Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center

M 2 1 1 4 0 2 1 2 M

SPOMLADANSKI IZPITNI ROK
TAVASZI VIZSGAIDŐSZAK

Višja raven
Emelt szint

MATEMATIKA

Izpitna pola 2
2. feladatlap

B) Krajše strukturirane naloge / *Rövidebb strukturált feladatok*
C) Strukturirane naloge / *Strukturált feladatok*

Sobota, 5. junij 2021 / 90 minut (45 + 45)
2021. június 5., szombat / 90 perc (45 + 45)

Dovoljeno gradivo in pripomočki: Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, geometrijsko orodje (šestilo in ravnilo, lahko tudi trikotnik) in računalo. Priloga s formulami in konceptna lista so na perforiranih listih, ki jih kandidat pazljivo iztrga.

Engedélyezett segédeszközök: A jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, rajzeszközöket (körzőt és vonalzót, esetleg háromszöget) és számológépet hoz magával. A képleteket tartalmazó lap és a vázlatkészítéshez mellékelt lap perforált, ezeket a jelölt óvatosan kiszakíthatja.

SPLOŠNA MATURA
ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Ta pola ima 24 strani, od tega 2 prazni in 2 rezervni.
A feladatlap 24 oldalas, ebből 2 üres és 2 tartalék.

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani).

Izpitna pola je sestavljena iz dveh delov, dela B in dela C. Časa za reševanje je 90 minut. Priporočamo vam, da za reševanje dela B porabite 45 minut, za reševanje dela C pa 45 minut.

Izpitna pola vsebuje 6 krajših strukturiranih nalog v delu B in 2 strukturirani nalogi v delu C. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 60, od tega 40 v delu B in 20 v delu C. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na straneh 3 in 4.

Rešitve pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom v izpitno polo v za to predvideni prostor **znotraj okvirja**. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Strani 17 in 22 sta rezervni; uporabite ju le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót!

Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg azt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

Ragassza vagy írja be kódszámát (az első oldal jobb felső sarkában levő keretbe)!

A feladatlap két részből áll, a B és a C részből. A megoldásukra 90 perc áll a rendelkezésére. Azt javasoljuk, hogy a B részre 45 percet, a C részre 45 percet fordítson!

A feladatlap 6 rövidebb strukturált feladatot tartalmaz a B részben és 2 strukturált feladatot a C részben. Összesen 60 pontot érhet el, ebből 40-et a B, és 20-at a C részben. A feladatlapban a feladatok mellett feltüntettük az elérhető pontszámot is. A feladatok megoldásakor használhatja a 5. in 6. oldalon található standard képletgyűjteményt.

*Válaszait töltőtollal vagy golyóstollal írja a feladatlap erre kijelölt helyére, **a kereten belülre**! Rajzoláshoz használhat ceruzát is. Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd válaszát írja le újra! Az olvashatatlan megoldásokat és a nem egyértelmű javításokat 0 ponttal értékeljük. A 17. és 22. oldal tartalék; ide csak akkor írjon, ha elfogy a helye. Egyértelműen jelölje meg, melyik feladatok megoldását írta erre az oldalra! A piszkozati lapokra készített vázlatokat az értékelés során nem vesszük figyelembe.*

A válasznak tartalmaznia kell a megoldásig vezető műveletsort az összes köztes számítással és következtetéssel együtt. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékelje az értékelő tanár!

Bízzon önmagában és képességeiben! Eredményes munkát kívánunk!

V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!
V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!

Formule

(**Vsota in razlika potenc z naravnim eksponentom**) Za poljubna $a,\ b \in \mathbb{R}$ in za poljubno naravno število n velja

$\boxed{a^{2n+1}+b^{2n+1}=(a+b)\left(a^{2n}-a^{2n-1}b+a^{2n-2}b^2-\ldots+a^2b^{2n-2}-ab^{2n-1}+b^{2n}\right)}$,

$\boxed{a^n-b^n=(a-b)\left(a^{n-1}+a^{n-2}b+a^{n-3}b^2+\ldots+a^2b^{n-3}+ab^{n-2}+b^{n-1}\right)}$.

(**Evklidov in višinski izrek**) Pravokotni trikotnik ima kateti a in b ter hipotenuzo c. Višina na hipotenuzo je v_c, pravokotna projekcija katete a na hipotenuzo je a_1, pravokotna projekcija katete b na hipotenuzo pa b_1. Tedaj velja $\boxed{a^2=ca_1,\ b^2=cb_1}$, $\boxed{v_c^2=a_1b_1}$.

(**Polmera trikotniku včrtanega in očrtanega kroga**) Trikotnik ima stranice a, b in c, polovica obsega je $s=\frac{a+b+c}{2}$, ploščina je S, polmer danemu trikotniku včrtanega kroga je r in polmer danemu trikotniku očrtanega kroga je R. Tedaj je $\boxed{r=\frac{S}{s}}$ in $\boxed{R=\frac{abc}{4S}}$.

(**Heronova formula**) Trikotnik ima stranice a, b in c, polovica obsega je $s=\frac{a+b+c}{2}$. Tedaj je njegova ploščina $\boxed{S=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}$.

(**Ploščina trikotnika**) Naj bodo $A(x_1,\ y_1)$, $B(x_2,\ y_2)$ in $C(x_3,\ y_3)$ točke v ravnini. Ploščina trikotnika z oglišči A, B in C je enaka $\boxed{S=\frac{1}{2}\left|(x_2-x_1)(y_3-y_1)-(x_3-x_1)(y_2-y_1)\right|}$.

(**Krogla**) Površina in prostornina krogle s polmerom r sta $\boxed{P=4\pi r^2,\ V=\frac{4\pi r^3}{3}}$.

(**Razdalja točke od premice**) Naj bodo $a,\ b,\ c,\ x_0,\ y_0 \in \mathbb{R}$ in naj a in b ne bosta oba enaka 0. Razdalja točke $T_0(x_0,\ y_0)$ od premice p, podane z enačbo $ax+by-c=0$, je $\boxed{d(T_0,\ p)=\frac{|ax_0+by_0-c|}{\sqrt{a^2+b^2}}}$.

(**Logaritem**) Naj bosta $a>0$, $a\neq 1$, $b>0$, $b\neq 1$. Tedaj za vsak $x>0$ velja $\boxed{\log_a x=\frac{\log_b x}{\log_b a}}$.

(**Adicijski izreki**) Za poljubna $x,\ y\in\mathbb{R}$ velja

$\boxed{\sin(x\pm y)=\sin x\cos y\pm\cos x\sin y}$, $\boxed{\cos(x\pm y)=\cos x\cos y\mp\sin x\sin y}$.

Za poljubna $x,\ y\in\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+\pi\cdot k;\ k\in\mathbb{Z}\right\}$, za katera je $x+y\neq\frac{\pi}{2}+\pi\cdot k$ za poljuben $k\in\mathbb{Z}$ in $\tan x\tan y\neq -1$, velja $\boxed{\tan(x\pm y)=\frac{\tan x\pm\tan y}{1\mp\tan x\tan y}}$.

(**Kotne funkcije polovičnih kotov**) Za poljuben $x\in\mathbb{R}$ velja

$\boxed{\sin^2\frac{x}{2}=\frac{1-\cos x}{2}}$, $\boxed{\cos^2\frac{x}{2}=\frac{1+\cos x}{2}}$.

Za poljuben $x\in\mathbb{R}\setminus\{\pi+\pi\cdot 2k;\ k\in\mathbb{Z}\}$ velja $\boxed{\tan\frac{x}{2}=\frac{\sin x}{1+\cos x}}$.

(**Faktorizacija vsote in razlike kotnih funkcij**) Za poljubna $x,\ y\in\mathbb{R}$ velja

$\boxed{\sin x\pm\sin y=2\sin\frac{x\pm y}{2}\cos\frac{x\mp y}{2}}$,

$\boxed{\cos x+\cos y=2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}}$,

$\boxed{\cos x-\cos y=-2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}}$.

(**Razčlenitev produkta kotnih funkcij**) Za poljubna $x, y \in \mathbb{R}$ velja

$\boxed{\sin x \cdot \sin y = -\frac{1}{2}\left(\cos(x+y) - \cos(x-y)\right)}$,

$\boxed{\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2}\left(\cos(x+y) + \cos(x-y)\right)}$,

$\boxed{\sin x \cdot \cos y = \frac{1}{2}\left(\sin(x+y) + \sin(x-y)\right)}$.

(**Elipsa**) Elipsa v ravnini ima polosi a in b $(a > b)$, njena linearna ekscentričnost je e, njena numerična ekscentričnost je ε. Tedaj velja $\boxed{e^2 = a^2 - b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \frac{e}{a}}$.

(**Hiperbola**) Hiperbola v ravnini ima realno polos a in imaginarno polos b, njena linearna ekscentričnost je e, njena numerična ekscentričnost je ε. Tedaj velja $\boxed{e^2 = a^2 + b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \frac{e}{a}}$.

(**Parabola**) Parabola v ravnini z enačbo $y^2 = 2px$ ima gorišče v $\boxed{G\left(\frac{p}{2}, 0\right)}$, enačba premice vodnice dane parabole pa je $\boxed{x = -\frac{p}{2}}$.

(**Aritmetično zaporedje**) Vsota prvih n členov aritmetičnega zaporedja (a_n) je $\boxed{S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)}$.

(**Geometrijsko zaporedje**) Vsota prvih n členov geometrijskega zaporedja (a_n) s kvocientom $q \in \mathbb{R}$ je $\boxed{S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}}$, če je $q \neq 1$, in $\boxed{S_n = na_1}$, če je $q = 1$.

(**Limiti**) $\boxed{\lim_{n\to\infty}\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e}$ in $\boxed{\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1}$.

(**Nedoločeni integral**) Naj bo $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Tedaj je za vsak $C \in \mathbb{R}$

$\boxed{\int \frac{\mathrm{d}x}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a}\arctan\frac{x}{a} + C}$ in $\boxed{\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1 - x^2}} = \arcsin x + C}$.

(**Integracija po delih**) Naj bo $D \subseteq \mathbb{R}$ in $u, v : D \to \mathbb{R}$ odvedljivi funkciji. Tedaj velja

$\boxed{\int u \cdot v' = u \cdot v - \int v \cdot u'}$.

(**Volumen rotacijskega telesa**) Naj bo $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ zvezna funkcija. Volumen telesa, ki ga dobimo tako, da lik, ki ga omejujejo graf funkcije f, abscisna os ter premici $x = a$ in $x = b$, zavrtimo okrog abscisne osi za 360°, je $\boxed{V = \pi\int_a^b \left(f(x)\right)^2 \mathrm{d}x}$.

(**Bernoullijeva formula**) Naj bo p verjetnost, da se v danem poskusu zgodi dogodek A. Verjetnost, da se dogodek A v n zaporednih ponovitvah poskusa zgodi natanko k-krat, je

$\boxed{P(n, p, k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}}$.

Képletek

(A természetes kitevőjű hatványok összege és különbsége) *Tetszőleges* $a,\ b\in\mathbb{R}$ *és tetszőleges* n *természetes számra fennáll*

$\boxed{a^{2n+1}+b^{2n+1}=(a+b)\left(a^{2n}-a^{2n-1}b+a^{2n-2}b^2-\ldots+a^2b^{2n-2}-ab^{2n-1}+b^{2n}\right)}$,

$\boxed{a^n-b^n=(a-b)\left(a^{n-1}+a^{n-2}b+a^{n-3}b^2+\ldots+a^2b^{n-3}+ab^{n-2}+b^{n-1}\right)}$.

(Euklidesz-tétel (befogótétel) és a magasságtétel) *A derékszögű háromszög befogói* a *és* b*, az átfogója* c*. Az átfogóhoz tartozó magasság* v_c*, az* a *befogó merőleges vetülete az átfogóra* a_1*, a* b *befogó merőleges vetülete az átfogóra* b_1*. Ekkor fennáll:* $\boxed{a^2=ca_1,\ b^2=cb_1}$, $\boxed{v_c^2=a_1b_1}$.

(A háromszög beírt és körülírt körének sugara) *A háromszög oldalai* a*,* b *és* c*, a félkerület* $s=\dfrac{a+b+c}{2}$*, a területe* S*, az adott háromszög bert körének sugara* r *és az adott háromszög körülírt körének sugara* R*. Ekkor fennáll:* $\boxed{r=\dfrac{S}{s}}$ *és* $\boxed{R=\dfrac{abc}{4S}}$.

(Héron-képlet) *A háromszög oldalai* a, b *és* c*, a félkerület* $s=\dfrac{a+b+c}{2}$*. Ekkor a területe*

$\boxed{S=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}$.

(A háromszög területe) *Legyenek az* $A(x_1,\ y_1)$, $B(x_2,\ y_2)$ *és* $C(x_3,\ y_3)$ *síkbeli pontok. Az* A, B *és* C *csúcsú háromszög területe:* $\boxed{S=\dfrac{1}{2}\left|(x_2-x_1)(y_3-y_1)-(x_3-x_1)(y_2-y_1)\right|}$.

*(**Gömb**) Az* r *sugarú gömb felszíne és térfogata* $\boxed{P=4\pi r^2,\ V=\dfrac{4\pi r^3}{3}}$.

*(**Pont és egyenes távolsága**) Legyenek* $a,\ b,\ c,\ x_0,\ y_0\in\mathbb{R}$ *és* a *és* b *ne legyenek egyenlők 0-val. A* $T_0(x_0,\ y_0)$ *pont távolsága az* $ax+by-c=0$ *egyenletű* p *egyenestől*

$\boxed{d(T_0,\ p)=\dfrac{|ax_0+by_0-c|}{\sqrt{a^2+b^2}}}$.

*(**Logaritmus**) Legyenek* $a>0,\ a\neq 1,\ b>0,\ b\neq 1$*. Akkor minden* $x>0$ *-re fennáll* $\boxed{\log_a x=\dfrac{\log_b x}{\log_b a}}$.

(Addíciós tételek) *Tetszőleges* $x,\ y\in\mathbb{R}$ *esetén fennáll*

$\boxed{\sin(x\pm y)=\sin x\cos y\pm\cos x\sin y}$, $\boxed{\cos(x\pm y)=\cos x\cos y\mp\sin x\sin y}$.

Tetszőleges $x,\ y\in\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+\pi\cdot k;\ k\in\mathbb{Z}\right\}$*, amelyre* $x+y\neq\dfrac{\pi}{2}+\pi\cdot k$ *tetszőleges* $k\in\mathbb{Z}$ *és* $\tan x\tan y\neq -1$*, fennáll* $\boxed{\tan(x\pm y)=\dfrac{\tan x\pm\tan y}{1\mp\tan x\tan y}}$.

(A félszögek szögfüggvényei) *Tetszőleges* $x\in\mathbb{R}$ *esetén fennáll*

$\boxed{\sin^2\dfrac{x}{2}=\dfrac{1-\cos x}{2}}$, $\boxed{\cos^2\dfrac{x}{2}=\dfrac{1+\cos x}{2}}$.

Tetszőleges $x\in\mathbb{R}\setminus\{\pi+\pi\cdot 2k;\ k\in\mathbb{Z}\}$ *esetén fennáll* $\boxed{\tan\dfrac{x}{2}=\dfrac{\sin x}{1+\cos x}}$.

(Összegek szorzattá alakítása) *Tetszőleges* $x,\ y\in\mathbb{R}$ *esetén fennáll*

$\boxed{\sin x\pm\sin y=2\sin\dfrac{x\pm y}{2}\cos\dfrac{x\mp y}{2}}$,

$\boxed{\cos x+\cos y=2\cos\dfrac{x+y}{2}\cos\dfrac{x-y}{2}}$,

$\boxed{\cos x-\cos y=-2\sin\dfrac{x+y}{2}\sin\dfrac{x-y}{2}}$.

(A szorzatok összeggé alakítása) *Tetszőleges* $x,\ y \in \mathbb{R}$ *esetén fennáll*

$\boxed{\sin x \cdot \sin y = -\frac{1}{2}\left(\cos(x+y) - \cos(x-y)\right)}$,

$\boxed{\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2}\left(\cos(x+y) + \cos(x-y)\right)}$,

$\boxed{\sin x \cdot \cos y = \frac{1}{2}\left(\sin(x+y) + \sin(x-y)\right)}$.

(Ellipszis) *A síkbeli ellipszis féltengelyei* a *és* b $(a > b)$, *a lineáris excentricitása* e, *a numerikus excentricitása* ε. *Ekkor fennáll:* $\boxed{e^2 = a^2 + b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \frac{e}{a}}$.

(Hiperbola) *A síkbeli hiperbola valós féltengelye* a , *képzetes féltengelye* b, *a lineáris excentricitása* e, *a numerikus excentricitása* ε. *Ekkor fennáll:* $\boxed{e^2 = a^2 + b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \frac{e}{a}}$.

(Parabola) *Az* $y^2 = 2px$ *egyenletű síkbeli parabola* $\boxed{G\left(\frac{p}{2},\ 0\right)}$ *fókuszponttal, az adott parabola vezéregyenesének egyenlete* $\boxed{x = -\frac{p}{2}}$.

(Számtani sorozat) *Az* (a_n) *számtani sorozat első* n *elemének összege* $\boxed{S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)}$.

(Mértani sorozat) *A* $q \in \mathbb{R}$ *hányadosú* (a_n) *mértani sorozat első* n *elemének összege*

$\boxed{S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}}$, *ha* $q \neq 1$, *és* $\boxed{S_n = na_1}$, *ha a* $q = 1$.

(Határértékek) $\boxed{\lim_{n\to\infty}\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e}$ *és* $\boxed{\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1}$.

(Határozatlan integrál) *Legyen* $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ *ekkor minden* $C \in \mathbb{R}$ *esetén fennáll*

$\boxed{\int \frac{\mathrm{d}x}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a}\arctan\frac{x}{a} + C}$ *és* $\boxed{\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1 - x^2}} = \arcsin x + C}$.

(Parciális integrálás) *Legyen* $D \subseteq \mathbb{R}$ *in* $u,\ v : D \to \mathbb{R}$ *deriválható függvény. Ekkor fennáll:*

$\boxed{\int u \cdot v' = u \cdot v - \int v \cdot u'}$.

(Forgástest térfogata) *Legyen* $f : [a,\ b] \to \mathbb{R}$ *folytonos függvény. Annak a testnek a térfogata, amelyet úgy kapunk, hogy az* f *függvény grafikonja, az abszcissza tengely és az* $x = a$ *és* $x = b$ *egyenesek által határolt síkidomot az abszcissza tengely körül* 360° *-kal megforgatunk, egyenlő lesz* $\boxed{V = \pi\int_a^b (f(x))^2 \mathrm{d}x}$.

(Bernoulli-képlet) *Legyen* p *valószínűségű, hogy egy adott kísérletben bekövetkezik az* A *esemény. Annak valószínűsége, hogy az* A *esemény a kísérlet* n *egymást követő megismétlésénél pontosan* k*- szor következik be* $\boxed{P(n,\ p,\ k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}}$.

Konceptni list / ***Piszkozati lap***

Konceptni list / ***Piszkozati lap***

V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!

V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!
V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!

Konceptni list / ***Piszkozati lap***

M 2 1 1 4 0 2 1 2 M 1 0

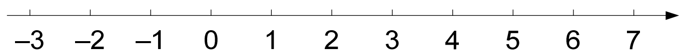
Konceptni list / ***Piszkozati lap***

B) KRAJŠE STRUKTURIRANE NALOGE / *RÖVIDEBB STRUKTURÁLT FELADATOK*

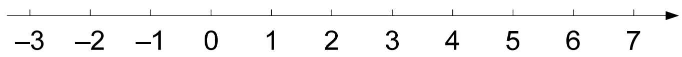
1. Dani sta množici $A = (-1, 3]$ in $B = \{x \in \mathbb{R};\ x < 2\}$.
Ponazorite množici A in B na številski premici.

Adott az $A = (-1, 3]$ és a $B = \{x \in \mathbb{R};\ x < 2\}$ halmaz.
Ábrázolja az A és B halmazt a számegyeneseken!

A



B



Vsaka množica v levem stolpcu preglednice je enaka enemu izmed intervalov v desnem stolpcu. Intervali v desnem stolpcu so označeni s številkami od 1 do 5.

V za to namenjen prostor v preglednici vpišite številko intervala, ki je enak množici v levem stolpcu preglednice (prva vrstica je že pravilno izpolnjena).

A táblázat bal oszlopának minden halmaza egyenlő a jobb oldali oszlop egyik intervallumával. A jobb oldali intervallumokat 1-től 5-ig számoztuk meg.

A táblázat erre kijelölt helyére írja be annak az intervallumnak a számát, amely egyenlő a táblázat bal oszlopában felírt halmazzal (az első sort már helyesen kitöltöttük).

B	5
$A \cap B$	
$A \cup B$	
$A \setminus B$	

1: $[2, 3]$

2: $[2, \infty)$

3: $(-1, 2)$

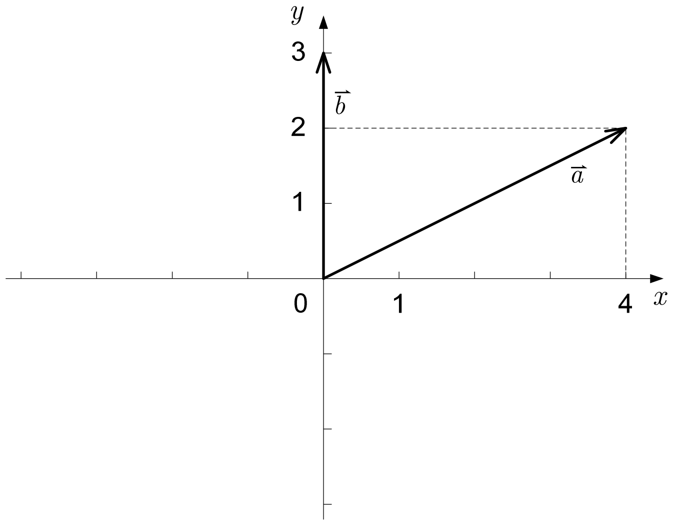
4: $(-\infty, 3]$

5: $(-\infty, 2)$

(5 točk/pont)

2. V ravnini, opremljeni s koordinatnim sistemom, sta narisana vektorja $\vec{a}$ in $\vec{b}$. Narišite vektor $\vec{c} = \frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$. Kolikšni sta dolžini vektorjev $\vec{a}$ in $\vec{b}$? Koliko meri kot φ med $\vec{a}$ in $\vec{b}$? Rezultat zaokrožite na stotinko stopinje.

A koordináta-rendszerrel ellátott síkban ábrázoltuk az $\vec{a}$ és $\vec{b}$ vektort. Ábrázolja a $\vec{c} = \frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$ vektort! Milyen hosszú az $\vec{a}$ és $\vec{b}$ vektor? Mekkora az $\vec{a}$ és $\vec{b}$ vektor által közbezárt φ szög? Az eredményt kerekítse századfokokra!



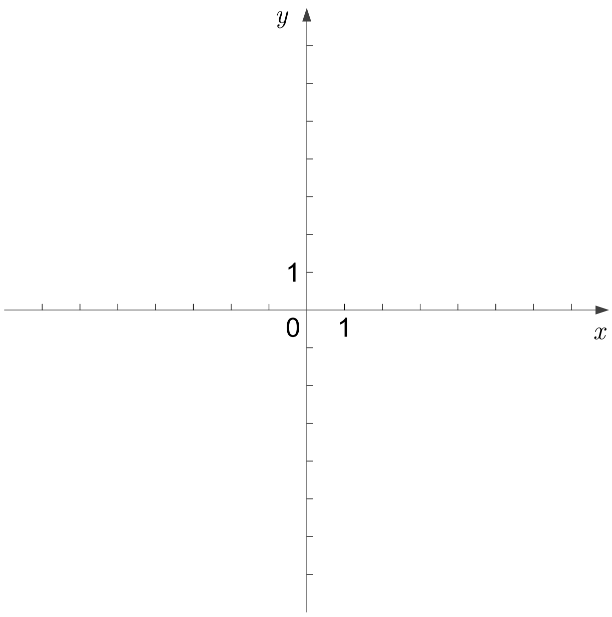
(8 točk/pont)

3. Dana je funkcija f s predpisom $f(x) = 3 \cdot 2^x - 1$.

V ravnino, opremljeno s koordinatnim sistemom, narišite graf funkcije f in zapišite enačbo asimptote grafa.

Adott az $f(x) = 3 \cdot 2^x - 1$ hozzárendelési szabállyal megadott f függvény.

A koordináta-rendszerrel ellátott síkban ábrázolja az f függvény grafikonját, és írja fel a grafikonja aszimptotájának egyenletét!



Če graf funkcije f prezrcalimo čez simetralo lihih kvadrantov, dobimo graf funkcije g. Zapišite predpis funkcije g.

Ha az f függvény grafikonját tükrözzük a páratlan síknegyedek szimmetriatengelyére, a g függvény grafikonját kapjuk. Írja fel a g függvény hozzárendelési szabályát!

(6 točk/pont)

4. V posodi je 18 kroglic. Polovica je belih, tretjina je modrih, preostale so rdeče.

Naključno izberemo eno kroglico. Kolikšna je verjetnost dogodka A, da je izbrana rdeča kroglica?

Naključno izberemo dve kroglici. Kolikšna je verjetnost dogodka B, da sta obe kroglici beli?

Naključno izberemo tri kroglice. Kolikšna je verjetnost dogodka C, da so izbrane kroglice treh različnih barv?

Az edényben 18 golyó van. A golyók fele fehér, a harmada kék, a többi piros.

Találomra kiválasztunk egy golyót. Mekkora annak az A eseménynek a valószínűsége, hogy a kiválasztott golyó piros?

Találomra kiválasztunk két golyót. Mekkora annak az B eseménynek a valószínűsége, hogy mindkét kiválasztott golyó fehér?

Találomra kiválasztunk három golyót. Mekkora annak az C eseménynek a valószínűsége, hogy a kiválasztott golyók mindegyike más színű?

(8 točk/pont)

5. Rešite enačbo $\cos x + \cos 2x = 0$.

Oldja meg a $\cos x + \cos 2x = 0$ *egyenletet!*

(6 točk/pont)

6. Dani sta funkciji f in g s predpisoma $f(x)=2x^3$ in $g(x)=x^2+1$.

Dokažite, da se grafa funkcij f in g sekata samo v točki z absciso $x=1$.

Izračunajte kot, pod katerim se sekata grafa funkcij f in g. Kot zaokrožite na minuto.

Adott az $f(x)=2x^3$ és $g(x)=x^2+1$ hozzárendelési szabállyal megadott f és g függvény.

Bizonyítsa be, hogy az f és g függvény grafikonja csak az $x=1$ abszcisszájú pontban metszi egymást!

Számítsa ki annak a szögnek a nagyságát, amelyben az f és g függvény grafikonja metszi egymást! A szöget kerekítse percekre!

(7 točk/pont)

V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!
V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!

Rezervna stran / *Tartalék oldal*

OBRNITE LIST.
LAPOZZON!

C) STRUKTURIRANE NALOGE / *STRUKTURÁLT FELADATOK*

1. Rešite naslednje naloge iz obrestno obrestnega računa. Rezultate zaokrožite na stotinko evrov.

   V vseh nalogah gre za obrestno obrestovanje z letnim pripisom obresti in letno obrestno mero $1{,}5$ %.

   Oldja meg a következő feladatokat a kamatos kamatszámítás témakörből! Az eredményeket kerekítse az euró századára!

   Minden feladatban kamatos kamatszámításról van szó, éves kamatjóváírással és $1{,}5\%$ -os éves kamatlábbal.

   1.1. V začetku leta 2000 smo imeli na računu 580 €. Koliko smo imeli na računu 11 let kasneje, če medtem nismo opravili nobenega dviga in nobenega pologa?

   A 2000-es év elején 580 € pénzünk volt a számlánkon. Mennyi pénzünk volt a számlánkon 11 évvel később, ha közben nem hajtottunk végre egyetlen felvételt és betétet sem?

   (3 točke/pont)

   1.2. Pet let zapored smo na začetku vsakega leta v banko vložili 180 €. Koliko je znašala skupna privarčevana vsota šest let po zadnji vlogi?

   Egymás utáni öt évben, minden év elején 180 €-t tettünk a bankba. Mennyit tett ki a teljes megtakarított pénzmenniységünk az utolsó betétet követő hat év múlva?

   (3 točke/pont)

   1.3. V začetku leta 2009 smo najeli posojilo v višini 18000 €. Odplačali smo ga z dvanajstimi enakimi letnimi obroki, prvič konec leta 2009. Kolikšen je bil obrok?

   A 2009-es év elején 18000 €-s kölcsönt vettünk fel. Tizenkét egyenlő befizetéssel törlesztettük, az elsőt a 2009-es év végén. Mekkora volt a részlet?

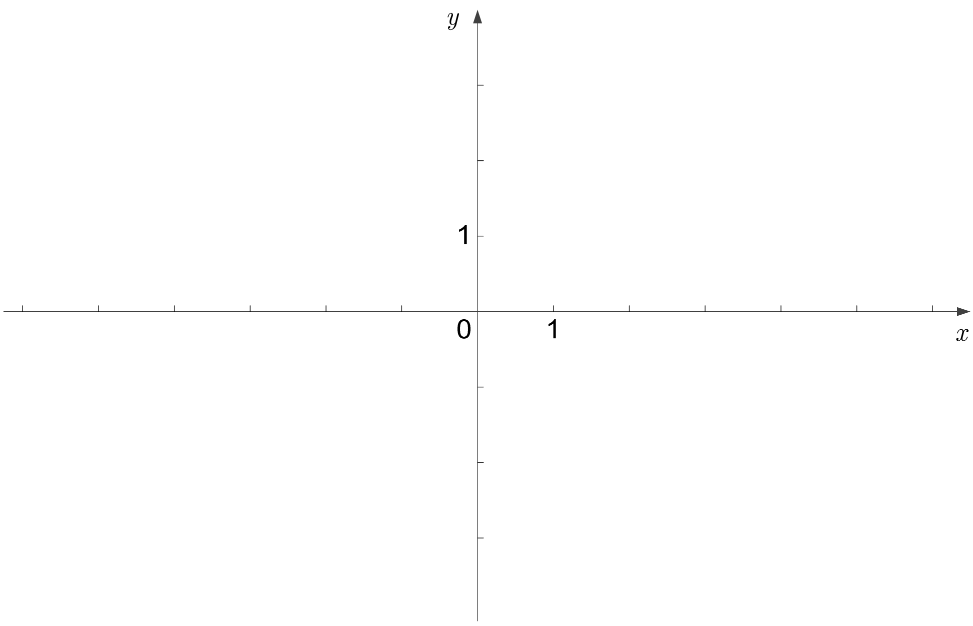
   (4 točke/pont)

2. Dana je funkcija $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ s predpisom $g(x) = \dfrac{1}{1+\mathrm{e}^x}$ in trikrat odvedljiva funkcija f, za katero velja $f(1) = 2021$, $f'(1) = 0$ in $f''(1) = -2021$.

Adott a $g(x) = \dfrac{1}{1+\mathrm{e}^x}$ hozzárendelési szabályú $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ függvény és a háromszor deriválható f függvény, amelyre érvényes, hogy $f(1) = 2021$, $f'(1) = 0$ és $f''(1) = -2021$.

2.1. Izračunajte $\lim\limits_{x\to\infty} g(x)$ in $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$. Dokažite, da je funkcija g padajoča, in narišite njen graf.

Számítsa ki a $\lim\limits_{x\to\infty} g(x)$ és a $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ értékét! Bizonyítsa be, hogy a g függvény csökkenő, és ábrázolja a grafikonját!



(5 točk/pont)

2.2. Iz družine funkcij $\{G: \mathbb{R} \to \mathbb{R};\ G'(x) = g'(x)$ za vsak $x \in \mathbb{R}\}$ določite tisto, za katero velja $G(\ln 3) = 1$.

A $\{G: \mathbb{R} \to \mathbb{R};\ G'(x) = g'(x)$ minden $x \in \mathbb{R}\}$ függvénycsaládból határozza meg azt a függvényt, amelyre fennáll a $G(\ln 3) = 1$!

(3 točke/pont)

2.3. Ali ima funkcija f v točki $x = 1$ lokalni minimum? Odgovor utemeljite.

Lokális minimuma van-e az f függvénynek az $x = 1$ helyen? Válaszát indokolja meg!

(2 točki/pont)

Rezervna stran / *Tartalék oldal*

Prazna stran

Üres oldal

M 2 1 1 4 0 2 1 2 M 2 4

Prazna stran

Üres oldal