Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center

P071C10111M

SPOMLADANSKI ROK
TAVASZI IDŐSZAK

MATEMATIKA

Izpitna pola / *Feladatlap*

Sobota, 2. junij 2007 / 120 minut brez odmora
2007. június 2., szombat / 120 perc, szünet nélkül

Dovoljeno dodatno gradivo in pripomočki: kandidat prinese s seboj nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, računalo brez grafičnega zaslona in brez možnosti računanja s simboli, šestilo, trikotnik (geotrikotnik), ravnilo in kotomer.
Izpitni poli sta priložena konceptna lista in ocenjevalni obrazec.

Engedélyezett segédeszközök: a jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, csak műveleteket végző zsebszámológépet, körzőt, háromszögvonalzót (geo-háromszögvonalzót), vonalzót és szögmérőt hoz magával. A feladatlaphoz egy értékelőlap és két vázlatlap van mellékelve.

POKLICNA MATURA
SZAKMAI ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Izpitna pola ima 24 strani, od tega 3 prazne.
A feladatlap terjedelme 24 oldal, ebből 3 üres.

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila. Ne obračajte strani in ne začenjajte reševati nalog, dokler Vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite oziroma vpišite svojo šifro na označeno mesto zgoraj na naslovni strani in na ocenjevalni obrazec ter na konceptna lista.

Izpitna pola ima dva dela. Število točk, ki jih lahko dobite za posamezne naloge, je navedeno v izpitni poli.
V prvem delu rešite vseh 9 nalog. V drugem delu izmed treh nalog izberite in rešite dve.

Pišite z nalivnim peresom ali kemičnim svinčnikom. Če se zmotite, napačen zapis prečrtajte in ga napišite na novo. Naloge z nejasnimi in nečitljivimi rešitvami bodo ovrednotene z nič (0) točkami.
Če ste nalogo rešili na več načinov, nedvoumno označite, katero rešitev naj ocenjevalec točkuje.

Grafe funkcij, geometrijske skice in risbe narišite s svinčnikom.
Izdelek naj bo pregleden in čitljiv.
Pot reševanja mora biti od začetka do rezultata jasno in korektno predstavljena, z vsemi vmesnimi sklepi in računi.
Na 3. in 4. strani so formule. Morda si boste s katero pomagali pri reševanju nalog.

V razpredelnici označite z **x**, kateri dve nalogi ste izbrali v 2. delu.

1. naloga	2. naloga	3. naloga

Ocenjevalci ne bodo pregledovali konceptnih listov.
Vsako nalogo skrbno preberite. Rešujte premišljeno.
Zaupajte vase in v svoje znanje. Želimo Vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót! Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg ezt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

Kódszámát ragassza vagy írja be a megjelölt keretbe a borítón, az értékelőlapon és a vázlatlapokon!

A feladatlap két részből áll. Az egyes feladatoknál elérhető pontszámot a feladatlapon feltüntettük.
Az első részben mind a 9 feladatot oldja meg! A második rész három feladata közül válasszon ki és oldjon meg kettőt!

Töltőtollal vagy golyóstollal írjon! Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd írja le a helyeset! A zavaros és olvashatatlan megoldásokat nulla (0) ponttal értékeljük. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje meg, melyik megoldást értékelje az értékelő!

A függvények grafikonjait, a mértani ábrákat és rajzokat ceruzával készítse el!
Munkája legyen áttekinthető és olvasható!
A megoldási eljárás legyen világos és korrekt a kezdettől egészen az eredményig, tartalmazza az összes köztes következtetést és számítást!
Az 5. és a 6. oldalon vannak a képletek. Ezek segíthetnek a feladatok megoldásában.

*A táblázatban **x**-szel jelölje, melyik két feladatot választotta a 2. részben!*

1. feladat	*2. feladat*	*3. feladat*

Az értékelők nem nézik át a vázlatlapokat.
Minden feladatot figyelmesen olvasson el! Megfontolva oldja meg a feladatokat!
Bízzon önmagában és képességeiben! Munkájához sok sikert kívánunk!

FORMULE

1. Pravokotni koordinatni sistem v ravnini

- **Ploščina** (S) **trikotnika z oglišči** $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:
  $S = \frac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|$
- **Kot med premicama:** $\operatorname{tg}\varphi = \left|\frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2}\right|$

2. Ravninska geometrija (ploščine likov so označene s S)

- **Trikotnik**:
  $S = \frac{c \cdot v_c}{2} = \frac{1}{2}ab\sin\gamma$
  $S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$
- **Polmera trikotniku včrtanega** (r) **in očrtanega** (R) **kroga:**
  $r = \frac{S}{s}$, $\left(s = \frac{a+b+c}{2}\right)$; $R = \frac{abc}{4S}$
- **Enakostranični trikotnik:** $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, $v = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$, $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
- **Deltoid, romb:** $S = \frac{e \cdot f}{2}$, **trapez:** $S = \frac{a+c}{2} \cdot v$
- **Dolžina krožnega loka:** $l = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$
- **Krožni izsek:** $S = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$
- **Sinusni izrek:** $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$
- **Kosinusni izrek:** $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$

3. Površine in prostornine geometrijskih teles (S je ploščina osnovne ploskve)

- **Prizma in valj:** $P = 2S + S_{pl}$, $V = S \cdot v$
- **Piramida:** $P = S + S_{pl}$, $V = \frac{1}{3}S \cdot v$
- **Pokončni stožec:** $P = \pi r \cdot (r + s)$, $V = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot v$
- **Krogla:** $P = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$

4. Kotne funkcije

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $\operatorname{tg} \alpha = \dfrac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \dfrac{1}{\cos^2 \alpha}$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$ $\quad$ $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$ $\quad$ $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

5. Kvadratna funkcija, kvadratna enačba

- $f(x) = ax^2 + bx + c$ $\quad$ **Teme:** $T(p, q)$, $p = -\dfrac{b}{2a}$, $q = -\dfrac{D}{4a}$, $D = b^2 - 4ac$
- $ax^2 + bx + c = 0$ $\quad$ **Ničli:** $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

6. Logaritmi

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$
- $\log_b x = \dfrac{\log_a x}{\log_a b}$

7. Zaporedja

- **Aritmetično zaporedje:** $a_n = a_1 + (n-1)d$, $s_n = \dfrac{n}{2}\big(2a_1 + (n-1)d\big)$
- **Geometrijsko zaporedje:** $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, $s_n = a_1 \cdot \dfrac{q^n - 1}{q - 1}$

8. Statistika

- **Srednja vrednost (aritmetična sredina):** $\overline{x} = \dfrac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$,

  $\overline{x} = \dfrac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \cdots + f_k \cdot x_k}{f_1 + f_2 + \cdots + f_k}$
- **Varianca:** $\sigma^2 = \dfrac{1}{n}\left[(x_1 - \overline{x})^2 + (x_2 - \overline{x})^2 + \cdots + (x_n - \overline{x})^2\right]$,

  $\sigma^2 = \dfrac{f_1 (x_1 - \overline{x})^2 + f_2 (x_2 - \overline{x})^2 + \cdots + f_k (x_k - \overline{x})^2}{f_1 + f_2 + \cdots + f_k}$
- **Standardni odklon:** $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

KÉPLETEK

1. Derékszögű koordináta-rendszer a síkban

- ***Az** $A(x_1,\ y_1),\ B(x_2,\ y_2),\ C(x_3,\ y_3)$ **csúcsú háromszög területe** (S)**:***

  $$S = \frac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|$$

- ***Két egyenes hajlásszöge:*** $\operatorname{tg}\varphi = \left|\dfrac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2}\right|$

2. Síkbeli mértan (a síkidomok területe S -sel van jelölve)

- ***Háromszög:*** $S = \dfrac{c \cdot v_c}{2} = \dfrac{1}{2} ab \sin\gamma$

  $$S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)},\ s = \frac{a+b+c}{2}$$

- ***A háromszögbe írható kör sugara*** (r) ***és a háromszög köré írható kör sugara*** (R)***:***

  $$r = \frac{S}{s},\ \left(s = \frac{a+b+c}{2}\right);\ R = \frac{abc}{4S}$$

- ***Egyenlő oldalú háromszög:*** $S = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4},\quad v = \dfrac{a\sqrt{3}}{2},\quad r = \dfrac{a\sqrt{3}}{6},\quad R = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$

- ***Deltoid, rombusz:*** $S = \dfrac{e \cdot f}{2}$, ***trapéz:*** $S = \dfrac{a+c}{2} \cdot v$

- ***A körív hossza:*** $l = \dfrac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$

- ***Körcikk:*** $S = \dfrac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$

- ***Szinusztétel:*** $\dfrac{a}{\sin\alpha} = \dfrac{b}{\sin\beta} = \dfrac{c}{\sin\gamma} = 2R$

- ***Koszinusztétel:*** $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$

3. A mértani testek felszíne és térfogata (az S az alaplap területe)

- ***Hasáb és henger:*** $P = 2S + S_{pl},\ \ V = S \cdot v$

- ***Gúla:*** $P = S + S_{pl},\ \ V = \dfrac{1}{3} S \cdot v$

- ***Egyenes kúp:*** $P = \pi r \cdot (r + s),\ V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 \cdot v$

- ***Gömb:*** $P = 4\pi r^2,\ \ V = \dfrac{4\pi r^3}{3}$

4. Szögfüggvények

- $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
- $\mathrm{tg}\,\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$
- $1 + \mathrm{tg}^2\,\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$ $\quad$ $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$
- $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$ $\quad$ $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

5. Másodfokú függvény, másodfokú egyenlet

- $f(x) = ax^2 + bx + c$ $\quad$ ***Tengelypont:*** $T(p,q),\ \ p = -\dfrac{b}{2a},\ \ q = -\dfrac{D}{4a},\ \ D = b^2 - 4ac$
- $ax^2 + bx + c = 0$ $\quad$ ***Zérushelyek:*** $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

6. Logaritmusok

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n\log_a x$
- $\log_b x = \dfrac{\log_a x}{\log_a b}$

7. Sorozatok

- ***Számtani sorozat:*** $a_n = a_1 + (n-1)d$***,*** $s_n = \dfrac{n}{2}\left(2a_1 + (n-1)d\right)$
- ***Mértani sorozat:*** $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$***,*** $s_n = a_1 \cdot \dfrac{q^n - 1}{q - 1}$

8. Statisztika

- ***Középérték (számtani közép):*** $\overline{x} = \dfrac{x_1 + x_2 + \cdots + x_k}{k}$, $\overline{x} = \dfrac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \cdots + f_k \cdot x_k}{f_1 + f_2 + \cdots + f_k}$
- ***Variancia (szórásnégyzet):*** $\sigma^2 = \dfrac{1}{k}\left[(x_1 - \overline{x})^2 + (x_2 - \overline{x})^2 + \cdots + (x_k - \overline{x})^2\right]$

$$\sigma^2 = \frac{f_1(x_1 - \overline{x})^2 + f_2(x_2 - \overline{x})^2 + \cdots + f_k(x_k - \overline{x})^2}{f_1 + f_2 + \cdots + f_k}$$

- ***Standard eltérés (szórás):*** $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

1. del / *1. rész*

Rešite vse naloge. / *Minden feladatot oldjon meg*!

1. Izračunajte natančno vrednost izraza: $27^{-\frac{1}{3}} - 3^2 + 10 \cdot 2^0$.

   Számítsa ki a $27^{-\frac{1}{3}} - 3^2 + 10 \cdot 2^0$ *kifejezés pontos értékét!*

(4 točke/pont)

2. Na koncu šolskega leta je bilo na neki šoli 100 odličnjakov. Ravnatelj je ugotovil, da je to $12,5\ \%$ vseh dijakov te šole. Koliko dijakov je na tej šoli?

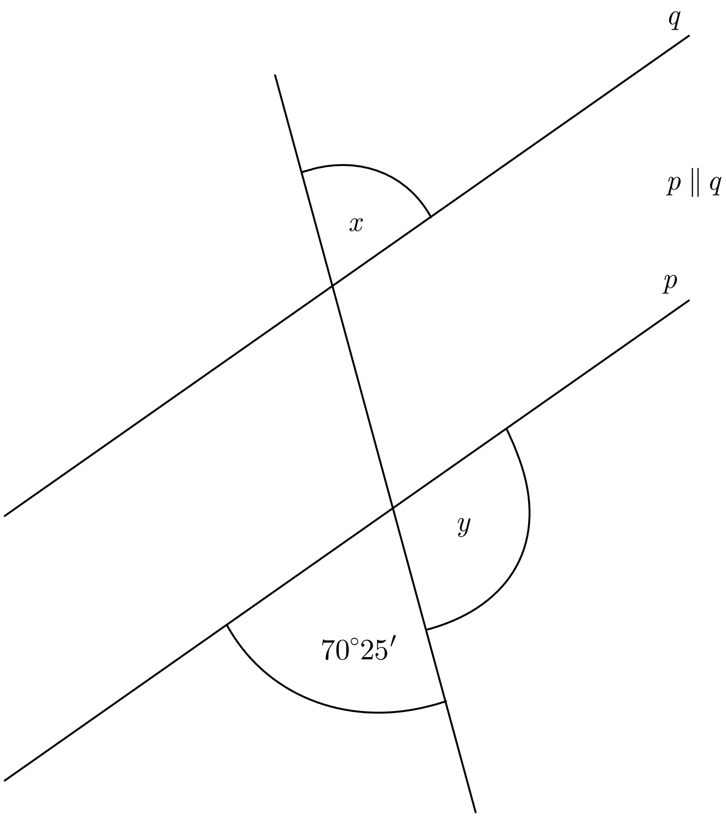
A tanév végén egy iskolában 100 *kitűnő diák volt. Az igazgató azt állapította meg, hogy ez az iskola* $12,5\ \%$ *diákját jelenti. Hány diák van az iskolában?*

(4 točke/pont)

3. Izračunajte velikost kotov x in y, prikazanih na skici.

Számítsa ki az ábrán levő x és y szögek nagyságát!

(4 točke/pont)



4. Rešite sistem enačb:

Oldja meg az egyenletrendszert!

$$x + y - z = 0$$
$$2x - y + z = 3$$
$$-x + y + 3z = -2$$

(4 točke/pont)

5. V vrsti je po velikosti razvrščenih 6 kamnov. Najlažji tehta $0,25\ \mathrm{kg}$. Vsak naslednji tehta dvakrat toliko kakor prejšnji. Koliko tehta najtežji kamen in koliko tehtajo vsi skupaj?

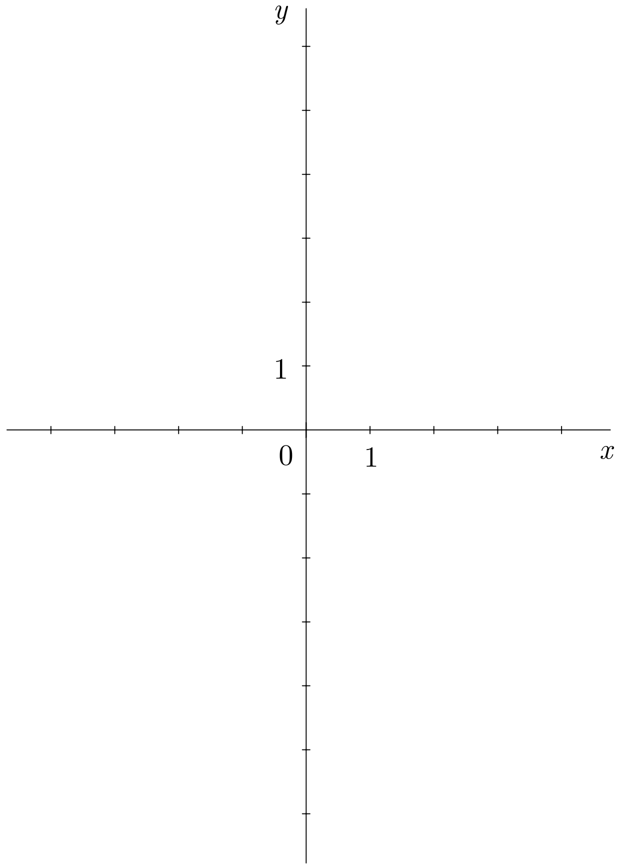
A sorban 6 *kő van elrendezve nagyságuk szerint. A legkönnyebb kő* $0,25\ \mathrm{kg}$. *Mindegyik következő kő kétszer nehezebb, mint az előző. Mennyi a súlya a legnehezebb kőnek, és mennyi a súlya az összes kőnek együtt?*

(4 točke/pont)

6. Skicirajte graf polinoma $p(x) = x^3 - 3x^2$.

Készítsen vázlatot a $p(x) = x^3 - 3x^2$ *polinom grafikonjáról!*

(5 točk/pont)



7. Dolžina osnovnega roba pravilne 4-strane piramide je $4,2\ \mathrm{m}$. Stranska ploskev piramide je proti osnovni ploskvi nagnjena za kot $\varphi = 85^\circ$. Narišite skico piramide, označite naklonski kot φ in izračunajte prostornino piramide.

   A szabályos 4-oldalú gúla alapélének hossza $4,2\ \mathrm{m}$. *A gúla oldallap és az alaplap által bezárt szög* $\varphi = 85^\circ$. *Készítsen vázlatot a gúláról, jelölje ki a* φ *hajlásszöget, és számítsa ki a gúla térfogatát!*

(5 točk/pont)

8. Izračunajte abscisi presečišč parabole $y=-2x^2-x+1$ in premice $y=x+1$.

Számítsa ki az $y=-2x^2-x+1$ *parabola és az* $y=x+1$ *egyenes metszéspontjainak az abszcisszáit!*

(5 točk/pont)

9. Skicirajte graf funkcije $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. Za kateri x velja $f(x) = 8$?

Az $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ *függvény grafikonjáról készítsen vázlatot! Melyik* x *-re érvényes az, hogy* $f(x) = 8$*?*

(5 točk/pont)

2. del / ***2. rész***

Izberite dve nalogi, obkrožite njuni zaporedni številki in ju rešite.

Válasszon ki két feladatot, karikázza be a sorszámukat, és oldja meg őket!

1. Dana je racionalna funkcija $f(x) = \dfrac{x+2}{x^2-2x+1}$.

Adott az $f(x) = \dfrac{x+2}{x^2-2x+1}$ *racionális függvény.*

(Skupaj 15 točk/Összesen 15 pont)

a) Zapišite ničlo, presečišče z ordinatno osjo, pol in enačbo vodoravne asimptote.
Írja fel a gyökét, az ordinátatengellyel való metszéspontját, a pólusát és a vízszíntes aszimptota egyenletét!

(5 točk/pont)

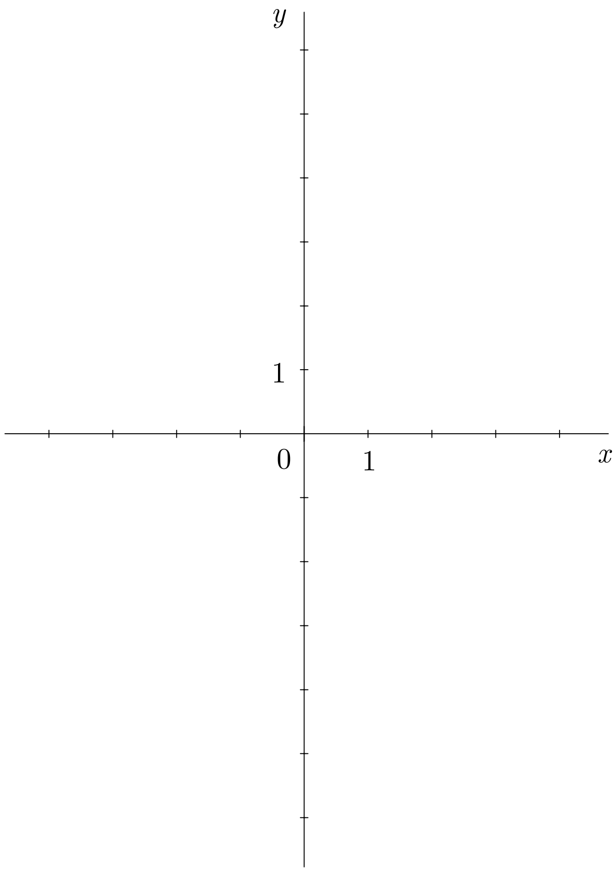
b) Narišite graf $f(x)$.
Rajzolja meg az $f(x)$ *grafikonját!*

(5 točk/pont)

c) Za kateri x velja $f(x) = \dfrac{2}{x-1}$?

Melyik x-re érvényes az, hogy $f(x) = \dfrac{2}{x-1}$?

(5 točk/pont)



2. V aritmetičnem zaporedju poznamo prve tri člene: $a_1 = 9,\ a_2 = 8,5$ in $a_3 = 8$.

A számtani sorozatban ismerjük az első három tagot: $a_1 = 9,\ a_2 = 8,5$ *és* $a_3 = 8$.

(Skupaj 15 točk/Összesen 15 pont)

a) Izračunajte vrednost izraza $a_{10} - 2a_{110}$.
Számítsa ki az $a_{10} - 2a_{110}$ *kifejezés értékét!*

(5 točk/pont)

b) Koliko začetnih členov moramo sešteti, da bo vsota enaka 0?
Az első néhány tagból hányat kell összeadnunk, hogy az összegük 0 *legyen?*

(5 točk/pont)

c) Kateri člen zaporedja ima vrednost -16?
A sorozat melyik tagjának van -16 *értéke?*

(5 točk/pont)

3. Dan je trikotnik ABC s podatki: $a = 5,27\ \text{cm}$, $c = 3{,}12\ \text{cm}$ in $\alpha = 46^\circ 25'$.

Adott az ABC háromszög, melynek az adatai: $a = 5,27\ \text{cm}$, $c = 3{,}12\ \text{cm}$ és $\alpha = 46^\circ 25'$.

(Skupaj 15 točk/Összesen 15 pont)

a) Narišite skico trikotnika in izračunajte ploščino danega trikotnika.
Készítsen vázlatot a háromszögről, és számítsa ki az adott háromszög területét!

(8 točk/pont)

b) Izračunajte dolžino težiščnice na stranico c.
Számítsa ki a c oldalhoz tartozó súlyvonal hosszát!

(4 točke/pont)

c) Ali je dani trikotnik enakokrak? Odgovor utemeljite.
Egyenlőszárú-e az adott háromszög? A válaszát indokolja meg!

(3 točke/pont)

PRAZNA STRAN
ÜRES OLDAL

PRAZNA STRAN
ÜRES OLDAL

PRAZNA STRAN
ÜRES OLDAL