



Codice del candidato:

Državni izpitni center



P 0 6 2 C 1 0 1 1 1 1

SECONDA SESSIONE D'ESAME

# MATEMATICA

Prova d'esame

**Lunedì, 28 agosto 2006 / 120 minuti senza interruzioni**

*Requisiti consentiti: penna stilografica o penna a sfera, matita, gomma, calcolatrice tascabile priva di interfaccia grafica e priva del calcolo letterale, compasso, squadra, righello e goniometro.*

*Al fascicolo d'esame sono allegati due fogli per gli appunti e la scheda di valutazione.*

PROVA DI MATURITÀ PROFESSIONALE

## INDICAZIONI PER IL CANDIDATO

**Leggi attentamente le seguenti indicazioni. Non voltare pagina e non iniziare a risolvere i quesiti prima del via dell'insegnante preposto.**

Incolla o scrivi il tuo numero di codice nello spazio apposito su questa pagina in alto e sulla scheda di valutazione.

Questa prova d'esame è composta da due parti. Accanto ad ogni esercizio sono indicati i punti previsti per la sua soluzione. Nella prima parte risolvi tutti e 9 gli esercizi proposti. Nella seconda parte sono proposti tre esercizi. Scegliline due e risolvili.

**È d'obbligo l'uso della penna stilografica o della penna a sfera. In caso di errore traccia una barra sulla risposta errata e scrivila nuovamente. Gli esercizi le cui soluzioni non sono chiare e leggibili saranno valutati con zero (0) punti. Se hai risolto un esercizio in modi diversi, indica in modo inequivocabile quello da valutare.**

Usa la matita per i grafici delle funzioni, per le costruzioni geometriche e per i disegni a mano libera.

Scrivi in modo leggibile e ordinato.

Ogni procedimento di soluzione va presentato in modo comprensibile dall'inizio alla fine, con tutti i calcoli ed i risultati intermedi.

Alle pagine 2 e 3 troverai le formule matematiche che possono fornirti un aiuto nella soluzione degli esercizi.

Segna con una **x** nella tabella i due quesiti che hai scelto per la seconda parte.

1° quesito	2° quesito	3° quesito

I valutatori non esamineranno i fogli previsti per gli appunti.

Leggi attentamente ogni esercizio prima di risolverlo.

Abbi fiducia in te stesso e nelle tue capacità. Buon lavoro.

*Questo fascicolo comprende 20 pagine, di cui 2 vuote.*

## FORMULE

### 1. Sistema di coordinate cartesiane nel piano

- **Area (A) del triangolo di vertici**  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ :  

$$A = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- **Angolo tra due rette:**  $\operatorname{tg} \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2} \right|$

### 2. Geometria del piano (l'area di ogni figura è indicata con A)

- **Triangolo:**  

$$A = \frac{c \cdot h_c}{2} = \frac{1}{2} ab \operatorname{sen} \gamma$$

$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \quad p = \frac{a+b+c}{2}$$
- **Raggio della circonferenza inscritta (r) e circoscritta (R) ad un triangolo:**  

$$r = \frac{A}{p}, \quad \left( p = \frac{a+b+c}{2} \right); \quad R = \frac{abc}{4A}$$
- **Triangolo equilatero:**  $A = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$ ,  $h = \frac{a \sqrt{3}}{2}$ ,  $r = \frac{a \sqrt{3}}{6}$ ,  $R = \frac{a \sqrt{3}}{3}$
- **Romboide, rombo:**  $A = \frac{e \cdot f}{2}$ , **trapezio:**  $A = \frac{a+c}{2} \cdot h$
- **Lunghezza di un arco di circonferenza:**  $l = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$
- **Area del settore circolare:**  $A = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$
- **Teorema dei seni:**  $\frac{a}{\operatorname{sen} \alpha} = \frac{b}{\operatorname{sen} \beta} = \frac{c}{\operatorname{sen} \gamma} = 2R$
- **Teorema del coseno:**  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

### 3. Aree e volumi dei solidi (B indica l'area di base del solido)

- **Prisma e cilindro:**  $A_t = 2B + A_l$ ,  $V = B \cdot h$
- **Piramide:**  $A_t = B + A_l$ ,  $V = \frac{1}{3} B \cdot h$
- **Cono retto:**  $A_t = \pi r \cdot (r + l)$ ,  $V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h$
- **Sfera:**  $A = 4\pi r^2$ ,  $V = \frac{4\pi r^3}{3}$

#### 4. Funzioni goniometriche

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

#### 5. La funzione e l'equazione di secondo grado

- $f(x) = ax^2 + bx + c$       **Vertice:**  $V(p, q)$ ,  $p = -\frac{b}{2a}$ ,  $q = -\frac{D}{4a}$ ,  $D = b^2 - 4ac$
- $ax^2 + bx + c = 0$       **Zeri:**  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

#### 6. Logaritmi

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$
- $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$

#### 7. Successioni

- **Progressione aritmetica:**  $a_n = a_1 + (n-1)d$ ,  $s_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$
- **Progressione geometrica:**  $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ ,  $s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$

#### 8. Statistica

- **Valore medio (media aritmetica):**  $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_k}{k}$ ,  $\bar{x} = \frac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \dots + f_k \cdot x_k}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$
- **Varianza:**  $\sigma^2 = \frac{1}{k} [(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_k - \bar{x})^2]$   

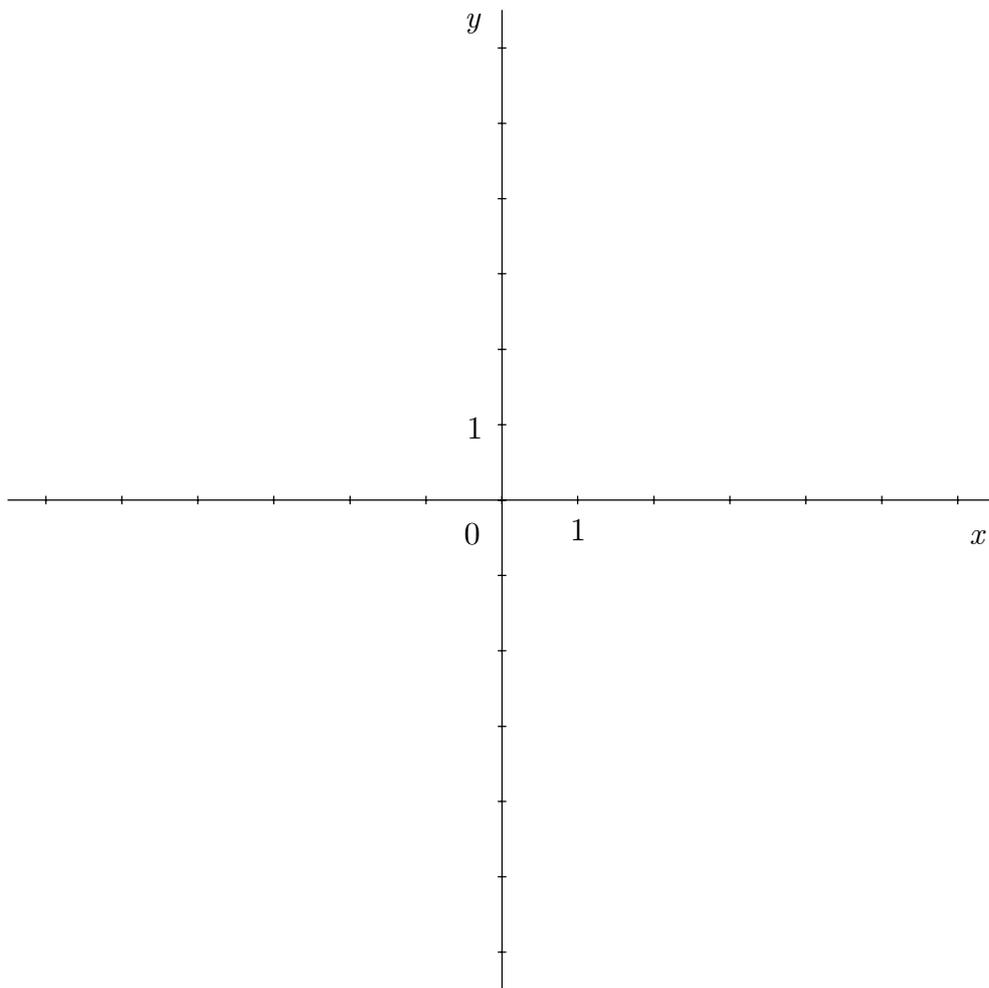
$$\sigma^2 = \frac{f_1 (x_1 - \bar{x})^2 + f_2 (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + f_k (x_k - \bar{x})^2}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$$
- **Scarto quadratico medio o deviazione standard:**  $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

PAGINA VUOTA

**Parte prima**  
**Risolvi tutti i quesiti.**

1. Traccia nel piano cartesiano il segmento di estremi  $A(0,2)$  e  $B(-3,-2)$  e calcola la sua lunghezza.

*(4 punti)*



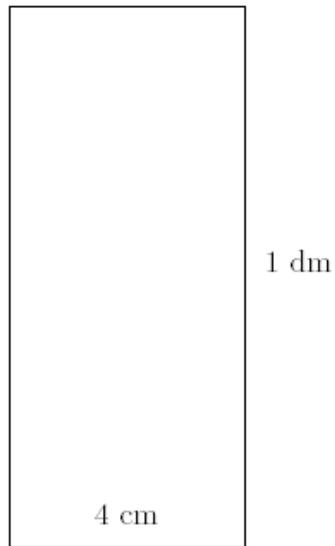
2. Quale sarà il valore dell'espressione  $\frac{(a+b)^2}{ab} - \frac{(a-b)^2}{ab}$ , se  $a = 2$  e  $b = -3$ ?

*(4 punti)*

3. Semplifica l'espressione:  $\sqrt[3]{x\sqrt{y^{-1}}} \cdot \sqrt[6]{x^4y}$ .

*(4 punti)*

4. La figura rappresenta la sezione assiale di un cilindro retto. Calcola con esattezza l'area totale di questo cilindro.

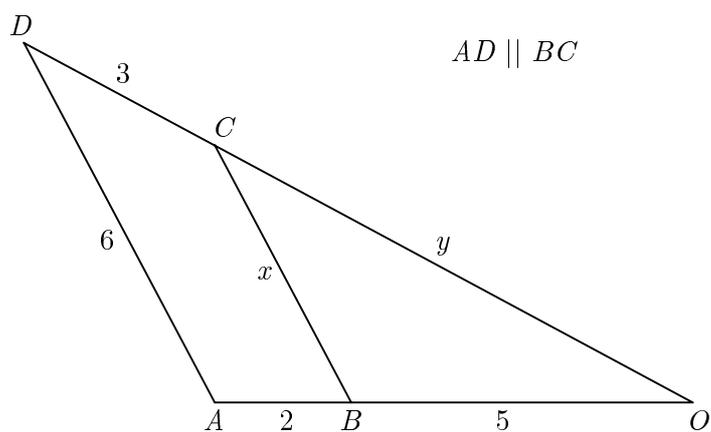


*(4 punti)*

5. Determina  $x$ , se  $\log_3\left(\frac{x}{2} + 1\right) = 2$ .

*(4 punti)*

6. Calcola le lunghezze dei segmenti che nella figura sono indicati con  $x$  e  $y$ .



(5 punti)

7. Determina il grado, il coefficiente direttivo e il termine noto del polinomio

$$p(x) = (2x^2 - 3)^2 \cdot (3x^2 - 4x - 2).$$

*(5 punti)*

8. Addiziona tutti i numeri naturali minori di 100, che sono divisibili per 6 .

*(5 punti)*

9. La tabella contiene i dati riferiti ai risultati di un compito in classe:

<i>voto</i>	<i>frequenza</i> ( $f_k$ )	<i>frequenza relativa</i> ( $f_k^0$ )
1	4	
2	8	
3	11	
4	10	
5	7	

Calcola il voto medio e completa la tabella inserendo le frequenze relative.

(5 punti)

**Parte seconda**

**Fra i tre quesiti proposti scegline due e, dopo averne cerchiato il numero, risolvili.**

1. Sia data la funzione  $f(x) = \frac{3}{2} \sin x$ .

*(Totale 15 punti)*

a) Determina il codominio, gli zeri e le ascisse dei punti di minimo e di massimo della funzione data.

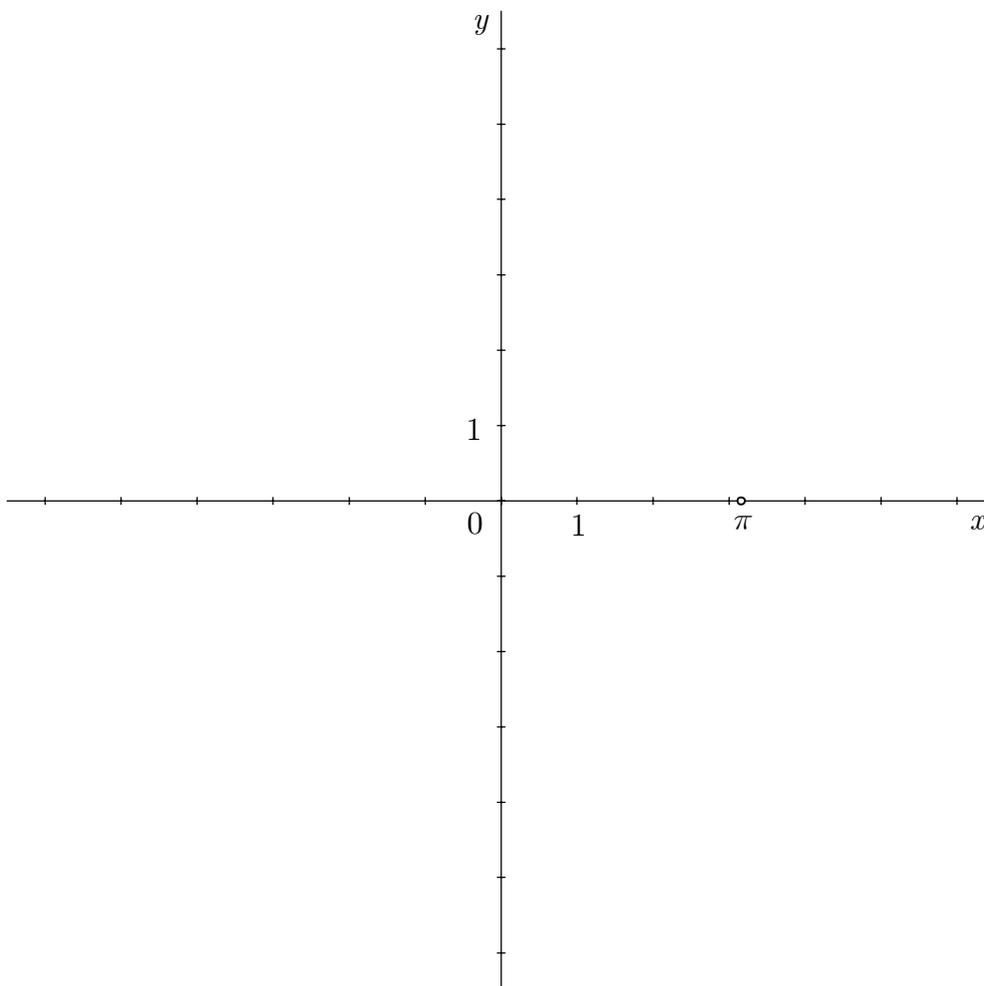
*(5 punti)*

b) Traccia il grafico della funzione nell'intervallo  $[-\pi, 2\pi]$ .

*(6 punti)*

c) Calcola il valore esatto di  $f(765^\circ)$ .

*(4 punti)*





2. Sia data l'equazione della parabola:  $y = x^2 - 6x + 5$ .

(Totale 15 punti)

a) Disegna con esattezza la parabola.

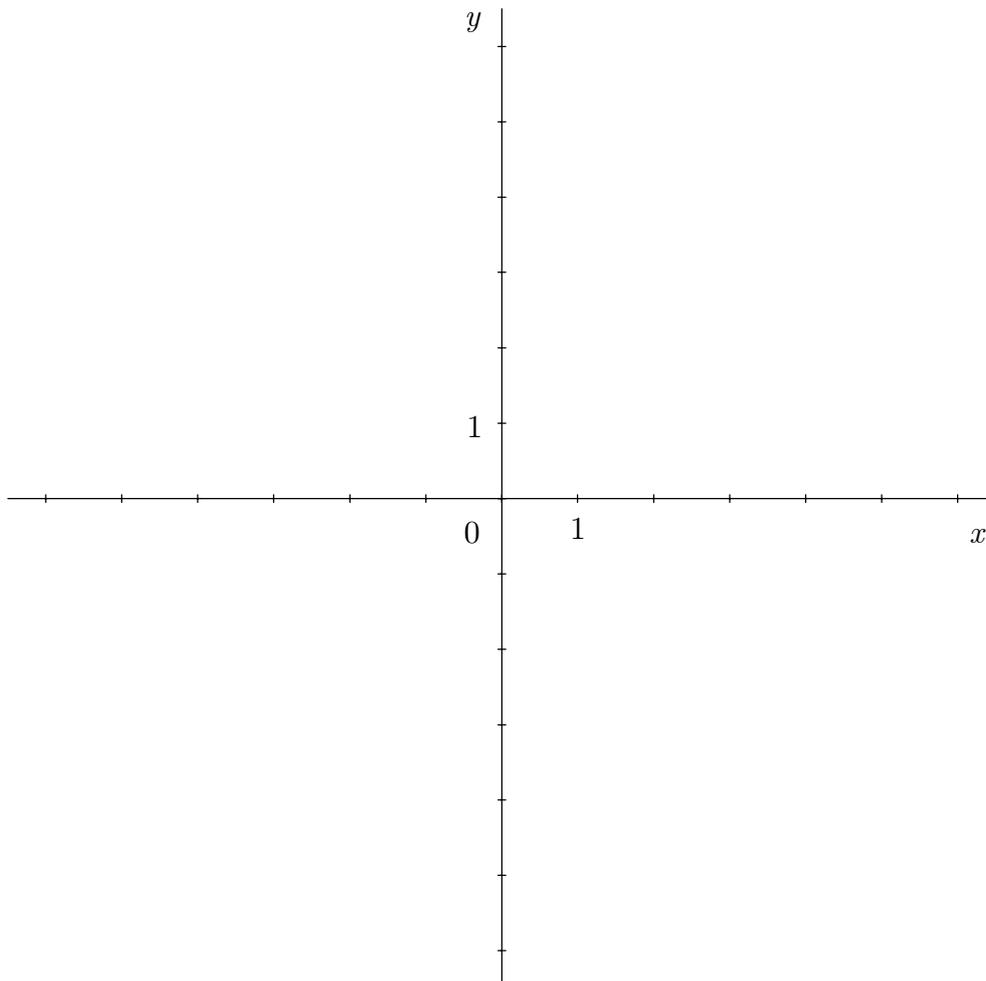
(6 punti)

b) Scrivi l'equazione della retta parallela all'asse delle ascisse e passante per il vertice della parabola.

(3 punti)

c) Calcola la lunghezza del segmento che ha per estremi le intersezioni della parabola con la retta  $y = -3$ .

(6 punti)





3. Giovanni ha deciso di aprire un conto in banca per depositarvi i suoi risparmi. Ha versato la somma di 2.000.000 di talleri, a un tasso d'interesse annuo del 2 %, in regime di capitalizzazione composta.

*(Totale 15 punti)*

a) Di quale importo potrà disporre Giovanni fra 2 anni?

*(5 punti)*

b) Di quale importo disporrà in totale fra sette anni, se fra due anni farà un ulteriore versamento di 1.000.000 di talleri?

*(4 punti)*

c) Quale dovrebbe essere il tasso d'interesse per fare sì che, dopo 10 anni, il capitale iniziale di Giovanni risulti duplicato?

*(6 punti)*



PAGINA VUOTA