Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center

P063C10111M

ZIMSKI ROK
TÉLI VIZSGAIDŐSZAK

MATEMATIKA

Izpitna pola / *Feladatlap*

Sobota, 17. februar 2007 / 120 minut brez odmora
2007. február 17., szombat / 120 perc, szünet nélkül.

Dovoljeno dodatno gradivo in pripomočki: kandidat prinese s seboj nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, računalo brez grafičnega zaslona in brez možnosti računanja s simboli, šestilo, trikotnik (geotrikotnik), ravnilo in kotomer.
Izpitni poli sta priložena konceptna lista in ocenjevalni obrazec.

Engedélyezett segédeszközök: a jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, csak műveleteket végző zsebszámológépet, körzőt, háromszögvonalzót (geo-háromszögvonalzót), vonalzót és szögmérőt hoz magával. A feladatlaphoz egy értékelőlap és két vázlatlap van mellékelve.

POKLICNA MATURA
SZAKMAI ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Izpitna pola ima 24 strani, od tega 3 prazne.
A feladatlap terjedelme 24 oldal, ebből 3 üres.

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila. Ne obračajte strani in ne začenjajte reševati nalog, dokler Vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite oziroma vpišite svojo šifro na označeno mesto zgoraj na naslovni strani in na ocenjevalni obrazec ter na konceptna lista.

Izpitna pola ima dva dela. Število točk, ki jih lahko dobite za posamezne naloge, je navedeno v izpitni poli.
V prvem delu rešite vseh 9 nalog. V drugem delu izmed treh nalog izberite in rešite dve.

Pišite z nalivnim peresom ali kemičnim svinčnikom. Če se zmotite, napačen zapis prečrtajte in ga napišite na novo. Naloge z nejasnimi in nečitljivimi rešitvami bodo ovrednotene z nič (0) točkami.
Če ste nalogo rešili na več načinov, nedvoumno označite, katero rešitev naj ocenjevalec točkuje.

Grafe funkcij, geometrijske skice in risbe narišite s svinčnikom.
Izdelek naj bo pregleden in čitljiv.
Pot reševanja mora biti od začetka do rezultata jasno in korektno predstavljena, z vsemi vmesnimi sklepi in računi.
Na 3. in 4. strani so formule. Morda si boste s katero pomagali pri reševanju nalog.

V razpredelnici označite z **x**, kateri dve nalogi ste izbrali v 2. delu.

1. naloga	2. naloga	3. naloga

Ocenjevalci ne bodo pregledovali konceptnih listov.
Vsako nalogo skrbno preberite. Rešujte premišljeno.
Zaupajte vase in v svoje znanje. Želimo Vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót. Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg ezt a felügyelő tanár nem engedélyezi.

Kódszámát ragassza vagy írja be a megjelölt keretbe a borítón, az értékelőlapon és a vázlatlapokon.

A feladatlap két részből áll. Az egyes feladatoknál elérhető pontszámot a feladatlapon feltüntettük.
Az első részben mind a 9 feladatot oldja meg. A második rész három feladata közül válasszon ki és oldjon meg kettőt.

Töltőtollal vagy golyóstollal írjon. Ha tévedett, a leírtakat húzza át, majd írja le a helyeset. A zavaros és olvashatatlan megoldásokat nulla (0) ponttal értékeljük. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje meg, melyik megoldást értékelje az értékelő.

A függvények grafikonjait, a mértani ábrákat és rajzokat ceruzával készítse el.
Munkája legyen áttekinthető és olvasható.
A megoldási eljárás legyen világos és korrekt a kezdettől egészen az eredményig, tartalmazza az összes köztes következtetést és számítást.
Az 5. és a 6. oldalon vannak a képletek. Ezek segíthetnek a feladatok megoldásában.

*A táblázatban jelölje meg **x**-szel azt a két feladatot, amelyeket a 2. részben kiválasztott.*

1. feladat	*2. feladat*	*3. feladat*

Az értékelők a vázlatlapokat nem nézik át.
Minden feladatot figyelmesen olvasson el. Megfontolva oldja meg a feladatokat.
Bízzon önmagában és képességeiben. Munkájához sok sikert kívánunk.

FORMULE

1. Pravokotni koordinatni sistem v ravnini

- **Ploščina** (S) **trikotnika z oglišči** $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$, $C(x_3,y_3)$:
  $S=\frac{1}{2}\left|(x_2-x_1)(y_3-y_1)-(x_3-x_1)(y_2-y_1)\right|$
- **Kot med premicama:** $\operatorname{tg}\varphi=\left|\frac{k_2-k_1}{1+k_1\cdot k_2}\right|$

2. Ravninska geometrija (ploščine likov so označene z S)

- **Trikotnik**:
  $S=\frac{c\cdot v_c}{2}=\frac{1}{2}ab\sin\gamma$
  $S=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s=\frac{a+b+c}{2}$
- **Polmera trikotniku včrtanega** (r) **in očrtanega** (R) **kroga:**
  $r=\frac{S}{s}$, $\left(s=\frac{a+b+c}{2}\right)$; $R=\frac{abc}{4S}$
- **Enakostranični trikotnik:** $S=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, $v=\frac{a\sqrt{3}}{2}$, $r=\frac{a\sqrt{3}}{6}$, $R=\frac{a\sqrt{3}}{3}$
- **Deltoid, romb:** $S=\frac{e\cdot f}{2}$, **trapez:** $S=\frac{a+c}{2}\cdot v$
- **Dolžina krožnega loka:** $l=\frac{\pi r\alpha^\circ}{180^\circ}$
- **Krožni izsek:** $S=\frac{\pi r^2\alpha^\circ}{360^\circ}$
- **Sinusni izrek:** $\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{b}{\sin\beta}=\frac{c}{\sin\gamma}=2R$
- **Kosinusni izrek:** $a^2=b^2+c^2-2bc\cos\alpha$

3. Površine in prostornine geometrijskih teles (S je ploščina osnovne ploskve)

- **Prizma in valj:** $P=2S+S_{pl}$, $V=S\cdot v$
- **Piramida:** $P=S+S_{pl}$, $V=\frac{1}{3}S\cdot v$
- **Pokončni stožec:** $P=\pi r\cdot(r+s)$, $V=\frac{1}{3}\pi r^2\cdot v$
- **Krogla:** $P=4\pi r^2$, $V=\frac{4\pi r^3}{3}$

4. Kotne funkcije

- $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
- $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$
- $1 + \operatorname{tg}^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$ $\quad\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$
- $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$ $\quad\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

5. Kvadratna funkcija, kvadratna enačba

- $f(x) = ax^2 + bx + c$ **Teme:** $T(p,q)$, $p = -\dfrac{b}{2a}$, $q = -\dfrac{D}{4a}$, $D = b^2 - 4ac$
- $ax^2 + bx + c = 0$ **Ničli:** $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

6. Logaritmi

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$
- $\log_b x = \dfrac{\log_a x}{\log_a b}$

7. Zaporedja

- **Aritmetično zaporedje:** $a_n = a_1 + (n-1)d$, $s_n = \dfrac{n}{2}\big(2a_1 + (n-1)d\big)$
- **Geometrijsko zaporedje:** $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, $s_n = a_1 \cdot \dfrac{q^n - 1}{q - 1}$

8. Statistika

- **Srednja vrednost (aritmetična sredina):** $\overline{x} = \dfrac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$,

  $\overline{x} = \dfrac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \cdots + f_k \cdot x_k}{f_1 + f_2 + \cdots + f_k}$
- **Varianca:** $\sigma^2 = \dfrac{1}{n}\left[(x_1 - \overline{x})^2 + (x_2 - \overline{x})^2 + \cdots + (x_n - \overline{x})^2\right]$,

  $$\sigma^2 = \frac{f_1(x_1 - \overline{x})^2 + f_2(x_2 - \overline{x})^2 + \cdots + f_k(x_k - \overline{x})^2}{f_1 + f_2 + \cdots + f_k}$$
- **Standardni odklon:** $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

KÉPLETEK

1. Derékszögű koordináta-rendszer a síkban

- ***Az** $A(x_1,\ y_1),\ B(x_2,\ y_2),\ C(x_3,\ y_3)$ **csúcsú háromszög területe** (S)**:***

  $$S = \frac{1}{2}\left|\left(x_2 - x_1\right)\left(y_3 - y_1\right) - \left(x_3 - x_1\right)\left(y_2 - y_1\right)\right|$$

- ***Két egyenes hajlásszöge:*** $\operatorname{tg}\varphi = \left|\dfrac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2}\right|$

2. Síkbeli mértan (a síkidomok területe S -sel van jelölve)

- ***Háromszög:*** $S = \dfrac{c \cdot v_c}{2} = \dfrac{1}{2}ab\sin\gamma$

  $$S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)},\ s = \frac{a+b+c}{2}$$

- ***A háromszögbe írható kör sugara** (r) **és a háromszög köré írható kör sugara** (R)**:***

  $$r = \frac{S}{s},\ \left(s = \frac{a+b+c}{2}\right);\ R = \frac{abc}{4S}$$

- ***Egyenlő oldalú háromszög:*** $S = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4},\quad v = \dfrac{a\sqrt{3}}{2},\quad r = \dfrac{a\sqrt{3}}{6},\quad R = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$
- ***Deltoid, rombusz:*** $S = \dfrac{e \cdot f}{2}$, ***trapéz:*** $S = \dfrac{a+c}{2} \cdot v$
- ***A körív hossza:*** $l = \dfrac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$
- ***Körcikk:*** $S = \dfrac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$
- ***Szinusztétel:*** $\dfrac{a}{\sin\alpha} = \dfrac{b}{\sin\beta} = \dfrac{c}{\sin\gamma} = 2R$
- ***Koszinusztétel:*** $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$

3. A mértani testek felszíne és térfogata (az S az alaplap területe)

- ***Hasáb és henger:*** $P = 2S + S_{pl},\ \ V = S \cdot v$
- ***Gúla:*** $P = S + S_{pl},\ \ V = \dfrac{1}{3}S \cdot v$
- ***Egyenes kúp:*** $P = \pi r \cdot (r + s),\ V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 \cdot v$
- ***Gömb:*** $P = 4\pi r^2,\ \ V = \dfrac{4\pi r^3}{3}$

4. Szögfüggvények

- $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
- $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$
- $1 + \operatorname{tg}^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$ $\quad \cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$
- $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$ $\quad \cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

5. Másodfokú függvény, másodfokú egyenlet

- $f(x) = ax^2 + bx + c$ ***Tengelypont:*** $T(p,q),\ p = -\dfrac{b}{2a},\ q = -\dfrac{D}{4a},\ D = b^2 - 4ac$
- $ax^2 + bx + c = 0$ ***Zérushelyek:*** $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

6. Logaritmusok

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$
- $\log_b x = \dfrac{\log_a x}{\log_a b}$

7. Sorozatok

- ***Számtani sorozat:*** $a_n = a_1 + (n-1)d$, $s_n = \dfrac{n}{2}\left(2a_1 + (n-1)d\right)$
- ***Mértani sorozat:*** $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, $s_n = a_1 \cdot \dfrac{q^n - 1}{q - 1}$

8. Statisztika

- ***Középérték (számtani közép):*** $\overline{x} = \dfrac{x_1 + x_2 + \cdots + x_k}{k}$, $\overline{x} = \dfrac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \cdots + f_k \cdot x_k}{f_1 + f_2 + \cdots + f_k}$
- ***Variancia (szórásnégyzet):*** $\sigma^2 = \dfrac{1}{k}\left[(x_1 - \overline{x})^2 + (x_2 - \overline{x})^2 + \cdots + (x_k - \overline{x})^2\right]$

$$\sigma^2 = \frac{f_1(x_1 - \overline{x})^2 + f_2(x_2 - \overline{x})^2 + \cdots + f_k(x_k - \overline{x})^2}{f_1 + f_2 + \cdots + f_k}$$

- ***Standard eltérés (szórás):*** $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

1. del / *1. rész*

Rešite vse naloge. / *Minden feladatot oldjon meg.*

1. Kaj je sestavljeno število? Število 180 zapišite kot produkt samih praštevil.

   Mi az összetett szám? Írja fel a 180-as *számot prímszámok szorzataként.*

(4 točke/pont)

2. Rešite enačbo: $(x-2)^2+(2x-1)(2x+1)=5x(x+2)$.

Oldja meg az $(x-2)^2+(2x-1)(2x+1)=5x(x+2)$ *egyenletet.*

(4 točke/pont)

3. Mama je skuhala $2\frac{1}{4}$ kg korenja, $3\frac{3}{4}$ kg graha in $4\frac{1}{2}$ kg krompirja. Mešano zelenjavo je shranila v vrečke po $\frac{3}{4}$ kg. Najmanj koliko vrečk je potrebovala?

Az anya $2\frac{1}{4}$ kg sárgarépát, $3\frac{3}{4}$ kg borsót és $4\frac{1}{2}$ kg burgonyát főzött meg. Ezt a vegyes zöldséget $\frac{3}{4}$ kg-os zacskókba tette. Minimum hány zacskóra volt szüksége ehhez?

(4 točke/pont)

4. Zapišite enačbo premice, ki poteka skozi točki $A(3,4)$ in $B(-2,9)$.

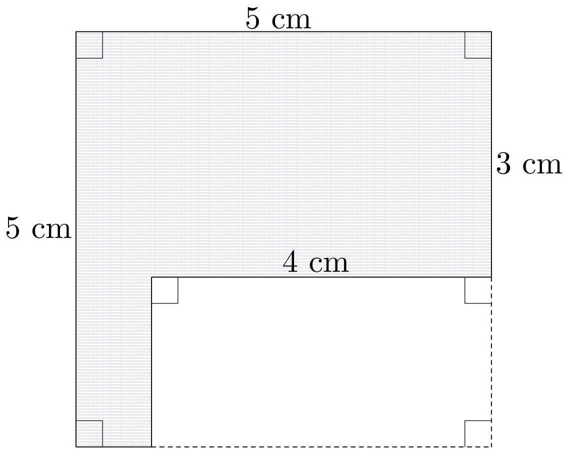
Írja fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely az $A(3,4)$ *és a* $B(-2,9)$ *pontokon halad át.*

(4 točke/pont)

5. Po podatkih na skici izračunajte obseg in ploščino osenčenega lika.

Az ábrán levő adatok alapján számítsa ki a besatírozott síkidom kerületét és területét.

(4 točke/pont)



6. Z grafa kvadratne funkcije določite:

   a) ničli,

   b) zalogo vrednosti,

   c) za katere vrednosti x je funkcija negativna.

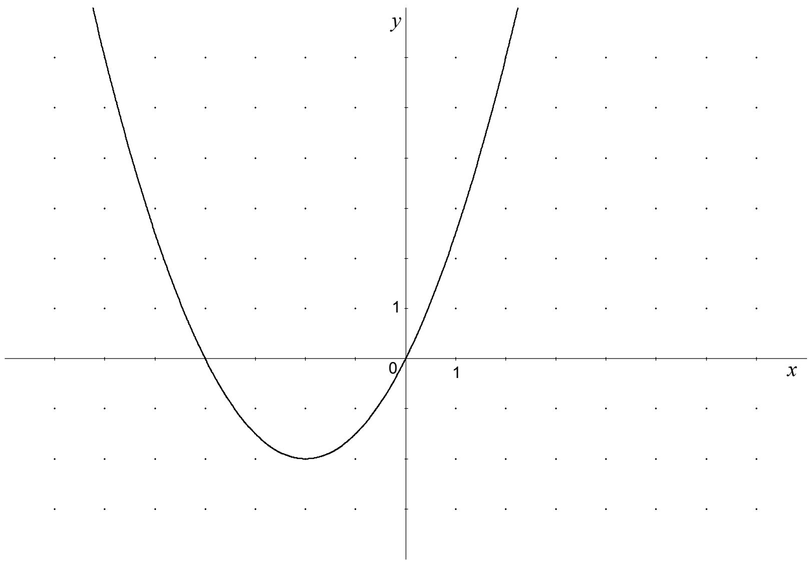
   A másodfokú függvény grafikonjáról olvassa le a függvény

   a) gyökeit,

   b) értékkészletét,

   c) és azokat az x -étrtékeket, amelyekre nézve a függvény negatív.

(5 točk/pont)



7. Izračunajte natančno vrednost $\cos 105^\circ$.

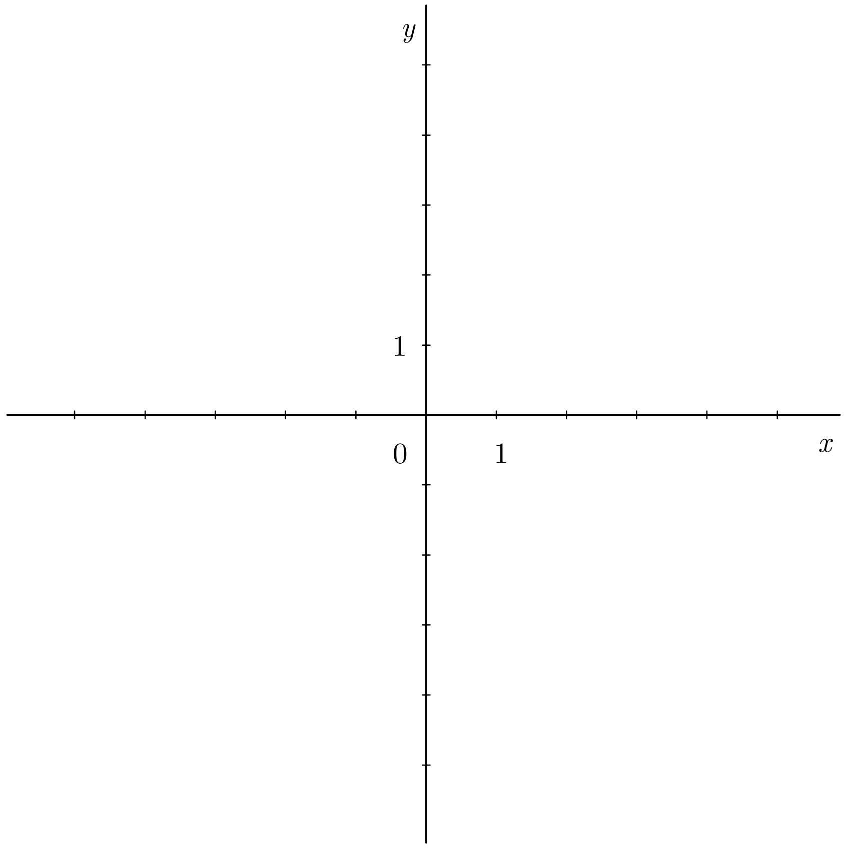
Számítsa ki a $\cos 105^\circ$ *pontos étrtékét.*

(5 točk/pont)

8. V isti koordinatni sistem narišite graf funkcije $f(x) = 2^x$ in premico $x = -1$.
Zapišite koordinati presečišča premice in grafa funkcije $f(x)$.

Egy koordináta-rendszerben rajzolja meg az $f(x) = 2^x$ függvény grafikonját és az $x = -1$ egyenest. Írja fel az egyenes és az $f(x)$ függvény metszéspontjának a koordinátáit.

(5 točk/pont)



9. Prvi štirje členi aritmetičnega zaporedja so: $-3, -1,\ 1,\ 3$. Zapišite splošni člen tega zaporedja in izračunajte vsoto prvih 100 členov.

A $-3, -1,\ 1$ *és* 3 *egy számtani sorozat első négy tagja. Írja fel a sorozat általános tagját, és számítsa ki az első* 100 *tagjának az összegét.*

(5 točk/pont)

2. del / ***2. rész***

Izberite dve nalogi, obkrožite njuni zaporedni številki in ju rešite.

Válasszon két feladatot, karikázza be a sorszámukat, és oldja meg őket!

1. Septembra 2000 smo dali za liter kurilnega olja $113,90$ tolarja, maja 2004 pa $98,40$ tolarja.

(Skupaj 15 točk))

a) Za koliko odstotkov je bila cena kurilnega olja maja 2004 nižja od cene septembra 2000?

(5 točk)

b) Koliko tolarjev je dala družina septembra 2000 za poln rezervoar kurilnega olja v obliki kvadra dimenzij $2{,}5\ \mathrm{m}$, $1{,}2\ \mathrm{m}$ in $1{,}5\ \mathrm{m}$? Narišite skico rezervoarja.

(5 točk)

c) Ali zadošča 2310 litrov kurilnega olja za ogrevanje od 1. oktobra do 15. marca naslednjega leta, če je dnevna poraba 15 litrov?

(5 točk)

2000 szeptemberében egy liter fűtőolajért $113,90$ *tollárt adtunk ki, 2004 májusában pedig* $98,40$ *tollárt.*

(Összesen 15 pont)

a) Hány százalékkal csökkent a fűtőolaj ára 2000 szeptemberétől 2004 májusáig?

(5 pont)

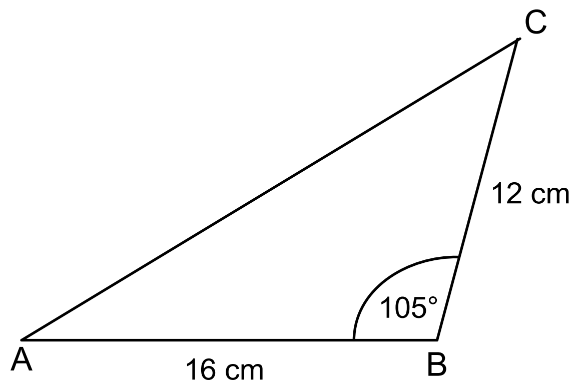
b) Hány tollárt adott ki a család az olajtartály teletöltéséért 2000 szeptemberében, ha a tartály $2{,}5\ \mathrm{m}$, $1{,}2\ \mathrm{m}$ *és* $1{,}5\ \mathrm{m}$ *oldalú téglatest volt? Rajzolja meg a tartály ábráját.*

(5 pont)

c) Elég-e 2310 *liter fűtőolaj az október 1-től március 15-ig tartó fűtési időszakra, ha naponta 15 liter olajat használunk el?*

(5 pont)

2. Na skici je trikotnik ABC.



(Skupaj 15 točk)

a) Izračunajte dolžino stranice $b = |AC|$ in kot α. Velikost kota α zapišite v stopinjah in minutah.

(6 točk)

b) Izračunajte ploščino trikotnika. Rezultat zaokrožite na cm^2 natančno.

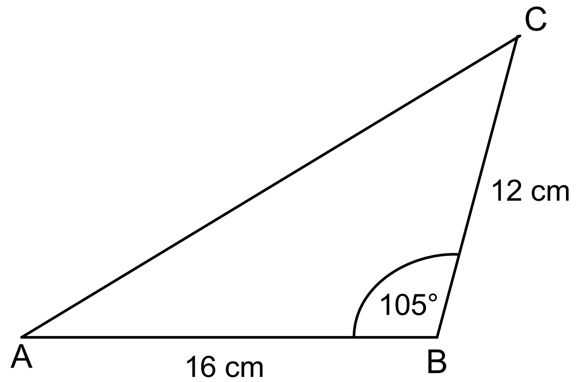
(4 točke)

c) Izračunajte površino in prostornino prizme, katere osnovna ploskev je dani trikotnik, njena višina pa $1\ \mathrm{m}$.

(5 točk)

Az ábrán az ABC háromszög látható.

(Összesen 15 pont)



a) Számítsa ki a $b = |AC|$ oldal hosszát és az α szöget. Az α szög méretét írja fel fokokban és percekben.

(6 pont)

b) Számítsa ki a háromszög területét. Az eredményt kerekítse cm^2 -re pontosan.

(4 pont)

c) Számítsa ki annak a hasábnak a felszínét és térfogatát, amelynek az alaplapja az adott háromszög, a magassága pedig $1\ \mathrm{m}$.

(5 pont)

3. Na strelskem tekmovanju je sodelovalo 50 strelcev. Izidi po prvem poskusu so napisani v preglednici:

Zadetki (točke)	Število strelcev
10	10
8	8
7	20
6	4
4	2
0	6

(Skupaj 15 točk)

a) Izračunajte povprečno število točk v tem poskusu.

(5 točk)

b) Koliko strelcev je doseglo podpovprečni izid? Izračunajte odstotek strelcev, ki so dosegli nadpovprečni izid.

(5 točk)

c) Izračunajte standardni odklon dosežkov v tem poskusu.

(5 točk)

Egy lövészversenyen 50 lövész vett részt. Az első próbálkozás utáni eredmények az alábbi táblázatban láthatók:

(Összesen 15 pont)

Találat (pontok)	*A lövészek száma*
10	10
8	8
7	20
6	4
4	2
0	6

a) Számítsa ki a próbálkozásban elért pontok átlagát!

(5 pont)

b) Hány lövész ért el átlag alatti eredényt? Számítsa ki százalékban, hány lövész teljesített átlagon felül.

(5 pont)

c) Számítsa ki a próbálkozás eredményeinek standard eltérését!

(5 pont)

PRAZNA STRAN
ÜRES OLDAL

PRAZNA STRAN
ÜRES OLDAL

PRAZNA STRAN
ÜRES OLDAL