



Codice del candidato:

Državni izpitni center



P 0 7 1 C 1 0 1 1 1 1

PRIMA SESSIONE D'ESAME

MATEMATICA

Prova d'esame

Sabato, 2 giugno 2007 / 120 minuti senza interruzioni

Requisiti consentiti: penna stilografica o penna a sfera, matita, gomma, calcolatrice tascabile priva di interfaccia grafica e priva del calcolo letterale, compasso, squadra, righello e goniometro.

Al fascicolo d'esame sono allegati due fogli per gli appunti e la scheda di valutazione.

PROVA DI MATURITÀ PROFESSIONALE

INDICAZIONI PER IL CANDIDATO

Leggi attentamente le seguenti indicazioni. Non voltare pagina e non iniziare a risolvere i quesiti prima del via dell'insegnante preposto.

Incolla o scrivi il tuo numero di codice nello spazio apposito su questa pagina in alto e sulla scheda di valutazione.

Questa prova d'esame è composta da due parti. Accanto ad ogni esercizio sono indicati i punti previsti per la sua soluzione. Nella prima parte risolvi tutti e 9 gli esercizi proposti. Nella seconda parte sono proposti tre esercizi. Scegline due e risolvili.

È d'obbligo l'uso della penna stilografica o della penna a sfera. In caso di errore traccia una barra sulla risposta errata e scrivila nuovamente. Gli esercizi le cui soluzioni non sono chiare e leggibili saranno valutati con zero (0) punti. Se hai risolto un esercizio in modi diversi, indica in modo inequivocabile quello da valutare.

Usa la matita per i grafici delle funzioni, per le costruzioni geometriche e per i disegni a mano libera.

Scrivi in modo leggibile e ordinato.

Ogni procedimento di soluzione va presentato in modo comprensibile dall'inizio alla fine, con tutti i calcoli ed i risultati intermedi.

Alle pagine 2 e 3 troverai le formule matematiche che possono fornirti un aiuto nella soluzione degli esercizi.

Segna con una **x** nella tabella i due quesiti che hai scelto per la seconda parte.

1° quesito	2° quesito	3° quesito

I valutatori non esamineranno i fogli previsti per gli appunti.

Leggi attentamente ogni esercizio prima di risolverlo.

Abbi fiducia in te stesso e nelle tue capacità. Buon lavoro.

Questo fascicolo comprende 20 pagine, di cui 2 bianche.

FORMULE

1. Sistema di coordinate cartesiane nel piano

- **Area (A) del triangolo di vertici** $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$A = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- **Angolo tra due rette:** $\operatorname{tg} \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2} \right|$

2. Geometria del piano (l'area di ogni figura è indicata con A)

- **Triangolo:**

$$A = \frac{c \cdot h_c}{2} = \frac{1}{2} ab \operatorname{sen} \gamma$$

$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \quad p = \frac{a+b+c}{2}$$
- **Raggio della circonferenza inscritta (r) e circoscritta (R) ad un triangolo:**

$$r = \frac{A}{p}, \quad \left(p = \frac{a+b+c}{2} \right); \quad R = \frac{abc}{4A}$$
- **Triangolo equilatero:** $A = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$, $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$, $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
- **Romboide, rombo:** $A = \frac{e \cdot f}{2}$, **trapezio:** $A = \frac{a+c}{2} \cdot h$
- **Lunghezza di un arco di circonferenza:** $l = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$
- **Area del settore circolare:** $A = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$
- **Teorema dei seni:** $\frac{a}{\operatorname{sen} \alpha} = \frac{b}{\operatorname{sen} \beta} = \frac{c}{\operatorname{sen} \gamma} = 2R$
- **Teorema del coseno:** $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

3. Aree e volumi dei solidi (B indica l'area di base del solido)

- **Prisma e cilindro:** $A_t = 2B + A_l$, $V = B \cdot h$
- **Piramide:** $A_t = B + A_l$, $V = \frac{1}{3} B \cdot h$
- **Cono retto:** $A_t = \pi r \cdot (r + l)$, $V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h$
- **Sfera:** $A = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$

4. Funzioni goniometriche

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

5. La funzione e l'equazione di secondo grado

- $f(x) = ax^2 + bx + c$ **Vertice:** $V(p, q)$, $p = -\frac{b}{2a}$, $q = -\frac{D}{4a}$, $D = b^2 - 4ac$
- $ax^2 + bx + c = 0$ **Zeri:** $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

6. Logaritmi

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$
- $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$

7. Successioni

- **Progressione aritmetica:** $a_n = a_1 + (n-1)d$, $s_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$
- **Progressione geometrica:** $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, $s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$

8. Statistica

- **Valore medio (media aritmetica):** $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_k}{k}$, $\bar{x} = \frac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \dots + f_k \cdot x_k}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$
- **Varianza:** $\sigma^2 = \frac{1}{k}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_k - \bar{x})^2]$

$$\sigma^2 = \frac{f_1(x_1 - \bar{x})^2 + f_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + f_k(x_k - \bar{x})^2}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$$
- **Scarto quadratico medio o deviazione standard:** $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

PAGINA BIANCA

Parte I
Risolvi tutti i quesiti.

1. Calcola con esattezza il valore dell'espressione: $27^{-\frac{1}{3}} - 3^2 + 10 \cdot 2^0$.

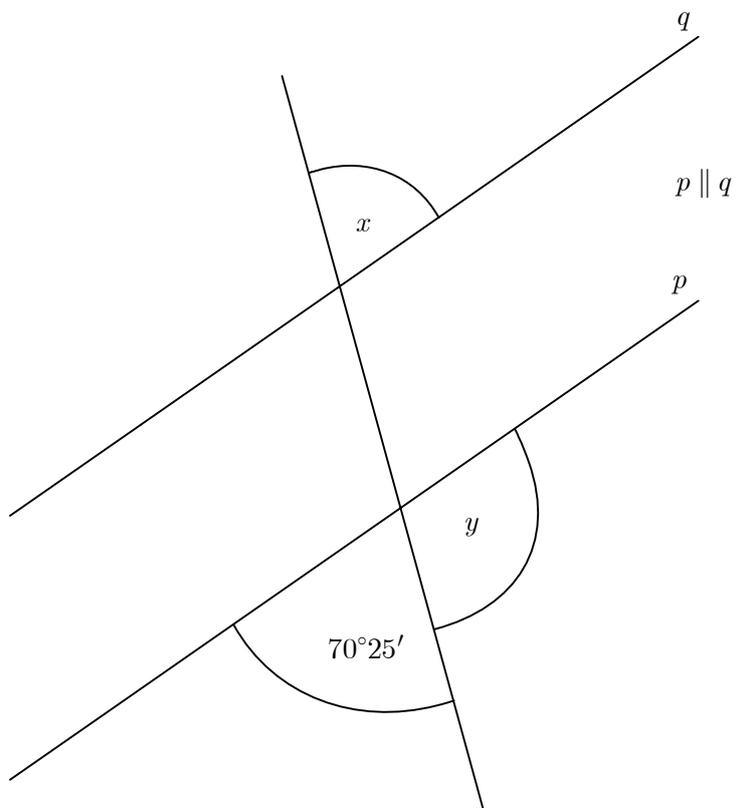
(4 punti)

2. In una scuola, alla fine dell'anno scolastico risultavano ottimi 100 alunni. Il preside ha constatato che gli ottimi costituivano il 12,5 % di tutti gli alunni della scuola. Quanti alunni ha la scuola?

(4 punti)

3. Calcola l'ampiezza degli angoli x e y della figura.

(4 punti)



4. Risolvi il sistema di equazioni:

$$\begin{aligned}x + y - z &= 0 \\2x - y + z &= 3 \\-x + y + 3z &= -2\end{aligned}$$

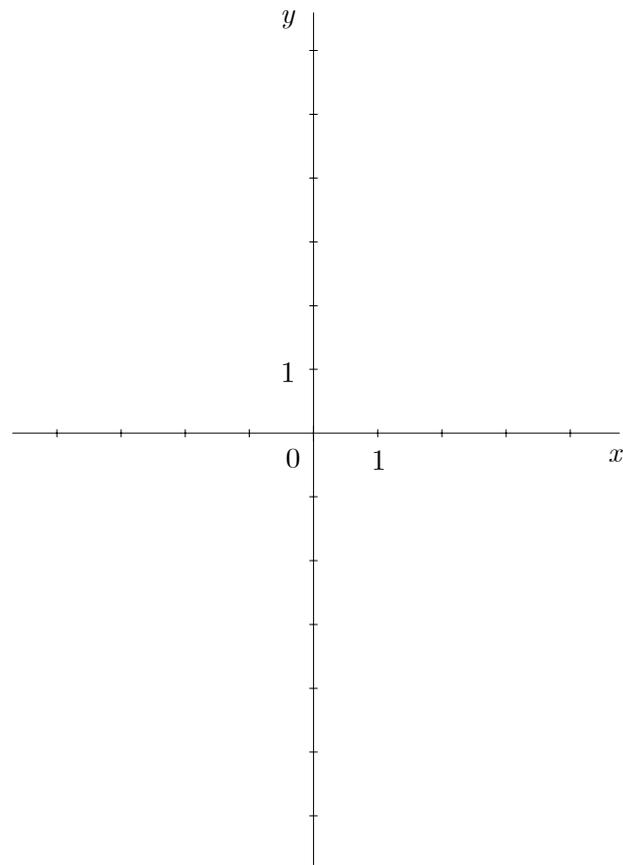
(4 punti)

5. 6 massi di pietra sono disposti in fila dal più piccolo al più grande. Il masso più leggero pesa 0,25 kg, e ogni masso successivo pesa il doppio di quello precedente. Quanto pesa il masso più pesante, e quanto pesano in totale tutti i massi?

(4 punti)

6. Disegna il grafico del polinomio $p(x) = x^3 - 3x^2$.

(5 punti)



7. La lunghezza dello spigolo della base di una piramide quadrangolare regolare misura 4,2 m. La faccia laterale della piramide forma con la base un angolo $\varphi = 85^\circ$. Esegui lo schizzo della piramide, indica l'angolo d'inclinazione φ e calcola il volume della piramide.

(5 punti)

8. Calcola le ascisse dei punti d'intersezione della parabola $y = -2x^2 - x + 1$ con la retta $y = x + 1$.

(5 punti)

9. Traccia il grafico della funzione $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. Per quale valore di x vale $f(x) = 8$?

(5 punti)

Parte II

Scegli due quesiti, cerchiare i rispettivi numeri e risolvi.

1. Sia data la funzione razionale $f(x) = \frac{x+2}{x^2-2x+1}$.

(Totale 15 punti)

a) Determina lo zero, l'intersezione con l'asse delle ordinate, il polo e l'equazione dell'asintoto orizzontale.

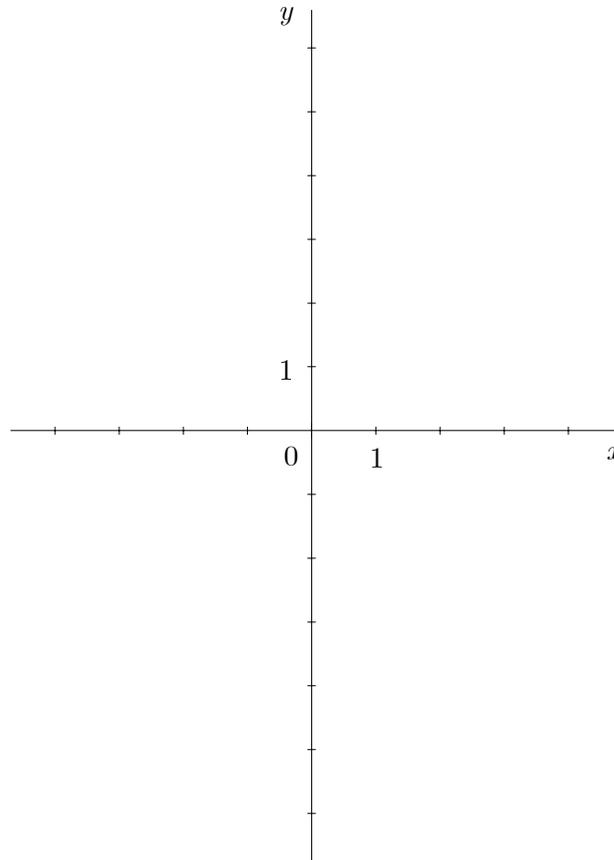
(5 punti)

b) Traccia il grafico di $f(x)$.

(5 punti)

c) Per quale valore di x vale $f(x) = \frac{2}{x-1}$?

(5 punti)



2. Sono dati i primi tre termini di una progressione aritmetica: $a_1 = 9$, $a_2 = 8,5$ e $a_3 = 8$.

(Totale 15 punti)

a) Calcola il valore dell'espressione $a_{10} - 2a_{110}$.

(5 punti)

b) La somma di quanti termini iniziali fornisce come risultato 0 ?

(5 punti)

c) Quale termine della progressione ha valore -16 ?

(5 punti)

3. Il triangolo ABC è dato con i seguenti elementi: $a = 5,27$ cm, $c = 3,12$ cm e $\alpha = 46^\circ 25'$.

(Totale 15 punti)

a) Disegna lo schizzo del triangolo e calcolane l'area.

(8 punti)

b) Calcola la lunghezza della mediana relativa al lato c .

(4 punti)

c) Il triangolo dato è isoscele? Motiva la risposta.

(3 punti)

PAGINA BIANCA