a térfogata, amelyet úgy kapunk, hogy az* f *függvény grafikonja, az abszcissza tengely és az* $x = a$ *és* $x = b$ *egyenesek által határolt síkidomot az abszcissza tengely körül* 360° *-kal megforgatunk, egyenlő lesz* $\boxed{V = \pi\int_a^b (f(x))^2\,\mathrm{d}x}$.

(Bernoulli-képlet) *Legyen* p *valószínűségű, hogy egy adott kísérletben bekövetkezik az* A *esemény. Annak valószínűsége, hogy az* A *esemény a kísérlet* n *egymást követő megismétlésénél pontosan* k*- szor következik be* $\boxed{P(n,\ p,\ k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}}$.

Konceptni list / ***Piszkozati lap***

M 2 1 0 4 0 2 1 1 M 0 8

Konceptni list / *Piszkozati lap*

Konceptni list / ***Piszkozati lap***

M 2 1 0 4 0 2 1 1 M 1 0

Konceptni list / ***Piszkozati lap***

V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon! V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon! V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!

B) KRAJŠE STRUKTURIRANE NALOGE / *RÖVIDEBB STRUKTURÁLT FELADATOK*

1. Naj bo n realno število in $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ funkcija s predpisom $f(x)=-2x+n$.

   Če je $n=-5$, izračunajte $f(-7)$ in ničlo funkcije f.

   Izračunajte n, če je $f(3)=5$.

   Izračunajte n, če je $f^{-1}(2)=4$, pri čemer je f^{-1} inverzna funkcija funkcije f.

   Legyen n valós szám, és az $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ függvény hozzárendelési szabálya legyen $f(x)=-2x+n$.

   Számítsa ki az $f(-7)$ értékét és az f függvény zérushelyét, ha $n=-5$!

   Számítsa ki az n értékét, ha $f(3)=5$!

   Számítsa ki az n értékét, ha $f^{-1}(2)=4$, és az f^{-1} függvény az f függvény inverz függvénye!

   (6 točk/pont)

2. Dana je krožnica z enačbo $x^2+y^2-24x+6y+128=0$.

Izračunajte središče S in polmer r dane krožnice.

Koliko je dolga najdaljša tetiva dane krožnice?

Na krožnici narišemo točki A in B, ki sta ena od druge oddaljeni za 5 enot. Koliko stopinj meri ostri kot $\sphericalangle ASB$?

Adott az $x^2+y^2-24x+6y+128=0$ egyenletű körvonal.

Számítsa ki az adott körvonal S középpontját és r sugarát!

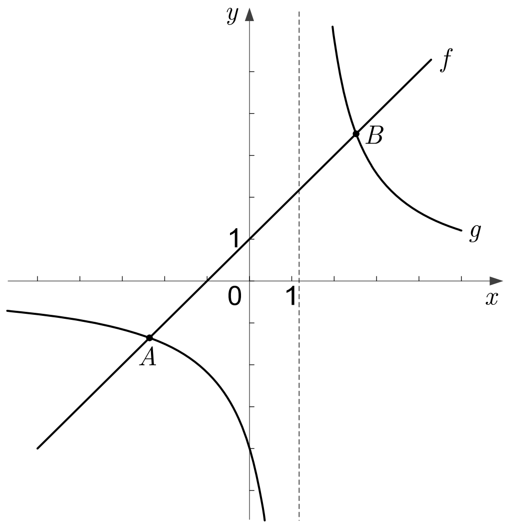
Milyen hosszú az adott körvonal leghosszabb húrja?

A körvonalon megjelöljük az A és a B pontokat, amelyek távolsága 5 egység. Hány fokos az $\sphericalangle ASB$ hegyesszög?

(7 točk/pont)

3. V ravnini, opremljeni s koordinatnim sistemom, sta narisana grafa funkcij f in g s predpisoma $f(x)=x+1$ in $g(x)=\dfrac{28}{6x-7}$ ter njuni presečišči A in B.

A koordináta-rendszerrel ellátott síkban ábrázoltuk az $f(x)=x+1$, illetve $g(x)=\dfrac{28}{6x-7}$ hozzárendelési szabállyal megadott f és g függvényt, valamint ezek A és B metszéspontját.



Izračunajte koordinate točk A in B. Koordinate zapišite v obliki okrajšanih ulomkov.

Koliko je presečišče A oddaljeno od vodoravne asimptote grafa funkcije g? Zapišite odgovor.

Koliko je presečišče B oddaljeno od navpične asimptote grafa funkcije g? Zapišite odgovor.

Számítsa ki az A és B pontok koordinátáit! A koordinátákat tovább nem egyszerűsíthető (redulkált) tört formájában adja meg!

Mekkora távolságra van az A metszéspont a g függvény grafikonjának vízszintes aszimptotájától? A választ írja le!

Mekkora távolságra van a B metszéspont a g függvény grafikonjának függőleges aszimptotájától? A választ írja le!

(8 točk/pont)

M 2 1 0 4 0 2 1 1 M 1 4

4. Naj bo $w = 2 - 5\mathrm{i}$ kompleksno število. Izračunajte vsoto $v = \mathrm{Im}\,w + \mathrm{Re}\,w$ in produkt $p = \mathrm{Im}\,w \cdot \mathrm{Re}\,w$.

Izračunajte kompleksno število z, za katero velja: $\begin{array}{l} 4\mathrm{Re}\,z + 3\mathrm{Im}\,z = 1 \\ 5\mathrm{Re}\,z - 6\mathrm{Im}\,z = \dfrac{9}{2} \end{array}$.

Legyen a $w = 2 - 5\mathrm{i}$ *komplex szám. Számítsa ki a* $v = \mathrm{Im}\,w + \mathrm{Re}\,w$ *összeget és a* $p = \mathrm{Im}\,w \cdot \mathrm{Re}\,w$ *szorzatot!*

Számítsa ki a z *komplex számot, amelyre fennáll:* $\begin{array}{l} 4\mathrm{Re}\,z + 3\mathrm{Im}\,z = 1 \\ 5\mathrm{Re}\,z - 6\mathrm{Im}\,z = \dfrac{9}{2} \end{array}$ *!*

(7 točk/pont)

5. Za funkcijo $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ velja, da je $f(1)=1$ in $f'(x)=2x-1$ za vsak $x\in\mathbb{R}$. Zapišite predpis funkcije f.

Az $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ függvényre fennáll, hogy $f(1)=1$ és $f'(x)=2x-1$ minden $x\in\mathbb{R}$ esetén. Írja fel az f függvény hozzárendelési szabályát!

(6 točk/pont)

6. Imamo dve prazni cisterni, ki imata obliko valja in stojita na osnovnih ploskvah.
Prva cisterna ima obliko pokončnega valja s polmerom 3 dm. Vanjo nalijemo 120 litrov jabolčnega soka in jo tako napolnimo do dveh tretjin. Izračunajte višino cisterne. Rezultat zaokrožite na desetinko decimetra.
Druga cisterna ima obliko enakostraničnega valja (osni presek je kvadrat). Vanjo nalijemo 120 litrov jabolčnega soka in jo tako napolnimo do vrha. Izračunajte polmer cisterne. Rezultat zaokrožite na desetinko decimetra.

Adott két üres, henger alakú tartály, amelyek az alaplapjaikon állnak.
Az első tartály egyenes henger alakú, és 3 dm a sugara. 120 liter almalét öntünk bele, és így a kétharmadáig töltjük meg. Számítsa ki a tartály magasságát! Az eredményt kerekítse tizeddeciméterre!
A másik tartály egyenlő oldalú henger alakú (a tengelymetszete négyzet). 120 liter almalét öntünk bele, és így teljesen megtöltjük. Számítsa ki a tartály sugarát! Az eredményt kerekítse tizeddeciméterre!

(6 točk/pont)

Rezervna stran / *Tartalék oldal*

C) STRUKTURIRANE NALOGE / *STRUKTURÁLT FELADATOK*

1. Dana je funkcija $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ s predpisom $f(x)=\sin x+\sqrt{3}\cos x$.

   Adott az $f(x)=\sin x+\sqrt{3}\cos x$ *hozzárendelési szabállyal megadott* $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ *függvény.*

   1.1. Izračunajte vse ničle, stacionarne točke ter minimalno in maksimalno vrednost funkcije f.

   Számítsa ki az f *függvény minden zérushelyét, stacionárius pontját, valamint a minimumát és a maximumát!*

   (6 točk/pont)

   1.2. Dokažite, da je $f(x)=2\cdot\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$ za vsak $x\in\mathbb{R}$.

   Bizonyítsa be, hogy $f(x)=2\cdot\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$ *minden* $x\in\mathbb{R}$ *esetén!*

   (2 točki/pont)

   1.3. Izračunajte realno število $a\in\left(0,\ \frac{2\pi}{3}\right)$, tako da bo ploščina območja med grafom funkcije f, abscisno osjo ter premicama $x=0$ in $x=a$ enaka $\sqrt{2}+1$.

   Számítsa ki az $a\in\left(0,\ \frac{2\pi}{3}\right)$ *valós számot, amelyre az* f *függvény grafikonja, az abszcisszatengely, valamint az* $x=0$ *és* $x=a$ *egyenesek által közbezárt síkidom területe* $\sqrt{2}+1$*!*

   (3 točke/pont)

2. V prostoru $\mathbb{R}^3$ so dane točke $A\left(\sqrt{5},\ 0,\ 0\right)$, $B(0,\ 2,\ 0)$ in $C\left(0,\ 0, \sqrt{11}\right)$. Točka $O(0,\ 0,\ 0)$ je izhodišče koordinatnega sistema.

Az $\mathbb{R}^3$ térben adottak a következő pontok: $A\left(\sqrt{5},\ 0,\ 0\right)$, $B(0,\ 2,\ 0)$ és $C\left(0,\ 0, \sqrt{11}\right)$! Az $O(0,\ 0,\ 0)$ pont az origó.

2.1. Izračunajte dolžine stranic trikotnika $\triangle ABC$.

Számítsa ki a $\triangle ABC$ háromszög oldalhosszúságait!

(2 točki/ pont*)*

2.2. Izračunajte ploščino trikotnika $\triangle ABC$.

Számítsa ki az $\triangle ABC$ háromszög területét!

(4 točke/ pont*)*

2.3. Točke O, A, B in C so oglišča tristrane piramide. Površina te piramide je sestavljena iz treh pravokotnih trikotnikov in trikotnika $\triangle ABC$. Dokažite, da je vsota kvadratov ploščin vseh treh pravokotnih trikotnikov enaka kvadratu ploščine trikotnika $\triangle ABC$.

Az O, A, B *és* C *pontok egy háromoldalú gúla csúcsai. A gúla felszínét három derékszögű háromszög és az $\triangle ABC$ háromszög alkotja. Bizonyítsa be, hogy a három derékszögű háromszög területének négyzetösszege egyenlő az $\triangle ABC$ háromszög területének négyzetével!*

(3 točke/ pont)

V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!
V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!

M 2 1 0 4 0 2 1 1 M 2 2

Rezervna stran / *Tartalék oldal*

Rezervna stran / *Tartalék oldal*

M 2 1 0 4 0 2 1 1 M 2 4

Prazna stran

Üres oldal

V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!
V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!