



Codice del candidato:

Državni izpitni center



P 0 7 2 C 1 0 1 1 1 1

SECONDA SESSIONE D'ESAME

MATEMATICA

Prova d'esame

Martedì, 28 agosto 2007 / 120 minuti senza interruzioni

Mezzi consentiti: penna stilografica o penna a sfera, matita, gomma, calcolatrice tascabile priva di interfaccia grafica e priva del calcolo letterale, compasso, squadra, righello e goniometro. Al fascicolo d'esame sono allegati due fogli per gli appunti e la scheda di valutazione.

PROVA DI MATURITÀ PROFESSIONALE

INDICAZIONI PER IL CANDIDATO

Leggete attentamente le seguenti indicazioni. Non voltate pagina e non iniziate a risolvere i quesiti prima del via dell'insegnante preposto.

Incollate o scrivete il vostro numero di codice nello spazio apposito su questa pagina in alto e sulla scheda di valutazione.

Questa prova d'esame è composta da due parti. Accanto ad ogni esercizio sono indicati i punti previsti per la sua soluzione. Nella prima parte risolvete tutti e 9 gli esercizi proposti. Nella seconda parte sono proposti tre esercizi. Sceglietene due e risolvetele.

È d'obbligo l'uso della penna stilografica o della penna a sfera. In caso di errore tracciate una barra sulla risposta errata e scrivete quella corretta. Gli esercizi le cui soluzioni non sono chiare e leggibili saranno valutati con zero (0) punti. Se avete risolto un esercizio in modi diversi, indicate in modo inequivocabile quello da valutare.

Usate la matita per i grafici delle funzioni, per le costruzioni geometriche e per i disegni a mano libera. Scrivete in modo leggibile e ordinato.

Ogni procedimento di soluzione va presentato in modo comprensibile dall'inizio alla fine, con tutti i calcoli ed i risultati intermedi.

Alle pagine 2 e 3 troverete delle formule matematiche che possono fornirvi un aiuto nella soluzione degli esercizi.

Segnate con una **x** nella tabella i due quesiti che avete scelto per la seconda parte.

| 1° quesito | 2° quesito | 3° quesito |
|------------|------------|------------|
| | | |

I valutatori non esamineranno i fogli previsti per gli appunti.

Leggete attentamente ogni esercizio prima di risolverlo.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Buon lavoro.

Questo fascicolo comprende 20 pagine, di cui 2 bianche.

FORMULE

1. Sistema di coordinate cartesiane nel piano

- **Area (A) del triangolo di vertici** $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$A = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- **Angolo tra due rette:** $\operatorname{tg} \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2} \right|$

2. Geometria del piano (l'area di ogni figura è indicata con A)

- **Triangolo:**

$$A = \frac{c \cdot h_c}{2} = \frac{1}{2} ab \operatorname{sen} \gamma$$

$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \quad p = \frac{a+b+c}{2}$$
- **Raggio della circonferenza inscritta (r) e circoscritta (R) ad un triangolo:**

$$r = \frac{A}{p}, \quad \left(p = \frac{a+b+c}{2} \right); \quad R = \frac{abc}{4A}$$
- **Triangolo equilatero:** $A = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$, $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$, $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
- **Romboide, rombo:** $A = \frac{e \cdot f}{2}$, **trapezio:** $A = \frac{a+c}{2} \cdot h$
- **Lunghezza di un arco di circonferenza:** $l = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$
- **Area del settore circolare:** $A = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$
- **Teorema dei seni:** $\frac{a}{\operatorname{sen} \alpha} = \frac{b}{\operatorname{sen} \beta} = \frac{c}{\operatorname{sen} \gamma} = 2R$
- **Teorema del coseno:** $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

3. Aree e volumi dei solidi (B indica l'area di base del solido)

- **Prisma e cilindro:** $A_t = 2B + A_l$, $V = B \cdot h$
- **Piramide:** $A_t = B + A_l$, $V = \frac{1}{3} B \cdot h$
- **Cono retto:** $A_t = \pi r \cdot (r + l)$, $V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h$
- **Sfera:** $A = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$

4. Funzioni goniometriche

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

5. La funzione e l'equazione di secondo grado

- $f(x) = ax^2 + bx + c$ **Vertice:** $V(p, q)$, $p = -\frac{b}{2a}$, $q = -\frac{D}{4a}$, $D = b^2 - 4ac$
- $ax^2 + bx + c = 0$ **Zeri:** $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

6. Logaritmi

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$
- $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$

7. Successioni

- **Progressione aritmetica:** $a_n = a_1 + (n-1)d$, $s_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$
- **Progressione geometrica:** $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, $s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$

8. Statistica

- **Valore medio (media aritmetica):** $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_k}{k}$, $\bar{x} = \frac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \dots + f_k \cdot x_k}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$
- **Varianza:** $\sigma^2 = \frac{1}{k}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_k - \bar{x})^2]$

$$\sigma^2 = \frac{f_1(x_1 - \bar{x})^2 + f_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + f_k(x_k - \bar{x})^2}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$$
- **Scarto quadratico medio o deviazione standard:** $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

PAGINA BIANCA

Parte prima.
Risolvete tutti i quesiti.

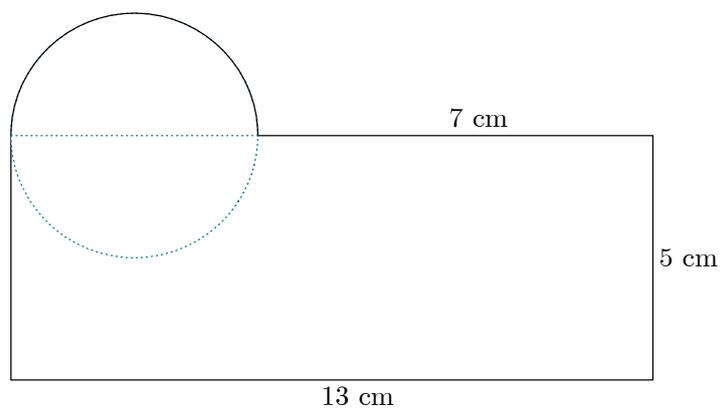
1. Il punto A è l'intersezione della retta $y = 2x - 3$ con l'asse delle ordinate. Calcolate la distanza tra il punto A e il punto $B(3,1)$.

(4 punti)

2. Semplificate l'espressione: $\left(-2a^{\frac{1}{2}}b^{-1}\right)^2 \cdot (a^2b^{-2})^{-1}$.

(4 punti)

3. Calcolate il perimetro della figura disegnata qui sotto. Arrotondate il risultato al millimetro di precisione.



(4 punti)

4. Se al sestuplo di un numero si sottrae 9, si ottiene il quadrato del numero iniziale. Determinate tale numero.

(4 punti)

5. Sia dato il polinomio $p(x) = 2(x - 3)^2 \cdot (x + 1)$. Scrivete il grado del polinomio, il coefficiente direttivo e il termine noto.

(4 punti)

Grado del polinomio: _____

Coefficiente direttivo del polinomio: _____

Termine noto del polinomio: _____

6. Determinate x in modo che $x + 2$, x , $x - 1$ siano i primi tre termini di una progressione geometrica. Scrivete i primi termini di tale progressione.

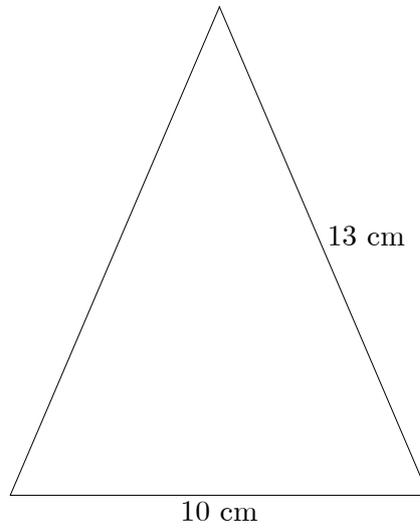
(5 punti)

7. Scrivete nella tabella i valori della funzione $f(x) = \log_3 x$ per i valori di x già inseriti.

| | | | | |
|--------|---------------|---|---|---|
| x | $\frac{1}{3}$ | 1 | 3 | 6 |
| $f(x)$ | | | | |

(5 punti)

8. La figura rappresenta la sezione assiale di un cono retto. Calcolate l'altezza del cono e l'angolo al vertice della sezione assiale del cono.



(5 punti)

9. Gli studenti di una classe si sono confrontati in una gara di corsa sui 100 m , ottenendo i seguenti risultati (in secondi):
12, 12, 13, 13, 13, 13, 14, 14, 14, 14, 14, 14, 15, 15, 16, 16, 16, 16, 16, 16. Calcolate il risultato medio e la percentuale degli studenti che hanno ottenuto un risultato migliore di quello medio.

(5 punti)

Parte seconda.
Scegliete due quesiti, cerchiatene il numero e risolvete.

1. I punti $A(4,0)$, $B(4,3)$, $C(0,5)$ e l'origine del sistema cartesiano sono i vertici di un quadrilatero.

(Totale 15 punti)

- a) Nel sistema cartesiano già tracciato disegnate con esattezza il quadrilatero e calcolatene l'area.

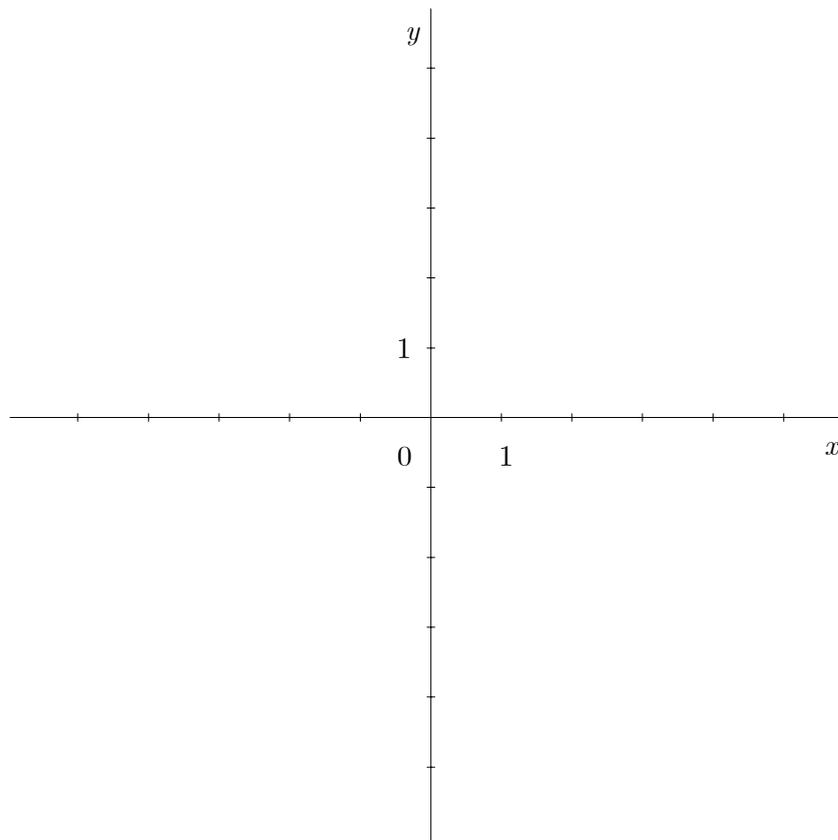
(6 punti)

- b) Calcolate tutti gli angoli interni del quadrilatero.

(6 punti)

- c) Quanto misura la lunghezza della diagonale maggiore?

(3 punti)



2. La costruzione del primo metro di una ciminiera alta 26 m comporta un costo di 8000 euro, ogni metro successivo costa 3000 euro in più rispetto a quello precedente.

(Totale 15 punti)

a) Quanto costa la costruzione dell'ultimo metro di ciminiera?

(6 punti)

b) Quanto costa la costruzione di tutta la ciminiera?

(4 punti)

c) Per costruire i primi dieci metri di ciminiera sarebbero sufficienti 210000 euro?
Motivate la risposta con un calcolo.

(5 punti)

3. Siano date le equazioni della parabola $y = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2}$ e della retta $y = x - \frac{3}{2}$.

(Totale 15 punti)

a) Disegnate la retta e la parabola nel sistema cartesiano tracciato qui sotto.

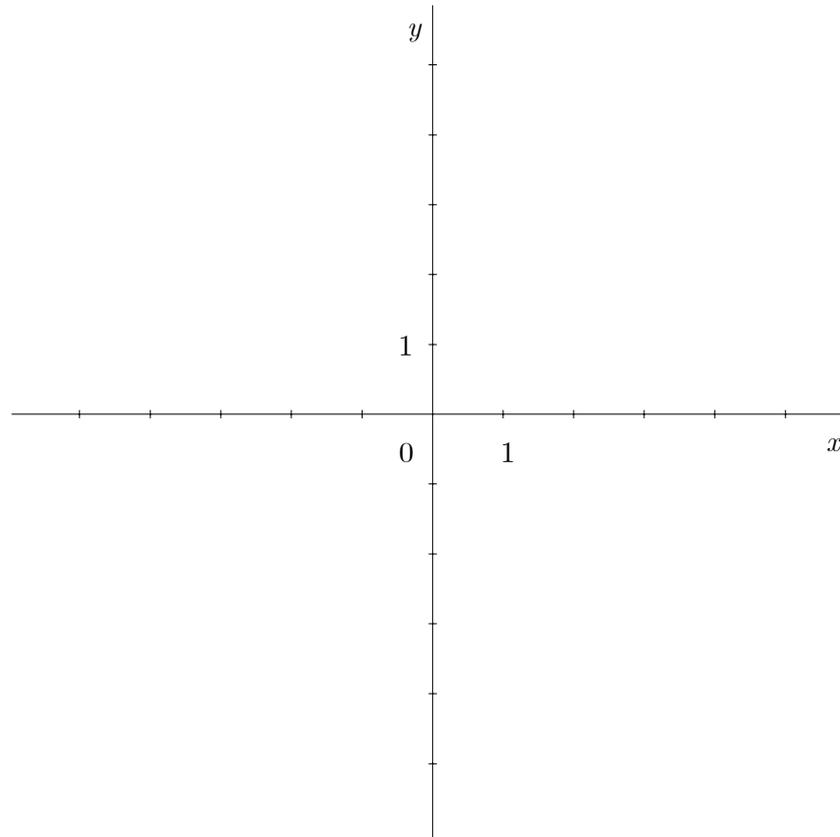
(8 punti)

b) Calcolate le ascisse dei due punti di intersezione della retta con la parabola.

(4 punti)

c) Per quali valori di x la parabola si trova sotto la retta?

(3 punti)



PAGINA BIANCA