Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center

P 0 7 2 C 1 0 1 1 1 M

JESENSKI ROK
ŐSZI IDŐSZAK

MATEMATIKA

Izpitna pola / *Feladatlap*

Torek, 28. avgust 2007 / 120 minut brez odmora

2007. augusztus 28., kedd / 120 perc, szünet nélkül

Dovoljeno dodatno gradivo in pripomočki: kandidat prinese s seboj nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, računalo brez grafičnega zaslona in brez možnosti računanja s simboli, šestilo, trikotnik (geotrikotnik), ravnilo in kotomer.
Izpitni poli sta priložena konceptna lista in ocenjevalni obrazec.

Engedélyezett segédeszközök: a jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, csak műveleteket végző zsebszámológépet, körzőt, háromszögvonalzót (geo-háromszögvonalzót), vonalzót és szögmérőt hoz magával. A feladatlaphoz egy értékelőlap és két vázlatlap van mellékelve.

POKLICNA MATURA
SZAKMAI ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Izpitna pola ima 24 strani, od tega 3 prazne.
A feladatlap terjedelme 24 oldal, ebből 3 üres.

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila. Ne obračajte strani in ne začenjajte reševati nalog, dokler Vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite oziroma vpišite svojo šifro na označeno mesto zgoraj na naslovni strani in na ocenjevalni obrazec ter na konceptna lista.

Izpitna pola ima dva dela. Število točk, ki jih lahko dobite za posamezne naloge, je navedeno v izpitni poli.
V prvem delu rešite vseh 9 nalog. V drugem delu izmed treh nalog izberite in rešite dve.

Pišite z nalivnim peresom ali kemičnim svinčnikom. Če se zmotite, napačen zapis prečrtajte in ga napišite na novo. Naloge z nejasnimi in nečitljivimi rešitvami bodo ovrednotene z nič (0) točkami.
Če ste nalogo rešili na več načinov, nedvoumno označite, katero rešitev naj ocenjevalec točkuje.

Grafe funkcij, geometrijske skice in risbe narišite s svinčnikom.
Izdelek naj bo pregleden in čitljiv.
Pot reševanja mora biti od začetka do rezultata jasno in korektno predstavljena, z vsemi vmesnimi sklepi in računi.
Na 3. in 4. strani so formule. Morda si boste s katero pomagali pri reševanju nalog.

V razpredelnici označite z **x**, kateri dve nalogi ste izbrali v 2. delu.

1. naloga	2. naloga	3. naloga

Ocenjevalci ne bodo pregledovali konceptnih listov.
Vsako nalogo skrbno preberite. Rešujte premišljeno.
Zaupajte vase in v svoje znanje. Želimo Vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót. Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg ezt a felügyelő tanár nem engedélyezi.

Kódszámát ragassza vagy írja be a megjelölt keretbe a borítón, az értékelőlapon és a vázlatlapokon.

A feladatlap két részből áll. Az egyes feladatoknál elérhető pontszámot a feladatlapon feltüntettük.
Az első részben mind a 9 feladatot oldja meg. A második rész három feladata közül válasszon ki és oldjon meg kettőt.

Töltőtollal vagy golyóstollal írjon. Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd írja le a helyeset. A zavaros és olvashatatlan megoldásokat nulla (0) ponttal értékeljük. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje meg, melyik megoldást értékelje az értékelő.

A függvények grafikonjait, a mértani ábrákat és rajzokat ceruzával készítse el.
Munkája legyen áttekinthető és olvasható.
A megoldási eljárás legyen világos és korrekt a kezdettől egészen az eredményig, tartalmazza az összes köztes következtetést és számítást.
Az 5. és a 6. oldalon vannak a képletek. Ezek segíthetnek a feladatok megoldásában.

*A táblázatban **x**-szel jelölje, melyik két feladatot választotta a 2. részben.*

1. feladat	*2. feladat*	*3. feladat*

Az értékelők nem nézik át a vázlatlapokat.
Minden feladatot figyelmesen olvasson el. Megfontolva oldja meg a feladatokat.
Bízzon önmagában és képességeiben. Munkájához sok sikert kívánunk!

FORMULE

1. Pravokotni koordinatni sistem v ravnini

- **Ploščina (S) trikotnika z oglišči** $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

  $S = \frac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|$
- **Kot med premicama:** $\operatorname{tg}\varphi = \left|\frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2}\right|$

2. Ravninska geometrija (ploščine likov so označene s S)

- **Trikotnik**:

  $S = \frac{c \cdot v_c}{2} = \frac{1}{2} ab \sin\gamma$

  $S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$
- **Polmera trikotniku včrtanega** (r) **in očrtanega** (R) **kroga:**

  $r = \frac{S}{s}$, $\left(s = \frac{a+b+c}{2}\right)$; $R = \frac{abc}{4S}$
- **Enakostranični trikotnik:** $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, $v = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$, $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
- **Deltoid, romb:** $S = \frac{e \cdot f}{2}$, **trapez:** $S = \frac{a+c}{2} \cdot v$
- **Dolžina krožnega loka:** $l = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$
- **Krožni izsek:** $S = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$
- **Sinusni izrek:** $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$
- **Kosinusni izrek:** $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$

3. Površine in prostornine geometrijskih teles (S je ploščina osnovne ploskve)

- **Prizma in valj:** $P = 2S + S_{pl}$, $V = S \cdot v$
- **Piramida:** $P = S + S_{pl}$, $V = \frac{1}{3} S \cdot v$
- **Pokončni stožec:** $P = \pi r \cdot (r + s)$, $V = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot v$
- **Krogla:** $P = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$

4. Kotne funkcije

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $\operatorname{tg} \alpha = \dfrac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \dfrac{1}{\cos^2 \alpha}$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$ $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$ $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

5. Kvadratna funkcija, kvadratna enačba

- $f(x) = ax^2 + bx + c$ **Teme:** $T(p,q),\ p = -\dfrac{b}{2a},\ q = -\dfrac{D}{4a},\ D = b^2 - 4ac$
- $ax^2 + bx + c = 0$ **Ničli:** $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

6. Logaritmi

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$
- $\log_b x = \dfrac{\log_a x}{\log_a b}$

7. Zaporedja

- **Aritmetično zaporedje:** $a_n = a_1 + (n-1)d,\ s_n = \dfrac{n}{2}\left(2a_1 + (n-1)d\right)$
- **Geometrijsko zaporedje:** $a_n = a_1 \cdot q^{n-1},\ s_n = a_1 \cdot \dfrac{q^n - 1}{q - 1}$

8. Statistika

- **Srednja vrednost (aritmetična sredina):** $\overline{x} = \dfrac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$,

  $\overline{x} = \dfrac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \cdots + f_k \cdot x_k}{f_1 + f_2 + \cdots + f_k}$
- **Varianca:** $\sigma^2 = \dfrac{1}{n}\left[(x_1 - \overline{x})^2 + (x_2 - \overline{x})^2 + \cdots + (x_n - \overline{x})^2\right]$,

  $$\sigma^2 = \frac{f_1 (x_1 - \overline{x})^2 + f_2 (x_2 - \overline{x})^2 + \cdots + f_k (x_k - \overline{x})^2}{f_1 + f_2 + \cdots + f_k}$$
- **Standardni odklon:** $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

KÉPLETEK

1. Derékszögű koordináta-rendszer a síkban

- ***Az*** $A(x_1,\ y_1),\ B(x_2,\ y_2),\ C(x_3,\ y_3)$ ***csúcsú háromszög területe*** (S)***:***

  $S=\frac{1}{2}\left|(x_2-x_1)(y_3-y_1)-(x_3-x_1)(y_2-y_1)\right|$
- ***Két egyenes hajlásszöge:*** $\operatorname{tg}\varphi=\left|\frac{k_2-k_1}{1+k_1\cdot k_2}\right|$

2. Síkbeli mértan (a síkidomok területe S -sel van jelölve)

- ***Háromszög:*** $S=\frac{c\cdot v_c}{2}=\frac{1}{2}ab\sin\gamma$

  $S=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)},\ s=\frac{a+b+c}{2}$
- ***A háromszögbe írható kör sugara*** (r) ***és a háromszög köré írható kör sugara*** (R)***:***

  $r=\frac{S}{s},\ \left(s=\frac{a+b+c}{2}\right);\ R=\frac{abc}{4S}$
- ***Egyenlő oldalú háromszög:*** $S=\frac{a^2\sqrt{3}}{4},\quad v=\frac{a\sqrt{3}}{2},\quad r=\frac{a\sqrt{3}}{6},\quad R=\frac{a\sqrt{3}}{3}$
- ***Deltoid, rombusz:*** $S=\frac{e\cdot f}{2}$, ***trapéz:*** $S=\frac{a+c}{2}\cdot v$
- ***A körív hossza:*** $l=\frac{\pi r\alpha^\circ}{180^\circ}$
- ***Körcikk:*** $S=\frac{\pi r^2\alpha^\circ}{360^\circ}$
- ***Szinusztétel:*** $\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{b}{\sin\beta}=\frac{c}{\sin\gamma}=2R$
- ***Koszinusztétel:*** $a^2=b^2+c^2-2bc\cos\alpha$

3. A mértani testek felszíne és térfogata (az S az alaplap területe)

- ***Hasáb és henger:*** $P=2S+S_{pl},\ V=S\cdot v$
- ***Gúla:*** $P=S+S_{pl},\ V=\frac{1}{3}S\cdot v$
- ***Egyenes kúp:*** $P=\pi r\cdot(r+s),\ V=\frac{1}{3}\pi r^2\cdot v$
- ***Gömb:*** $P=4\pi r^2,\ V=\frac{4\pi r^3}{3}$

4. Szögfüggvények

- $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
- $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$
- $1 + \operatorname{tg}^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$ $\quad \cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$
- $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$ $\quad \cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

5. Másodfokú függvény, másodfokú egyenlet

- $f(x) = ax^2 + bx + c$ $\quad$ ***Tengelypont:*** $T(p,q),\ \ p = -\dfrac{b}{2a},\ \ q = -\dfrac{D}{4a},\ \ D = b^2 - 4ac$
- $ax^2 + bx + c = 0$ $\quad$ ***Zérushelyek:*** $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

6. Logaritmusok

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$
- $\log_b x = \dfrac{\log_a x}{\log_a b}$

7. Sorozatok

- ***Számtani sorozat:*** $a_n = a_1 + (n-1)d$, $s_n = \dfrac{n}{2}\left(2a_1 + (n-1)d\right)$
- ***Mértani sorozat:*** $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, $s_n = a_1 \cdot \dfrac{q^n - 1}{q - 1}$

8. Statisztika

- ***Középérték (számtani közép):*** $\overline{x} = \dfrac{x_1 + x_2 + \cdots + x_k}{k}$, $\overline{x} = \dfrac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \cdots + f_k \cdot x_k}{f_1 + f_2 + \cdots + f_k}$
- ***Variancia (szórásnégyzet):*** $\sigma^2 = \dfrac{1}{k}\left[(x_1 - \overline{x})^2 + (x_2 - \overline{x})^2 + \cdots + (x_k - \overline{x})^2\right]$

$$\sigma^2 = \frac{f_1(x_1 - \overline{x})^2 + f_2(x_2 - \overline{x})^2 + \cdots + f_k(x_k - \overline{x})^2}{f_1 + f_2 + \cdots + f_k}$$

- ***Standard eltérés (szórás):*** $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

1. del / *1. rész*

Rešite vse naloge. / *Minden feladatot oldjon meg.*

1. Točka A je presečišče premice $y = 2x - 3$ z ordinatno osjo. Izračunajte razdaljo med točko A in točko $B(3,1)$.

   Az A pont az $y = 2x - 3$ egyenes és az ordinátatengely metszéspontja. Számítsa ki az A pont és a $B(3,1)$ pont közti távolságot.

   (4 točke/pont)

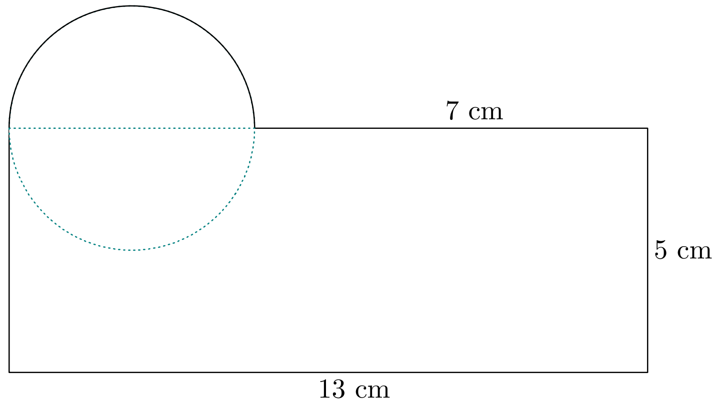
2. Poenostavite izraz: $\left(-2a^{\frac{1}{2}}b^{-1}\right)^{2}\cdot\left(a^{2}b^{-2}\right)^{-1}$.

Egyszerűsítse a $\left(-2a^{\frac{1}{2}}b^{-1}\right)^{2}\cdot\left(a^{2}b^{-2}\right)^{-1}$ *kifejezést.*

(4 točke/pont)

3. Izračunajte obseg lika na skici. Rezultat zaokrožite na milimeter natančno.

Számítsa ki az ábrán levő síkidom kerületét. Az eredményt kerekítse milliméteres pontosságra.



(4 točke/pont)

4. Če šestkratnik nekega števila zmanjšamo za 9, dobimo kvadrat prvotnega števila. Izračunajte to število.

Ha egy bizinyos szám hatszorosából kivonjuk a 9 *-et, az eredeti szám négyzetét kapjuk meg. Számítsa ki ezt a számot.*

(4 točke/pont)

5. Dan je polinom $p(x) = 2(x-3)^2 \cdot (x+1)$. Zapišite stopnjo polinoma, vodilni člen in prosti člen polinoma.

Adott a $p(x) = 2(x-3)^2 \cdot (x+1)$ *polinom. Írja fel a polinom fokszámát, a legmagasabb fokú tagját és a konstans tagját.*

(4 točke/pont)

Stopnja polinoma / *a polinom fokszáma:* _______________

Vodilni člen polinoma / *a polinom legmagasabb fokú tagja:* _______________

Prosti člen polinoma / *a polinom konstans tagja:* _______________

6. Določite x tako, da bodo $x+2,\ x,\ x-1$ prvi trije členi geometrijskega zaporedja. Zapišite člene zaporedja.

Határozza meg az x -et úgy, hogy az $x+2,\ x,\ x-1$ egy mértani sorozat első három tagja legyen. Írja fel a sorozat tagjait.

(5 točk/pont)

7. Tabelirajte funkcijo $f(x)=\log_3 x$ za vrednosti v preglednici.

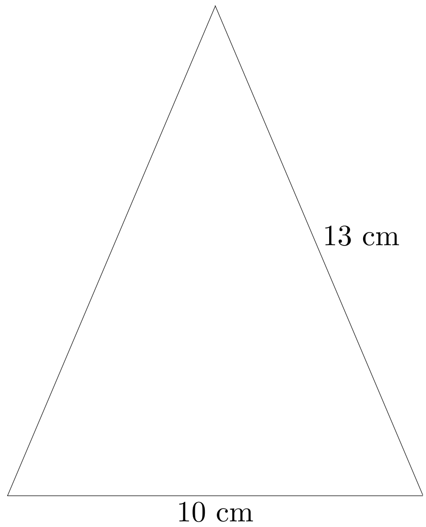
Táblázatban mutassa ki az $f(x)=\log_3 x$ *függvényt a lenti táblázatban levő értékekre.*

x	$\frac{1}{3}$	1	3	6
$f(x)$				

(5 točk/pont)

8. Na skici je osni presek pokončnega (krožnega) stožca. Izračunajte višino stožca in kot v vrhu osnega preseka stožca.

Az ábrán az egyenes (kör)kúp tengelymetszete látható. Számítsa ki a kúp magasságát, és a tengelymetszet csúcsánál lévő szöget.



(5 točk/pont)

9. Na razrednem tekmovanju so bili v teku na $100\ \mathrm{m}$ doseženi naslednji rezultati (v sekundah): $12,\ 12,\ 13,\ 13,\ 13,\ 13,\ 14,\ 14,\ 14,\ 14,\ 14,\ 14,\ 15,\ 15,\ 16,\ 16,\ 16,\ 16,\ 16,\ 16.$ Izračunajte povprečni rezultat. Izračunajte odstotek tekmovalcev, ki so dosegli boljši rezultat od povprečja.

A $100\ \mathrm{m}$ *-es síkfutás osztályok közötti versenyében a következő eredmények születtek (másodpercekben):*
$12,\ 12,\ 13,\ 13,\ 13,\ 13,\ 14,\ 14,\ 14,\ 14,\ 14,\ 14,\ 15,\ 15,\ 16,\ 16,\ 16,\ 16,\ 16,\ 16.$ *Számítsa ki az átlageredényt. Számítsa ki azon versenyzők százalékát, akik jobb eredményt értek el az átlagosnál.*

(5 točk/pont)

2. del / ***2. rész***

Izberite dve nalogi, obkrožite njuni zaporedni številki in ju rešite.

Válasszon ki két feladatot, karikázza be a sorszámukat, és oldja meg őket!

1. Točke $A(4,0)$, $B(4,3)$, $C(0,5)$ in koordinatno izhodišče so oglišča štirikotnika.

   Az $A(4,0)$, $B(4,3)$, $C(0,5)$ *pontok és a koordináta-rendszer origója a négyszög csúcsai.*

   (Skupaj 15 točk/Összesen 15 pont)

   a) V dani koordinatni sistem natančno narišite štirikotnik in izračunajte njegovo ploščino.

   Az adott koordináta-rendszerben pontosan rajzolja meg a négyszöget, és számítsa ki a területét.

   (6 točk/pont)

   b) Izračunajte vse notranje kote štirikotnika.

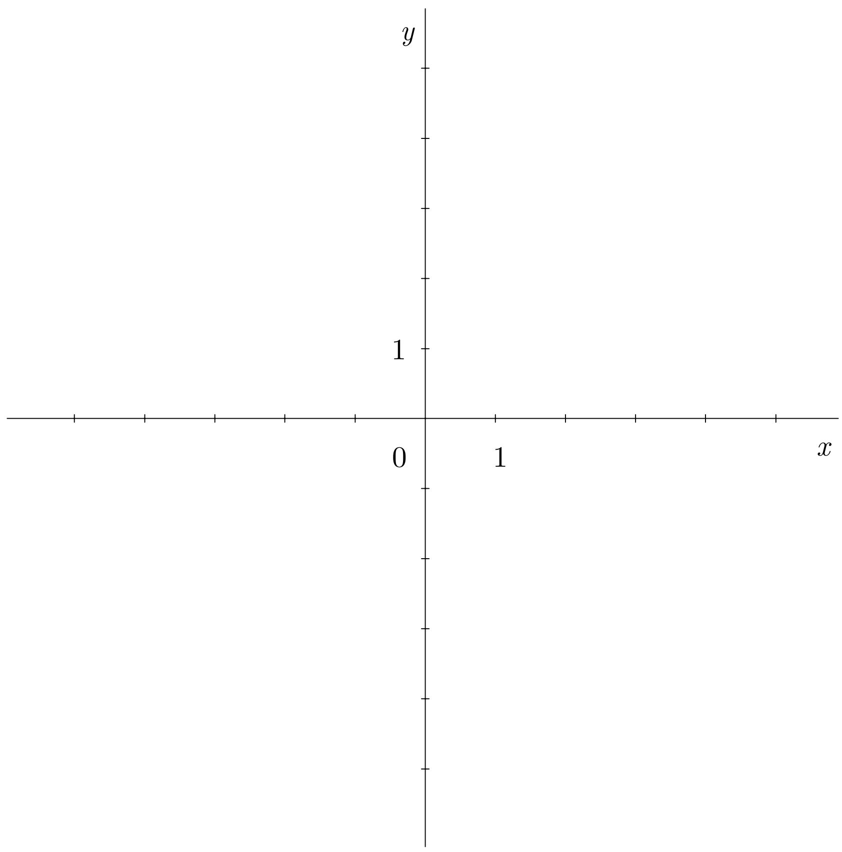
   Számítsa ki a négyszög összes belső szögét.

   (6 točk/pont)

   c) Kolikšna je dolžina daljše diagonale?

   Milyen a hosszabb átló hosszúsága?

   (3 točke/pont)



2. Pri zidavi $26\ \mathrm{m}$ visokega tovarniškega dimnika stane prvi meter 8000 evrov, vsak naslednji meter pa 3000 evrov več kakor prejšnji meter.

Egy $26\ \mathrm{m}$ *magasságú gyárkémény építésekor az első méter ára* 8000 *euró, minden további méter* 3000 *euróval többe kerül, mint az előző méter.*

(Skupaj 15 točk/Összesen 15 pont)

a) Koliko stane zadnji meter dimnika?

Mennyibe kerül a kémény utolsó métere?

(6 točk/pont)

b) Koliko stane zidava dimnika v celoti?

Mennyibe kerül az egész kémény építése?

(4 točke/pont)

c) Ali bi lahko za 210000 evrov zgradili prvih deset metrov dimnika? Odgovor računsko utemeljite.

Felépíthetnénk-e a kémény első tíz méterét 210000 *euróval? A válaszát indokolja meg.*

(5 točk/pont)

3. Dani sta enačbi parabole $y=\frac{1}{2}x^2-x-\frac{3}{2}$ in premice $y=x-\frac{3}{2}$.

Adott az $y=\frac{1}{2}x^2-x-\frac{3}{2}$ *parabola és az* $y=x-\frac{3}{2}$ *egyenes egyenlete.*

(Skupaj 15 točk/Összesen 15 pont)

a) Parabolo in premico natančno narišite v dani koordinatni sistem.

Az adott koordináta-rendszerben pontosan rajzolja meg a parabolát és az egyenest.

(8 točk/pont)

b) Izračunajte abscisi presečišč parabole in premice.

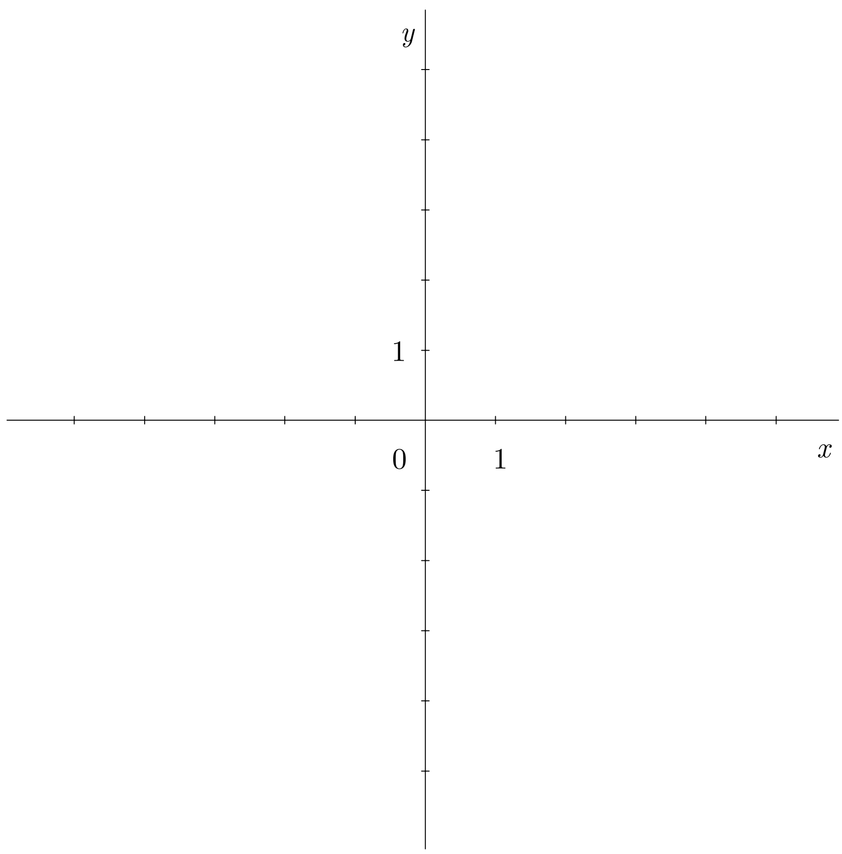
Számítsa ki a parabola és az egyenes metszéspontjainak abszcisszáját.

(4 točke/pont)

c) Za katere x leži premica nad parabolo?

Melyik x *értéknél van az egyenes a parabola fölött?*

(3 točke/pont)



PRAZNA STRAN
ÜRES OLDAL

PRAZNA STRAN
ÜRES OLDAL

PRAZNA STRAN
ÜRES OLDAL