



Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center



P 0 6 1 C 1 0 1 1 1 M

SPOMLADANSKI ROK
TAVASZI IDŐSZAK

MATEMATIKA

Izpitna pola / Feladatlap

Četrtek, 1. junij 2006 / 120 minut brez odmora
2006. június 1., csütörtök / 120 perc, szünet nélkül.

Dovoljeno dodatno gradivo in pripomočki: kandidat prinese s seboj nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, žepno računalno brez grafičnega zaslona in brez možnosti simbolnega računanja, šestilo, trikotnik (geotrikotnik), ravnilo in kotomer.

Izpitni poli sta priložena konceptna lista in ocenjevalni obrazec.

Engedélyezett segédeszközök: a jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, csak műveleteket végző zsebszámológépet, körzőt, háromszögvonalzót (geo-háromszögvonalzót), vonalzót és szögmérőt hoz magával. A feladatlaphoz egy értékelőlap és két vázlatlap van mellékelve.

POKLICNA MATURA
SZAKMAI ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnak szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Izpitna pola ima 24 strani, od tega 3 prazne.
A feladatlap terjedelme 24 oldal, ebből 3 üres.

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila. Ne obračajte strani in ne začenjajte reševati nalog, dokler Vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite oziroma vpišite svojo šifro na označeno mesto zgoraj na naslovni strani in na ocenjevalni obrazec ter na konceptna lista.

Izpitna pola ima dva dela. Število točk, ki jih lahko dobite za posamezne naloge, je navedeno v izpitni poli. V prvem delu rešite vseh 9 nalog. V drugem delu izmed treh nalog izberite in rešite dve.

Pišite z nalivnim peresom ali kemičnim svinčnikom. Če se zmotite, napačen zapis prečrtajte in ga napišite na novo. Naloge z nejasnimi in nečitljivimi rešitvami bodo ovrednotene z nič (0) točkami.

Če ste nalogo rešili na več načinov, nedvoumno označite, katero rešitev naj ocenjevalec točkuje.

Grafe funkcij, geometrijske skice in risbe narišite s svinčnikom.

Izdelek naj bo pregleden in čitljiv.

Pot reševanja mora biti od začetka do rezultata jasno in korektno predstavljena, z vsemi vmesnimi sklepi in računi. Na 3. in 4. strani so formule. Morda si boste s katero pomagali pri reševanju nalog.

V razpredelnici označite z **x**, kateri dve nalogi ste izbrali v 2. delu.

1. naloga	2. naloga	3. naloga

Ocenjevalci ne bodo pregledovali konceptnih listov.

Vsako nalogo skrbno preberite. Rešujte premišljeno.

Zaupajte vase in v svoje znanje. Želimo Vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót! Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg ezt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

Kódszámát ragassza vagy írja be a megjelölt keretbe a borítón, az értékelőlapon és a vázlatlapokon!

A feladatlap két részből áll. Az egyes feladatoknál elérhető pontszámot a feladatlapon feltüntettük. Az első részben mind a 9 feladatot oldja meg! A második rész három feladata közül válasszon ki és oldjon meg kettőt!

Töltőtollal vagy golyóstollal írjon! Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd írja le a helyeset! A zavaros és olvashatatlan megoldásokat nulla (0) ponttal értékeljük. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje meg, melyik megoldást értékelje az értékelő!

A függvények grafikonjait, a mértani ábrákat és rajzokat ceruzával készítse el!

Munkája legyen áttekinthető és olvasható!

A megoldási eljárás legyen világos és korrekt a kezdettől egészen az eredményig, tartalmazza az összes köztes következtetést és számítást!

Az 5. és a 6. oldalon vannak a képletek. Ezek segíthetnek a feladatok megoldásában.

*A táblázatban **x**-szel jelölje, melyik két feladatot választotta a 2. részben!*

1. feladat	2. feladat	3. feladat

Az értékelők nem nézik át a vázlatlapokat.

Minden feladatot figyelmesen olvasson el! Megfontolva oldja meg a feladatokat!

Bízzon önmagában és képességeiben! Munkájához sok sikert kívánunk!

FORMULE

1. Pravokotni koordinatni sistem v ravnini

- **Ploščina (S) trikotnika z oglišči $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:**

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$

- **Kot med premicama:** $\operatorname{tg} \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2} \right|$

2. Ravninska geometrija (ploščine likov so označene z S)

- **Trikotnik:**

$$S = \frac{c \cdot v_c}{2} = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$

$$S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}, \quad s = \frac{a+b+c}{2}$$

- **Polmera trikotniku včrtanega (r) in očrtanega (R) kroga:**

$$r = \frac{S}{s}, \quad \left(s = \frac{a+b+c}{2} \right); \quad R = \frac{abc}{4S}$$

- **Enakostranični trikotnik:** $S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$, $v = \frac{a \sqrt{3}}{2}$, $r = \frac{a \sqrt{3}}{6}$, $R = \frac{a \sqrt{3}}{3}$

- **Deltoid, romb:** $S = \frac{e \cdot f}{2}$, **trapez:** $S = \frac{a+c}{2} \cdot v$

- **Dolžina krožnega loka:** $l = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$

- **Krožni izsek:** $S = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$

- **Sinusni izrek:** $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$

- **Kosinusni izrek:** $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

3. Površine in prostornine geometrijskih teles (S je ploščina osnovne ploskve)

- **Prizma in valj:** $P = 2S + S_{pl}$, $V = S \cdot v$

- **Piramida:** $P = S + S_{pl}$, $V = \frac{1}{3} S \cdot v$

- **Pokončni stožec:** $P = \pi r \cdot (r + s)$, $V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot v$

- **Krogla:** $P = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$

4. Kotne funkcije

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

5. Kvadratna funkcija, kvadratna enačba

- $f(x) = ax^2 + bx + c$
- **Teme:** $T(p, q)$, $p = -\frac{b}{2a}$, $q = -\frac{D}{4a}$, $D = b^2 - 4ac$
- $ax^2 + bx + c = 0$
- **Niçli:** $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

6. Logaritmi

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$
- $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$

7. Zaporedja

- **Aritmetično zaporedje:** $a_n = a_1 + (n-1)d$, $s_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$
- **Geometrijsko zaporedje:** $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, $s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$

8. Statistika

- **Srednja vrednost (aritmetična sredina):** $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$,

$$\bar{x} = \frac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \dots + f_k \cdot x_k}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$$
- **Varianca:** $\sigma^2 = \frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$,

$$\sigma^2 = \frac{f_1(x_1 - \bar{x})^2 + f_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + f_k(x_k - \bar{x})^2}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$$
- **Standardni odklon:** $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

KÉPLETEK

1. Derékszögű koordináta-rendszer a síkban

- Az $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ csúcsú háromszög területe (S):

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$

- Két egyenes hajlásszöge: $\operatorname{tg} \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2} \right|$

2. Síkbeli mértan (a síkidomok területe S -sel van jelölve)

- Háromszög: $S = \frac{c \cdot v_c}{2} = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$

$$S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}, \quad s = \frac{a+b+c}{2}$$

- A háromszögbe írható kör sugara (r) és a háromszög köré írható kör sugara (R):

$$r = \frac{S}{s}, \quad \left(s = \frac{a+b+c}{2} \right); \quad R = \frac{abc}{4S}$$

- Egyenlő oldalú háromszög: $S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$, $v = \frac{a \sqrt{3}}{2}$, $r = \frac{a \sqrt{3}}{6}$, $R = \frac{a \sqrt{3}}{3}$

- Deltoid, rombusz: $S = \frac{e \cdot f}{2}$, trapéz: $S = \frac{a+c}{2} \cdot v$

- A körív hossza: $l = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$

- Körcikk: $S = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$

- Szinusztétel: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$

- Koszinusztétel: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

3. A mértani testek felszíne és térfogata (az S az alaplapp területe)

- Hasáb és henger: $P = 2S + S_{pl}$, $V = S \cdot v$

- Gúla: $P = S + S_{pl}$, $V = \frac{1}{3} S \cdot v$

- Egyenes kúp: $P = \pi r \cdot (r + s)$, $V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot v$

- Gömb: $P = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$

4. Szögfüggvények

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

5. Másodfokú függvény, másodfokú egyenlet

- $f(x) = ax^2 + bx + c$
- Tengelypont:** $T(p, q)$, $p = -\frac{b}{2a}$, $q = -\frac{D}{4a}$, $D = b^2 - 4ac$
- $ax^2 + bx + c = 0$
- Zérushelyek:** $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

6. Logaritmusok

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$
- $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$

7. Sorozatok

- **Számtani sorozat:** $a_n = a_1 + (n-1)d$, $s_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$
- **Mértani sorozat:** $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, $s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$

8. Statisztika

- **Középérték (számtani közép):** $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_k}{k}$, $\bar{x} = \frac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \dots + f_k \cdot x_k}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$
- **Variancia (szórásnégyzet):** $\sigma^2 = \frac{1}{k}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_k - \bar{x})^2]$

$$\sigma^2 = \frac{f_1(x_1 - \bar{x})^2 + f_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + f_k(x_k - \bar{x})^2}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$$
- **Standard eltérés (szórás):** $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

1. del / 1. rész**Rešite vse naloge. / Minden feladatot oldjon meg!**

1. Kaj je praštevilo? Zapišite vsa praštevila med 40 in 50.

Mi a prímszám? Írja fel az összes prímszámot 40 és 50 között!

(4 točke/pont)

2. Rešite enačbo in napravite preizkus: $\frac{x}{x+1} = \frac{1}{6}$.

Oldja meg az $\frac{x}{x+1} = \frac{1}{6}$ egyenletet, és ellenőrizze a kapott eredményt!

(4 točke/pont)

3. Meta in Živa si razdelita žepnino v razmerju 5 : 3. Koliko dobi Živa, če dajo starši obema skupaj 18400 tolarjev žepnine?

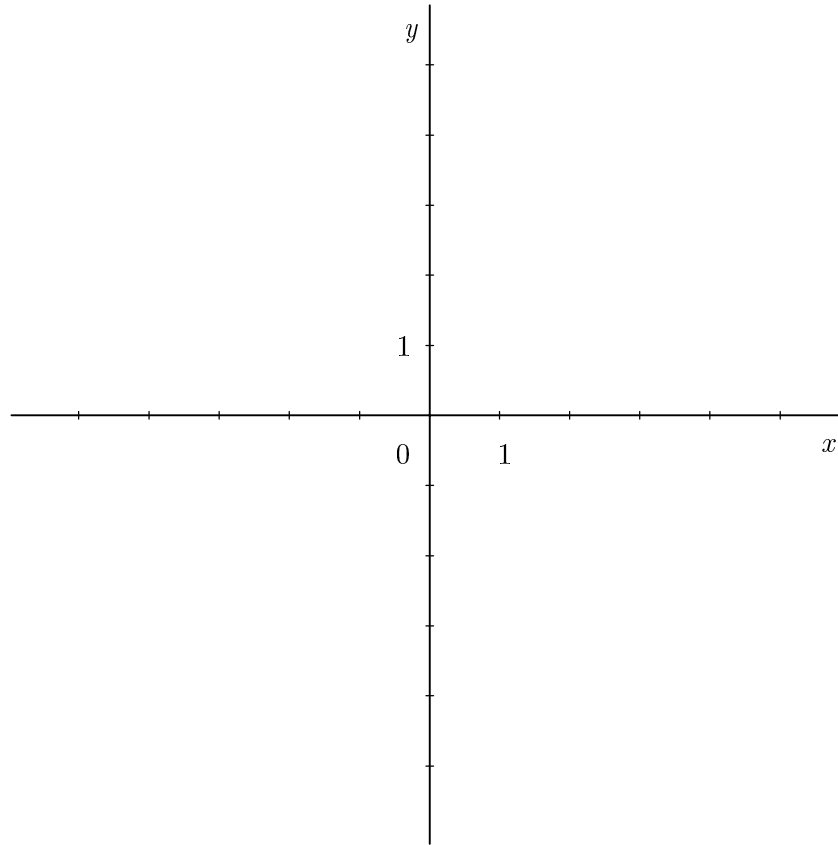
Meta és Zsiva a zsebpénzt 5 : 3 arányban osztják el. Mennyit kap a zsebpénzből Zsiva, ha a szülők mindkettőjüknek 18400 tollár zsebpénzt adnak?

(4 točke/pont)

4. Narišite premico $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$. Zapišite koordinate presečišč premice s koordinatnima osema.

Rajzolja meg az $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$ egyenest! Írja fel az egyenes metszéspontjait a koordinátatengelyekkel!

(4 točke/pont)



5. Narišite trikotnik s stranicami 6 cm, 8 cm in 10 cm ter mu očrtajte krog.

Ábrázolja a 6 cm, 8 cm és 10 cm oldalú háromszöget, és szerkessze meg a háromszög köré írható kört!

(4 točke/pont)

6. Zapišite enačbo kvadratne funkcije, ki ima teme v točki $T(1, 8)$ in eno ničlo $x = -1$.

Írja fel annak a másodfokú függvénynek az egyenletét, amelynek a tengelypontja $T(1, 8)$, és az egyik gyöke $x = -1$!

(5 pont)

7. V enakokrakem trikotniku meri osnovnica 4,2 cm, krak pa 6,5 cm. Narišite skico trikotnika, označite kot med osnovnico in krakom ter izračunajte njegovo velikost na stopinjo natančno.

Az egyenlő szárú háromszög alapéle 4,2 cm, a szára pedig 6,5 cm. Rajzolja meg a háromszög ábráját, jelölje ki az alapél és a szár által közbezárt szöget, és számítsa ki ennek a szögnek a méretét foknyi pontossággal!

(5 točk/pont)

8. Poiščite vse ničle polinoma: $p(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$.

Határozza meg a $p(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$ polinom összes gyökeit!

(5 pont)

9. V banko, ki ima 5 % letne obresti in letni pripis obresti, smo vložili 2000 evrov. Koliko bomo imeli čez pet let pri obrestnem obrestovanju, če v tem času ne bomo ničesar dvignili ali položili?

Abban a bankba, ahol 5 %-os évi kamatok és évi hozzáírt kamatok vannak, befektettünk 2000 eurót. Mennyi eurónk lesz öt év múlva kamatos kamatozásnál, ha ebben az időszakban semmit nem vettünk ki vagy nem fektettünk be?

(5 točk/pont)

2. del / 2. rész

Izberite dve nalogi, obkrožite njuni zaporedni številki in ju rešite.
 Válasszon két feladatot, karikázza be a sorszámukat, és oldja meg őket!

1. Dana je racionalna funkcija $f(x) = \frac{x+2}{2x-1}$.

Adott az $f(x) = \frac{x+2}{2x-1}$ racionális törtfüggvény.

(Skupaj 15 točk / Összesen 15 pont)

- a) Zapišite ničlo, pol, enačbo vodoravne asimptote in napišite definicijsko območje funkcije.

Határozza meg a gyökét, a pólusát, a vízszintes aszimptota egyenletét, és írja fel az értelmezési tartományát!

(4 točke/pont)

- b) Narišite graf in napišite zalogo vrednosti funkcije.

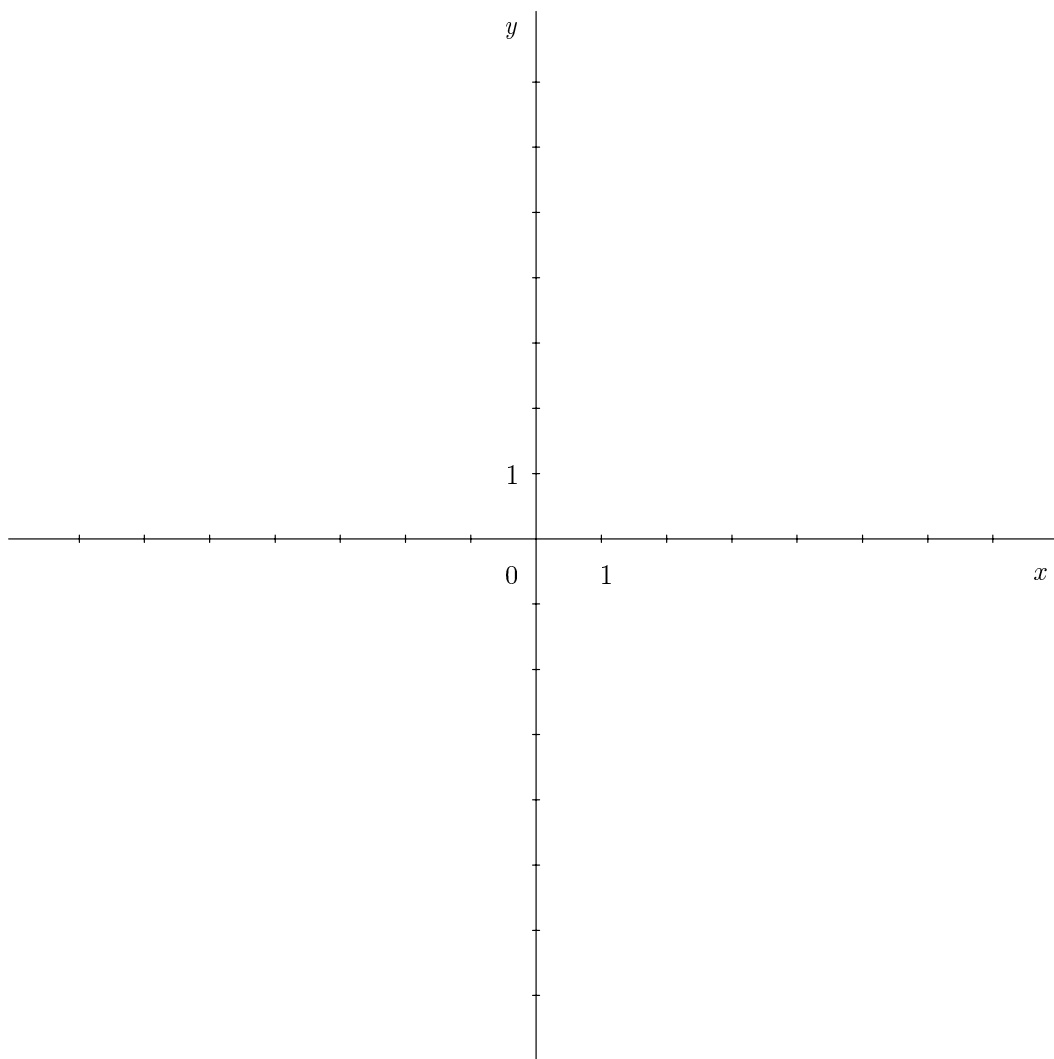
Rajzolja meg a függvény grafikonját, és írja fel az értékkészletét!

(6 točk/pont)

- c) Izračunajte koordinate presečišč grafa funkcije $f(x)$ in premice $g(x) = x + 2$.

Számítsa ki az $f(x)$ függvény grafikonjának és a $g(x) = x + 2$ egyenes metszéspontjainak a koordinátáit!

(5 točk/pont)



2. Osnovna ploskev pokončne piramide $ABCDV$ je pravokotnik s stranicama $|AB| = a = 60 \text{ cm}$ in $|BC| = b = 80 \text{ cm}$. Stranski rob piramide meri $1,3 \text{ m}$.

Az $ABCDV$ egyenes gúla alaplaja egy $|AB| = a = 60 \text{ cm}$ és $|BC| = b = 80 \text{ cm}$ oldalú téglalap. A gúla oldaléle $1,3 \text{ m}$.

(Skupaj 15 točk / Összesen 15 pont)

- a) Narišite skico piramide in skicirajte njeno mrežo.
Rajzolja meg a gúla ábráját, és ábrázolja a hálóját!

(4 točke/pont)

- b) Izračunajte prostornino piramide.
Számítsa ki a gúla térfogatát!

(6 točk/pont)

- c) Izračunajte ploščino stranske ploskve BCV .
Számítsa ki a BCV oldallap területét!

(5 točk/pont)

3. Dano je zaporedje $a_n = \frac{2n}{n+1}$.

Adott az $a_n = \frac{2n}{n+1}$ sorozat.

(Skupaj 15 točk / Összesen 15 pont)

- a) Zapišite prve štiri člene zaporedja in izračunajte njihovo vsoto.

Írja fel a sorozat első négy tagját, és számítsa ki ezek összegét!

(6 točk/pont)

- b) Kateri člen zaporedja je $\frac{33}{17}$?

A sorozat melyik tagja a $\frac{33}{17}$?

(5 točk/pont)

- c) Kolikšna je natančna zgornja meja in kolikšna je natančna spodnja meja danega zaporedja? Odgovor utemeljite.

Mekkora a sorozat pontos felső határértéke, és mekkora a sorozat pontos alsó határértéke? Válaszát indokolja meg!

(4 točke/pont)

PRAZNA STRAN
ÜRES OLDAL

PRAZNA STRAN
ÜRES OLDAL

PRAZNA STRAN
ÜRES OLDAL