Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center

M 2 1 1 4 0 1 1 1 M

SPOMLADANSKI IZPITNI ROK
TAVASZI VIZSGAIDŐSZAK

Osnovna raven
Alapszint

MATEMATIKA

Izpitna pola 1
1. feladatlap

A) Kratke naloge / *Rövid feladatok*
B) Krajše strukturirane naloge / *Rövidebb strukturált feladatok*

Sobota, 5. junij 2021 / 90 minut (30 + 60)
2021. június 5., szombat / 90 perc (30 + 60)

Dovoljeno gradivo in pripomočki: Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko in geometrijsko orodje (šestilo in ravnilo, lahko tudi trikotnik) in računalo.
Priloga s formulami in konceptna lista so na perforiranih listih, ki jih kandidat pazljivo iztrga.

Engedélyezett segédeszközök: A jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, rajzeszközöket (körzőt és vonalzót, esetleg háromszöget) és számológépet hoz magával.
A képleteket tartalmazó lap és a vázlatkészítéshez mellékelt lap perforált, ezeket a jelölt óvatosan kiszakíthatja.

SPLOŠNA MATURA
ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Ta pola ima 20 strani, od tega 2 rezervni.
A feladatlap 20 oldalas, ebből 2 tartalék.

M 2 1 1 4 0 1 1 1 M 0 2

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

~~**Pri reševanju te izpitne pole uporaba računala ni dovoljena.**~~

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani).

Izpitna pola je sestavljena iz dveh delov, dela A in dela B. Časa za reševanje je 90 minut. Priporočamo vam, da za reševanje dela A porabite 30 minut, za reševanje dela B pa 60 minut.

Izpitna pola vsebuje 8 kratkih nalog v delu A in 6 krajših strukturiranih nalog v delu B. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 60, od tega 20 v delu A in 40 v delu B. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

Rešitve pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom v izpitno polo v za to predvideni prostor **znotraj okvirja**. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Strani 13 in 20 sta rezervni; uporabite ju le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót!

Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg azt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

~~***E feladatlap megoldása során számológép nem alkalmazható.***~~

Ragassza vagy írja be kódszámát (az első oldal jobb felső sarkában levő keretbe)!

A feladatlap két részből áll, az A és a B részből. A megoldásukra 90 perc áll a rendelkezésére. Azt javasoljuk, hogy az A részre 30 percet, a B részre 60 percet fordítson!

A feladatlap 8 rövid feladatot tartalmaz az A részben és 6 rövidebb strukturált feladatot a B részben. Összesen 60 pontot érhet el, ebből 20-at az A, és 40-et a B részben. A feladatlapban a feladatok mellett feltüntettük az elérhető pontszámot is. A feladatok megoldásakor használhatja a 4. oldalon található standard képletgyűjteményt.

*Válaszait töltőtollal vagy golyóstollal írja a feladatlap erre kijelölt helyére, **a kereten belülre**! Rajzoláshoz használhat ceruzát is. Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd válaszát írja le újra! Az olvashatatlan megoldásokat és a nem egyértelmű javításokat 0 ponttal értékeljük. A 13. és 20. oldal tartalék; ide csak akkor írjon, ha elfogy a helye. Egyértelműen jelölje meg, melyik feladatok megoldását írta erre az oldalra! A piszkozati lapokra készített vázlatokat az értékelés során nem vesszük figyelembe.*

A válasznak tartalmaznia kell a megoldásig vezető műveletsort az összes köztes számítással és következtetéssel együtt. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékelje az értékelő tanár!

Bízzon önmagában és képességeiben! Eredményes munkát kívánunk!

Formule

(**Vsota in razlika kubov**) Za poljubna $a,\ b \in \mathbb{R}$ velja $\boxed{a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)}$.

(**Evklidov in višinski izrek**) Pravokotni trikotnik ima kateti a in b ter hipotenuzo c. Višina na hipotenuzo je v_c, pravokotna projekcija katete a na hipotenuzo je a_1, pravokotna projekcija katete b na hipotenuzo pa b_1. Tedaj velja $\boxed{a^2 = ca_1,\ b^2 = cb_1}$, $\boxed{v_c^2 = a_1 b_1}$.

(**Polmera trikotniku včrtanega in očrtanega kroga**) Trikotnik ima stranice a, b in c, polovica obsega je $s = \dfrac{a+b+c}{2}$, ploščina je S, polmer danemu trikotniku včrtanega kroga je r in polmer danemu trikotniku očrtanega kroga je R. Tedaj je $\boxed{r = \dfrac{S}{s}}$ in $\boxed{R = \dfrac{abc}{4S}}$.

(**Heronova formula**) Trikotnik ima stranice a, b in c, polovica obsega je $s = \dfrac{a+b+c}{2}$. Tedaj je njegova ploščina $\boxed{S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}$.

(**Ploščina trikotnika**) Naj bodo $A(x_1,\ y_1)$, $B(x_2,\ y_2)$ in $C(x_3,\ y_3)$ točke v ravnini. Ploščina trikotnika z oglišči A, B in C je $\boxed{S = \dfrac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|}$.

(**Krogla**) Površina in prostornina krogle s polmerom r sta $\boxed{P = 4\pi r^2,\ V = \dfrac{4\pi r^3}{3}}$.

(**Adicijski izreki**) Za poljubna $x,\ y \in \mathbb{R}$ velja

$\boxed{\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y}$, $\boxed{\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y}$.

Za poljubna $x,\ y \in \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2} + \pi \cdot k;\ k \in \mathbb{Z}\right\}$, za katera je $x + y \neq \dfrac{\pi}{2} + \pi \cdot k$ za poljuben $k \in \mathbb{Z}$ in $\tan x \tan y \neq -1$, velja $\boxed{\tan(x \pm y) = \dfrac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}}$.

(**Kotne funkcije polovičnih kotov**)

Za poljuben $x \in \mathbb{R}$ velja $\boxed{\sin^2 \dfrac{x}{2} = \dfrac{1 - \cos x}{2}}$, $\boxed{\cos^2 \dfrac{x}{2} = \dfrac{1 + \cos x}{2}}$.

Za poljuben $x \in \mathbb{R} \setminus \{\pi + \pi \cdot 2k;\ k \in \mathbb{Z}\}$ velja $\boxed{\tan \dfrac{x}{2} = \dfrac{\sin x}{1 + \cos x}}$.

(**Elipsa**) Elipsa v ravnini ima polosi a in b $(a > b)$, njena linearna ekscentričnost je e, njena numerična ekscentričnost je ε. Tedaj velja $\boxed{e^2 = a^2 - b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \dfrac{e}{a}}$.

(**Hiperbola**) Hiperbola v ravnini ima realno polos a in imaginarno polos b, njena linearna ekscentričnost je e, njena numerična ekscentričnost je ε. Tedaj velja $\boxed{e^2 = a^2 + b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \dfrac{e}{a}}$.

(**Parabola**) Parabola v ravnini z enačbo $y^2 = 2px$ ima gorišče v $\boxed{G\left(\dfrac{p}{2},\ 0\right)}$, enačba premice vodnice dane parabole pa je $\boxed{x = -\dfrac{p}{2}}$.

(**Aritmetično zaporedje**) Vsota prvih n členov aritmetičnega zaporedja (a_n) je $\boxed{S_n = \dfrac{n}{2}(a_1 + a_n)}$.

(**Geometrijsko zaporedje**) Vsota prvih n členov geometrijskega zaporedja (a_n) s kvocientom $q \in \mathbb{R}$ je $\boxed{S_n = \dfrac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}}$, če je $q \neq 1$, in $\boxed{S_n = na_1}$, če je $q = 1$.

(**Limiti**) $\boxed{\lim\limits_{n \to \infty}\left(1 + \dfrac{1}{n}\right)^n = e}$ in $\boxed{\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin x}{x} = 1}$.

Képletek

(Köbök összege és különbsége) *Tetszőleges* $a,\ b \in \mathbb{R}$ *esetén fennáll* $\boxed{a^3 \pm b^3 = (a \pm b)\left(a^2 \mp ab + b^2\right)}$.

(Euklidesz-tétel (befogótétel) és a magasságtétel) *A derékszögű háromszög befogói* a *és* b, *az átfogója* c. *Az átfogóhoz tartozó magasság* v_c, *az* a *befogó merőleges vetülete az átfogóra* a_1, *a* b *befogó merőleges vetülete az átfogóra* b_1. *Ekkor fennáll:* $\boxed{a^2 = ca_1,\ b^2 = cb_1}$, $\boxed{v_c^2 = a_1 b_1}$.

(A háromszög beírt és körülírt körének sugara) *A háromszög oldalai* a, b *és* c, *a félkerület* $s = \dfrac{a+b+c}{2}$, *a területe* S, *az adott háromszög beírt körének sugara* r *és az adott háromszög körülírt körének sugara* R. *Ekkor fennáll:* $\boxed{r = \dfrac{S}{s}}$ *és* $\boxed{R = \dfrac{abc}{4S}}$.

(Héron-képlet) *A háromszög oldalai* a, b *és* c, *a félkerület* $s = \dfrac{a+b+c}{2}$. *Ekkor a területe* $\boxed{S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}$.

(A háromszög területe) *Legyenek az* $A(x_1,\ y_1)$, $B(x_2,\ y_2)$ *és* $C(x_3,\ y_3)$ *síkbeli pontok. Az* A, B *és* C *csúcsú háromszög területe:* $\boxed{S = \dfrac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|}$.

(Gömb) *Az* r *sugarú gömb felszíne és térfogata* $\boxed{P = 4\pi r^2,\ V = \dfrac{4\pi r^3}{3}}$.

(Addíciós tételek) *Tetszőleges* $x,\ y \in \mathbb{R}$ *esetén fennáll*
$\boxed{\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y}$, $\boxed{\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y}$

Tetszőleges $x,\ y \in \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2} + \pi \cdot k;\ k \in \mathbb{Z}\right\}$, *amelyre* $x + y \neq \dfrac{\pi}{2} + \pi \cdot k$ *tetszőleges* $k \in \mathbb{Z}$ *és* $\tan x \tan y \neq -1$, *fennáll* $\boxed{\tan(x \pm y) = \dfrac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}}$.

(A félszögek szögfüggvényei)

Tetszőleges $x \in \mathbb{R}$ *esetén fennáll* $\boxed{\sin^2 \dfrac{x}{2} = \dfrac{1 - \cos x}{2}}$, $\boxed{\cos^2 \dfrac{x}{2} = \dfrac{1 + \cos x}{2}}$.

Tetszőleges $x \in \mathbb{R} \setminus \{\pi + \pi \cdot 2k;\ k \in \mathbb{Z}\}$ *esetén fennáll* $\boxed{\tan \dfrac{x}{2} = \dfrac{\sin x}{1 + \cos x}}$.

(Ellipszis) *A síkbeli ellipszis féltengelyei* a *és* b $(a > b)$, *a lineáris excentricitása* e, *a numerikus excentricitása* ε. *Ekkor fennáll:* $\boxed{e^2 = a^2 + b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \dfrac{e}{a}}$.

(Hiperbola) *A síkbeli hiperbola valós féltengelye* a, *képzetes féltengelye* b, *a lineáris excentricitása* e, *a numerikus excentricitása* ε. *Ekkor fennáll:* $\boxed{e^2 = a^2 + b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \dfrac{e}{a}}$.

(Parabola) *Az* $y^2 = 2px$ *egyenletű síkbeli parabola* $\boxed{G\left(\dfrac{p}{2},\ 0\right)}$ *fókuszponttal, az adott parabola vezéregyenesének egyenlete* $\boxed{x = -\dfrac{p}{2}}$.

(Számtani sorozat) *Az* (a_n) *számtani sorozat első* n *elemének összege* $\boxed{S_n = \dfrac{n}{2}(a_1 + a_n)}$.

(Mértani sorozat) *A* $q \in \mathbb{R}$ *hányadosú* (a_n) *mértani sorozat első* n *elemének összege* $\boxed{S_n = \dfrac{a_1\left(q^n - 1\right)}{q - 1}}$, *ha* $q \neq 1$, *és* $\boxed{S_n = na_1}$, *ha a* $q = 1$.

(Határértékek) $\boxed{\lim\limits_{n \to \infty}\left(1 + \dfrac{1}{n}\right)^n = e}$ *és* $\boxed{\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin x}{x} = 1}$.

Konceptni list / ***Piszkozati lap***

Konceptni list / ***Piszkozati lap***

Konceptni list / ***Piszkozati lap***

Konceptni list / *Piszkozati lap*

V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*
V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*

V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon! V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon! V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!

A) KRATKE NALOGE / *RÖVID FELADATOK*

1. V spodnji preglednici ob trditvi obkrožite DA, če je trditev resnična (pravilna), in NE, če je trditev neresnična (nepravilna). Glejte rešeni primer v prvi vrstici.

   Az alábbi táblázatban karikázza be az IGEN szót, ha az állítás igaz (helyes), és a NEM szót, ha az állítás hamis! Vegye szemügyre az első sorban látható példát!

Trditev *Állítás*	Resničnost/Neresničnost trditve *Az állítás igaz/hamis*	
Število $\sqrt{2}$ je racionalno. *A* $\sqrt{2}$ *racionális szám.*	DA *IGEN*	NE *NEM*
Število $\sqrt{4}$ je naravno. *A* $\sqrt{4}$ *természetes szám.*	DA *IGEN*	NE *NEM*
Število -3 je celo. *A* -3 *egész szám.*	DA *IGEN*	NE *NEM*
Število π je racionalno. *A* π *racionális szám.*	DA *IGEN*	NE *NEM*

(3 točke/pont)

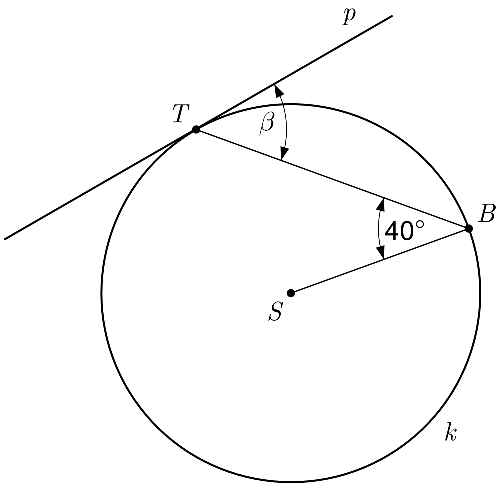
2. Točki $A(1,\ 1)$ in $B(3,\ -1)$ ležita na premici p. Na premici sta tudi točki C in D. Zapišite enačbo premice p in izračunajte manjkajoči koordinati točk $C(-1,\ y)$ in $D(x,\ 0)$.

   Az $A(1,\ 1)$ *és* $B(3,\ -1)$ *pont illeszkedik a* p *egyenesre. Erre az egyenesre illeszkedik a* C *és a* D *pont is. Írja fel a* p *egyenes egyenletét, és számítsa ki a* $C(-1,\ y)$ *és* $D(x,\ 0)$ *pont ismeretlen koordinátáját!*

(3 točke/pont)

3. Premica p na sliki je tangenta na krožnico k. Izračunajte velikost kota β.

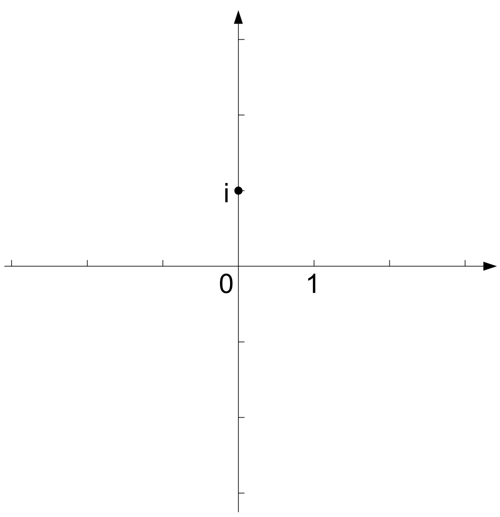
A képen látható p egyenes a k körvonal érintő egyenese. Számítsa ki a β szöget!



(2 točki/pont)

4. Naj bosta $z = 2 + \mathrm{i}$ in $w = -1 + 2\mathrm{i}$. V kompleksni ravnini predstavite števila z, w in $z + w$.

Legyen $z = 2 + \mathrm{i}$ és $w = -1 + 2\mathrm{i}$. Ábrázolja a komplex számsíkban a z, w és $z + w$ számot!



(2 točki/pont)

V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*
V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*

5. Rešite enačbo $|x-3|=11$.

Oldja meg az $|x-3|=11$ *egyenletet!*

(2 točki/pont)

6. V pravokotnem trikotniku merita kateti 11 in 17. Koliko meri višina na hipotenuzo v_c?

A derékszögű háromszög befogói 11 és 17 hosszúak. Mekkora az átfogóhoz tartozó v_c *magasság?*

(3 točke/pont)

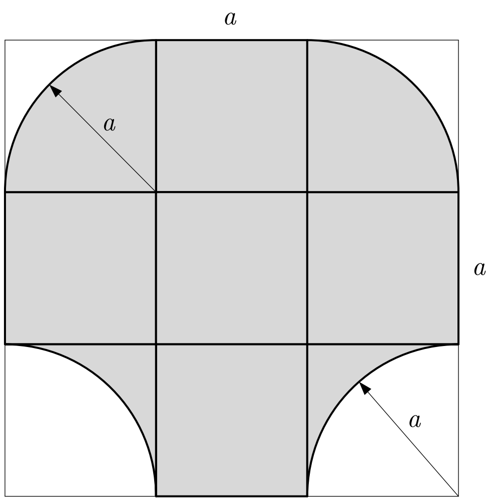
7. Izračunajte odvod funkcije s predpisom $f(x) = 5x^2 - 2021x + \cos x$.

Deriválja az $f(x) = 5x^2 - 2021x + \cos x$ *hozzárendelési szabállyal megadott függvényt!*

(3 točke/pont)

8. Izračunajte ploščino lika na sliki. Krivočrtne stranice so loki kroga s polmerom a.

Számítsa ki a képen látható síkidom területét! A görbe oldalak az a *sugarú kör körívjei.*



(2 točki/pont)

Rezervna stran / *Tartalék oldal*

OBRNITE LIST.
LAPOZZON!

V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*
V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*

B) KRAJŠE STRUKTURIRANE NALOGE / *RÖVIDEBB STRUKTURÁLT FELADATOK*

1. Brez uporabe računala rešite enačbi
   $7^{x-2}=\sqrt{7}$
   in
   $\log_7\left(\sqrt{11}-x\right)+\log_7\left(\sqrt{11}+x\right)=1$.

   Számológép használata nélkül oldja meg a
   $7^{x-2}=\sqrt{7}$
   és a
   $\log_7\left(\sqrt{11}-x\right)+\log_7\left(\sqrt{11}+x\right)=1$ *egyenletet!*

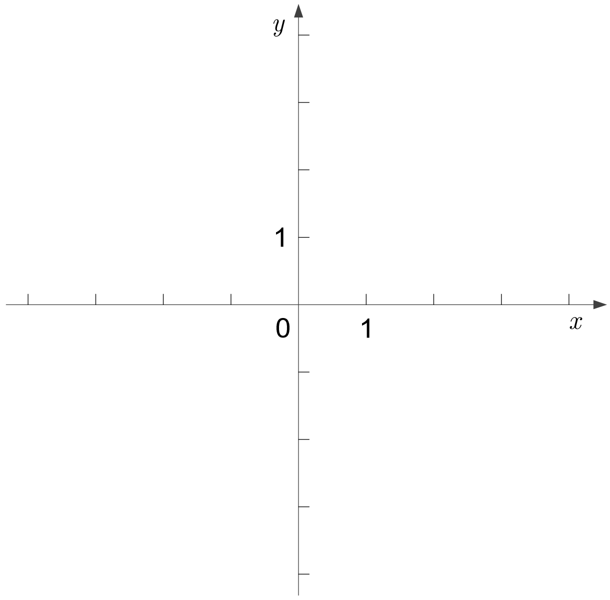
(6 točk/pont)

2. Dana je funkcija f s predpisom $f(x)=\begin{cases} 1; & x>-1 \\ x+2; & x\le -1 \end{cases}$.

V ravnino, opremljeno s koordinatnim sistemom, narišite graf funkcije f. V isti koordinatni sistem narišite premico z enačbo $y=x$.

Adott az $f(x)=\begin{cases} 1; & x>-1 \\ x+2; & x\le -1 \end{cases}$ *hozzárendelési szabállyal megadott* f *függvény.*

A koordináta-rendszerrel ellátott síkban ábrázolja az f *függvény grafikonját! Ugyanebben a koordináta-rendszerben ábrázolja az* $y=x$ *egyenletű egyenest is!*



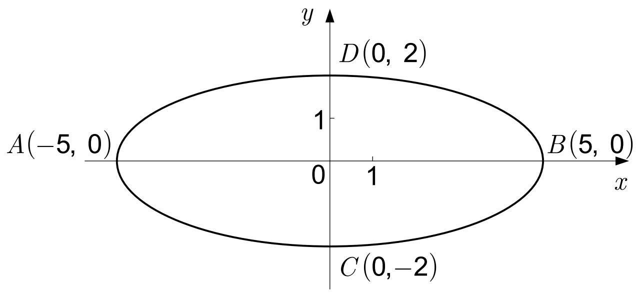
V koliko točkah seka premica z enačbo $y=x$ graf funkcije f? Poiščite vsa realna števila k, za katera seka premica z enačbo $y=k\cdot x$ graf funkcije f natanko dvakrat. Pomagajte si z grafom.

Hány pontban metszi az $y=x$ *egyenletű egyenes az* f *függvény grafikonját? Határozza meg az összes* k *valós számot, amelyre az* $y=k\cdot x$ *egyenletű egyenes pontosan kétszer metszi az* f *függvény grafikonját! Hívja segítségül a grafikont!*

(5 točk/pont)

3. Slika prikazuje elipso s temeni A, B, C in D. Zapišite gorišči te elipse. Zapišite tudi enačbo krožnice, ki ima središče v točki B in poteka skozi izhodišče koordinatnega sistema.

A képen az A, B, C és D csúcspontú ellipszis látható. Írja fel az ellipszis mindkét gyújtópontját! Írja fel annak a körvonalnak az egyenletét is, amelynek középpontja a B pont, és illeszkedik a koordináta-rendszer origójára!



(8 točk/pont)

V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!
V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!

4. V aritmetičnem zaporedju s splošnim členom a_n velja: $a_2 + a_4 = 26$ in $a_3 + a_5 = 34$. Izračunajte vsoto prvih 50 členov tega zaporedja.

Az a_n általános tagú számtani sorozatban fennáll: $a_2 + a_4 = 26$ és $a_3 + a_5 = 34$. Számítsa ki a sorozat első 50 tagjának összegét!

(7 točk/pont)

5. Zapišite predpis kvadratne funkcije, ki ima pri $x=1$ ekstremno vrednost 4 in ničlo $x_1=3$.

Írja fel annak a másodfokú függvénynek a hozzárendelési szabályát, amelynek szélsőértéke az $x=1$ helyen a 4 érték, a zérushelye pedig az $x_1=3$!

(7 točk/pont)

6. Za funkcijo f velja $f(0)=2021$ in $f'(x)=\mathrm{e}^{-x}+3x^2$ za vsak $x\in\mathbb{R}$. Zapišite predpis funkcije f. Izračunajte tudi $f'(1)$.

Az f függvényre minden $x\in\mathbb{R}$ esetén fennáll: $f(0)=2021$ és $f'(x)=\mathrm{e}^{-x}+3x^2$. Írja fel az f függvény hozzárendelési szabályát! Számítsa ki az $f'(1)$ értékét is!

(7 točk/pont)

M 2 1 1 4 0 1 1 1 M 2 0

Rezervna stran / *Tartalék oldal*