Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center

P073C10111M

ZIMSKI ROK
TÉLI VIZSGAIDŐSZAK

MATEMATIKA

Izpitna pola / *Feladatlap*

Sreda, 13. februar 2008 / 120 minut brez odmora
2008. február 13., szerda / 120 perc, szünet nélkül.

Dovoljeno dodatno gradivo in pripomočki: kandidat prinese s seboj nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, računalo brez grafičnega zaslona in brez možnosti računanja s simboli, šestilo, trikotnik (geotrikotnik), ravnilo in kotomer.
Izpitni poli sta priložena konceptna lista in ocenjevalni obrazec.

Engedélyezett segédeszközök: a jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, csak műveleteket végző zsebszámológépet, körzőt, háromszögvonalzót (geo-háromszögvonalzót), vonalzót és szögmérőt hoz magával. A feladatlaphoz egy értékelőlap és két vázlatlap van mellékelve.

POKLICNA MATURA
SZAKMAI ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Izpitna pola ima 24 strani, od tega 3 prazne.
A feladatlap terjedelme 24 oldal, ebből 3 üres.

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila. Ne obračajte strani in ne začenjajte reševati nalog, dokler Vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite oziroma vpišite svojo šifro na označeno mesto zgoraj na naslovni strani in na ocenjevalni obrazec ter na konceptna lista.

Izpitna pola ima dva dela. Število točk, ki jih lahko dobite za posamezne naloge, je navedeno v izpitni poli.
V prvem delu rešite vseh 9 nalog. V drugem delu izmed treh nalog izberite in rešite dve.

Pišite z nalivnim peresom ali kemičnim svinčnikom. Če se zmotite, napačen zapis prečrtajte in ga napišite na novo. Naloge z nejasnimi in nečitljivimi rešitvami bodo ovrednotene z nič (0) točkami.
Če ste nalogo rešili na več načinov, nedvoumno označite, katero rešitev naj ocenjevalec točkuje.

Grafe funkcij, geometrijske skice in risbe narišite s svinčnikom.
Izdelek naj bo pregleden in čitljiv.
Pot reševanja mora biti od začetka do rezultata jasno in korektno predstavljena, z vsemi vmesnimi sklepi in računi.
Na 3. in 4. strani so formule. Morda si boste s katero pomagali pri reševanju nalog.

V razpredelnici označite z **x**, kateri dve nalogi ste izbrali v 2. delu.

1. naloga	2. naloga	3. naloga

Ocenjevalci ne bodo pregledovali konceptnih listov.
Vsako nalogo skrbno preberite. Rešujte premišljeno.
Zaupajte vase in v svoje znanje. Želimo Vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót. Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg ezt a felügyelő tanár nem engedélyezi.

Kódszámát ragassza vagy írja be a megjelölt keretbe a borítón, az értékelőlapon és a vázlatlapokon.

A feladatlap két részből áll. Az egyes feladatoknál elérhető pontszámot a feladatlapon feltüntettük.
Az első részben mind a 9 feladatot oldja meg. A második rész három feladata közül válasszon ki és oldjon meg kettőt.

Töltőtollal vagy golyóstollal írjon. Ha tévedett, a leírtakat húzza át, majd írja le a helyeset. A zavaros és olvashatatlan megoldásokat nulla (0) ponttal értékeljük. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje meg, melyik megoldást értékelje az értékelő.

A függvények grafikonjait, a mértani ábrákat és rajzokat ceruzával készítse el.
Munkája legyen áttekinthető és olvasható.
A megoldási eljárás legyen világos és korrekt a kezdettől egészen az eredményig, tartalmazza az összes köztes következtetést és számítást.
Az 5. és a 6. oldalon vannak a képletek. Ezek segíthetnek a feladatok megoldásában.

A táblázatban jelölje meg **x***-szel azt a két feladatot, amelyeket a 2. részben kiválasztott.*

1. feladat	*2. feladat*	*3. feladat*

Az értékelők a vázlatlapokat nem nézik át.
Minden feladatot figyelmesen olvasson el. Megfontolva oldja meg a feladatokat.
Bízzon önmagában és képességeiben. Munkájához sok sikert kívánunk.

FORMULE

1. Pravokotni koordinatni sistem v ravnini

- **Ploščina** (S) **trikotnika z oglišči** $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

  $S = \frac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|$
- **Kot med premicama:** $\operatorname{tg}\varphi = \left|\frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2}\right|$

2. Ravninska geometrija (ploščine likov so označene s S)

- **Trikotnik**:

  $S = \frac{c \cdot v_c}{2} = \frac{1}{2} ab \sin\gamma$

  $S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$
- **Polmera trikotniku včrtanega** (r) **in očrtanega** (R) **kroga:**

  $r = \frac{S}{s}$, $\left(s = \frac{a+b+c}{2}\right)$; $R = \frac{abc}{4S}$
- **Enakostranični trikotnik:** $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, $v = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$, $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
- **Deltoid, romb:** $S = \frac{e \cdot f}{2}$, **trapez:** $S = \frac{a+c}{2} \cdot v$
- **Dolžina krožnega loka:** $l = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$
- **Krožni izsek:** $S = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$
- **Sinusni izrek:** $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$
- **Kosinusni izrek:** $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$

3. Površine in prostornine geometrijskih teles (S je ploščina osnovne ploskve)

- **Prizma in valj:** $P = 2S + S_{pl}$, $V = S \cdot v$
- **Piramida:** $P = S + S_{pl}$, $V = \frac{1}{3} S \cdot v$
- **Pokončni stožec:** $P = \pi r \cdot (r + s)$, $V = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot v$
- **Krogla:** $P = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$

4. Kotne funkcije

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $\operatorname{tg} \alpha = \dfrac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \dfrac{1}{\cos^2 \alpha}$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$ $\quad \cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$ $\quad \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

5. Kvadratna funkcija, kvadratna enačba

- $f(x) = ax^2 + bx + c$ **Teme:** $T(p, q)$, $p = -\dfrac{b}{2a}$, $q = -\dfrac{D}{4a}$, $D = b^2 - 4ac$
- $ax^2 + bx + c = 0$ **Ničli:** $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

6. Logaritmi

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$
- $\log_b x = \dfrac{\log_a x}{\log_a b}$

7. Zaporedja

- **Aritmetično zaporedje:** $a_n = a_1 + (n-1)d$, $s_n = \dfrac{n}{2}\left(2a_1 + (n-1)d\right)$
- **Geometrijsko zaporedje:** $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, $s_n = a_1 \cdot \dfrac{q^n - 1}{q - 1}$

8. Statistika

- **Srednja vrednost (aritmetična sredina):** $\overline{x} = \dfrac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$,

  $\overline{x} = \dfrac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \cdots + f_k \cdot x_k}{f_1 + f_2 + \cdots + f_k}$
- **Varianca:** $\sigma^2 = \dfrac{1}{n}\left[(x_1 - \overline{x})^2 + (x_2 - \overline{x})^2 + \cdots + (x_n - \overline{x})^2\right]$,

  $\sigma^2 = \dfrac{f_1 (x_1 - \overline{x})^2 + f_2 (x_2 - \overline{x})^2 + \cdots + f_k (x_k - \overline{x})^2}{f_1 + f_2 + \cdots + f_k}$
- **Standardni odklon:** $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

KÉPLETEK

1. Derékszögű koordináta-rendszer a síkban

- ***Az*** $A(x_1,\ y_1),\ B(x_2,\ y_2),\ C(x_3,\ y_3)$ ***csúcsú háromszög területe*** (S)***:***

  $S=\frac{1}{2}\left|\left(x_2-x_1\right)\left(y_3-y_1\right)-\left(x_3-x_1\right)\left(y_2-y_1\right)\right|$

- ***Két egyenes hajlásszöge:*** $\operatorname{tg}\varphi=\left|\frac{k_2-k_1}{1+k_1\cdot k_2}\right|$

2. Síkbeli mértan (a síkidomok területe S -sel van jelölve)

- ***Háromszög:*** $S=\frac{c\cdot v_c}{2}=\frac{1}{2}ab\sin\gamma$

  $S=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)},\ s=\frac{a+b+c}{2}$

- ***A háromszögbe írható kör sugara*** (r) ***és a háromszög köré írható kör sugara*** (R)***:***

  $r=\frac{S}{s},\ \left(s=\frac{a+b+c}{2}\right);\ R=\frac{abc}{4S}$

- ***Egyenlő oldalú háromszög:*** $S=\frac{a^2\sqrt{3}}{4},\quad v=\frac{a\sqrt{3}}{2},\quad r=\frac{a\sqrt{3}}{6},\quad R=\frac{a\sqrt{3}}{3}$

- ***Deltoid, rombusz:*** $S=\frac{e\cdot f}{2}$, ***trapéz:*** $S=\frac{a+c}{2}\cdot v$

- ***A körív hossza:*** $l=\frac{\pi r\alpha^\circ}{180^\circ}$

- ***Körcikk:*** $S=\frac{\pi r^2\alpha^\circ}{360^\circ}$

- ***Szinusztétel:*** $\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{b}{\sin\beta}=\frac{c}{\sin\gamma}=2R$

- ***Koszinusztétel:*** $a^2=b^2+c^2-2bc\cos\alpha$

3. A mértani testek felszíne és térfogata (az S az alaplap területe)

- ***Hasáb és henger:*** $P=2S+S_{pl},\ \ V=S\cdot v$

- ***Gúla:*** $P=S+S_{pl},\ \ V=\frac{1}{3}S\cdot v$

- ***Egyenes kúp:*** $P=\pi r\cdot(r+s),\ V=\frac{1}{3}\pi r^2\cdot v$

- ***Gömb:*** $P=4\pi r^2,\ \ V=\frac{4\pi r^3}{3}$

4. Szögfüggvények

- $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
- $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$
- $1 + \operatorname{tg}^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$ $\quad$ $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$
- $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$ $\quad$ $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

5. Másodfokú függvény, másodfokú egyenlet

- $f(x) = ax^2 + bx + c$ $\quad$ ***Tengelypont:*** $T(p,q),\ p = -\dfrac{b}{2a},\ q = -\dfrac{D}{4a},\ D = b^2 - 4ac$
- $ax^2 + bx + c = 0$ $\quad$ ***Zérushelyek:*** $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

6. Logaritmusok

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$
- $\log_b x = \dfrac{\log_a x}{\log_a b}$

7. Sorozatok

- ***Számtani sorozat:*** $a_n = a_1 + (n-1)d$, $s_n = \dfrac{n}{2}\left(2a_1 + (n-1)d\right)$
- ***Mértani sorozat:*** $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, $s_n = a_1 \cdot \dfrac{q^n - 1}{q - 1}$

8. Statisztika

- ***Középérték (számtani közép):*** $\overline{x} = \dfrac{x_1 + x_2 + \cdots + x_k}{k}$, $\overline{x} = \dfrac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \cdots + f_k \cdot x_k}{f_1 + f_2 + \cdots + f_k}$
- ***Variancia (szórásnégyzet):*** $\sigma^2 = \dfrac{1}{k}\left[(x_1 - \overline{x})^2 + (x_2 - \overline{x})^2 + \cdots + (x_k - \overline{x})^2\right]$

$$\sigma^2 = \frac{f_1(x_1 - \overline{x})^2 + f_2(x_2 - \overline{x})^2 + \cdots + f_k(x_k - \overline{x})^2}{f_1 + f_2 + \cdots + f_k}$$

- ***Standard eltérés (szórás):*** $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

1. del / ***1. rész***

Rešite vse naloge. / ***Minden feladatot oldjon meg.***

1. Z "DA" označite enakosti, ki so pravilne, in z "NE" tiste, ki niso pravilne.

   "IGEN" jelzéssel jelölje meg a helyes egyenlőségeket, "NEM"-mel pedig a nem helyeseket!

   a) $(x-y)^2 = x^2 + y^2$

   b) $x^2 - 4 = (x+2)(x-2)$

   c) $(2-x)\left(4+2x+x^2\right) = 8 - x^3$

   č) $x^2 - 3x + 2 = (x-2)(x+1)$

(4 točke/pont)

2. Izračunajte natančno vrednost izraza: $\sqrt[3]{1+\sqrt{49}}-\sqrt[3]{-8}$.

Számítsa ki a $\sqrt[3]{1+\sqrt{49}}-\sqrt[3]{-8}$ *kifejezés pontos értékét!*

(4 točke/pont)

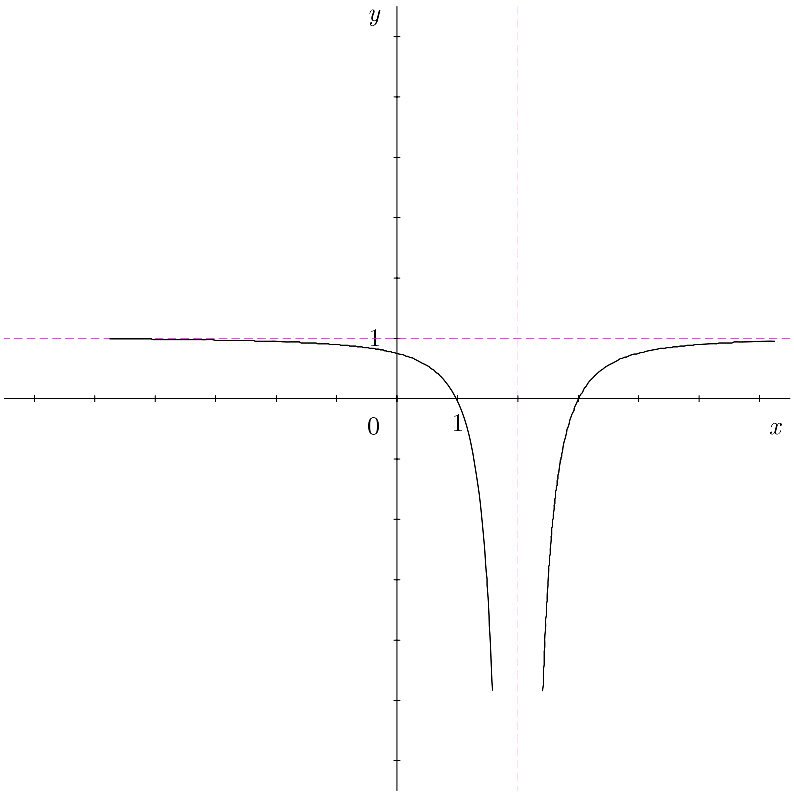
3. Čevlji so v trgovini stali 120 evrov. V času razprodaje so ceno znižali za $15\ \%$. Pri gotovinskem plačilu priznajo še 5 evrov dodatnega popusta. Koliko bomo plačali za te čevlje na razprodaji, če jih bomo plačali z gotovino?

   A cipő ára a cipőboltban 120 *euró volt. A kiárusítás idején az árat* $15\ \%$*-kal csökkentették. A készpénzes fizetés még plusz* 5 *eurós kedvezményt is jelent. Mennyit fogunk fizetni a cipőért a kiárusítás idején, ha a cipőt készpénzzel fizetjük ki?*

(4 točke/pont)

4. Na sliki je graf racionalne funkcije. Napišite ničli in pol funkcije ter enačbo njene vodoravne asimptote.

Az ábrán egy racionális függvény grafikonja látható. Írja fel ezen függvény mindkét zérushelyét és a pólusát, valamint a vízszíntes aszimptota egyenletét is!



(4 točke/pont)

Ničli / *a zérushelyek*:

Pol / *a pólus*:

Enačba vodoravne asimptote / *a vízszíntes aszimptota egyenlete*:

5. V spodnjih vrsticah sta zapisani dve aritmetični zaporedji. V okvirčke zapišite manjkajoče člene teh zaporedij.

Az alsó két sorban két aritmetikus sorozat van felírva. A négyzetekbe írja be a sorozatok hiányzó tagjait!

a) $1,\ -1,\ -3,\ \boxed{},\ \boxed{}$

b) $2,\ \boxed{},\ 6,\ 8,\ \boxed{}$

(4 točke/pont)

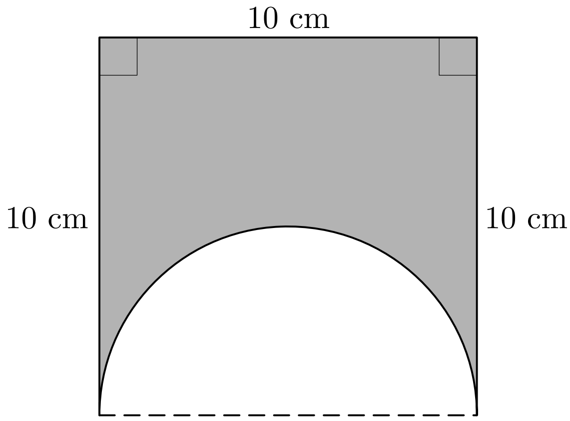
6. Ena rešitev enačbe $x^3 + 12x^2 + 5x - 150 = 0$ je $x = -10$. Izračunajte še drugi dve rešitvi.

Az $x^3 + 12x^2 + 5x - 150 = 0$ *egyenlet egyik megoldása* $x = -10$. *Számítsa ki az egyenlet másik két megoldását is!*

(5 točk/pont)

7. Na dve decimalni mesti izračunajte ploščino osenčenega lika na skici.

Két decimális helyre pontosan számítsa ki a képen levő besatírozott síkidom területét!

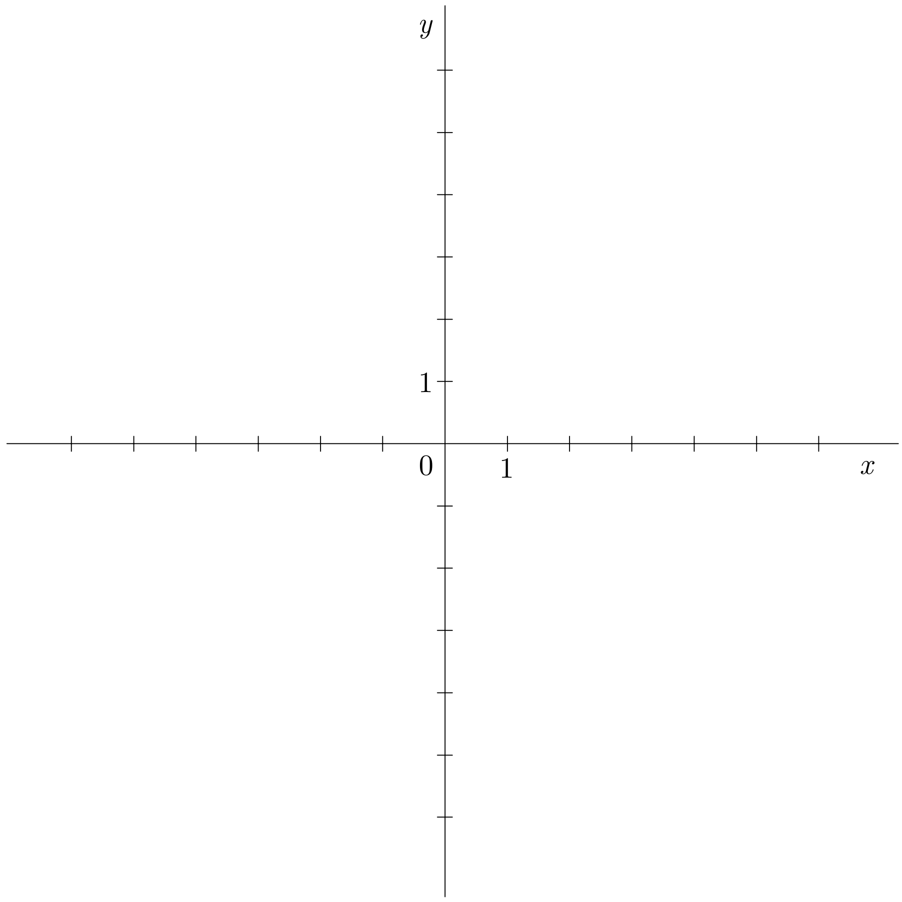


(5 točk/pont)

8. Dana je parabola $y = x^2 + 2x - 3$. Izračunajte koordinati temena in koordinate presečišč s koordinatnima osema. Parabolo narišite.

Adott az $y = x^2 + 2x - 3$ *parabola. Számítsa ki a tengelypont koordinátáit, és a koordinátatengelyekkel való metszéspontok koordinátáit! Rajzolja meg a parabolát is!*

(5 točk/pont)



9. Rešite enačbo: $4 \cdot 2^{x-3} = \dfrac{1}{8}$.

Oldja meg az $4 \cdot 2^{x-3} = \dfrac{1}{8}$ *egyenletet!*

(5 točk/pont)

2. del / *2.* rész
Izberite dve nalogi, obkrožite njuni zaporedni številki in ju rešite.
Válasszon két feladatot, kaikázza be a sorszámúkat, és oldja meg őket!

1. Dani sta premici $y = 3x$ in $y = -2x + 5$.

   Adott két egyenes: $y = 3x$ és $y = -2x + 5$.

(Skupaj 15 točk/Összesen 15 pont)

a) Premici narišite v isti koordinatni sistem in izračunajte njuno presečišče.
Az egyeneseket rajzolja be egy közös koordináta-rendszerbe, és számítsa ki a metszéspontjukat!

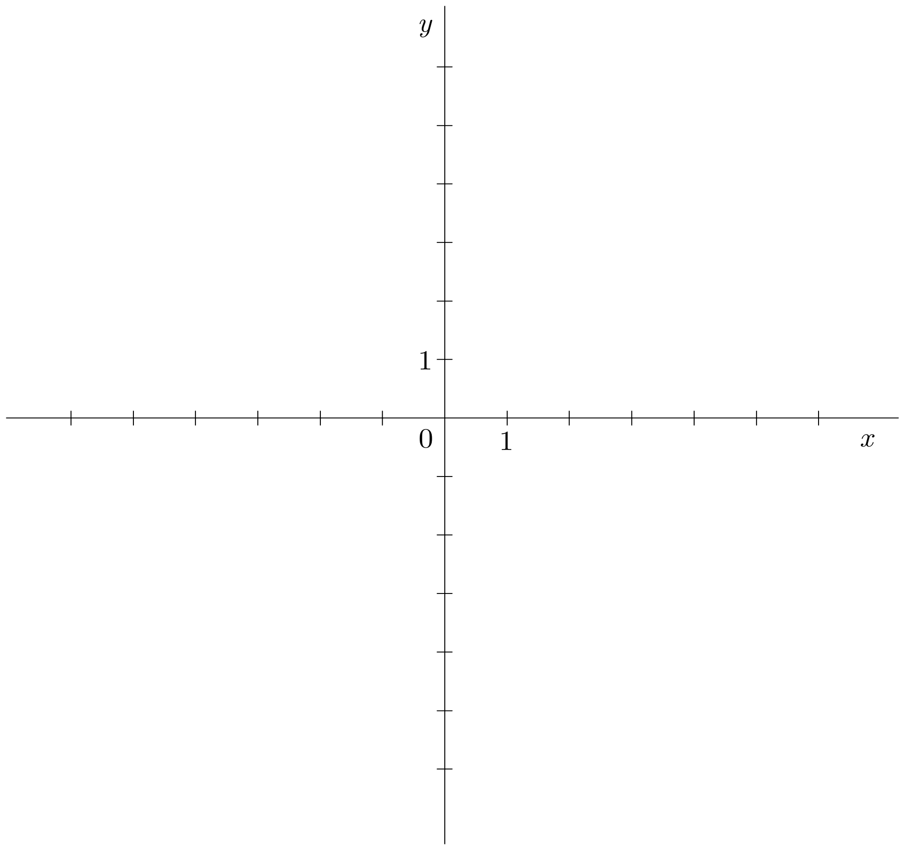
(6 točk/pont)

b) Izračunajte ploščino trikotnika, ki ga določata premici in abscisna os.
Számítsa ki annak a háromszögnek a területét, amelyet ezek az egyenesek és az abszcissza tengely határolnak!

(4 točke/pont)

c) Izračunajte največji notranji kot trikotnika na minuto natančno.
Számítsa ki percekre pontosan a háromszögben levő legnagyobb belső szöget!

(5 točk/pont)



2. Dan je krog s polmerom $12\ \mathrm{cm}$.

Adott egy $12\ \mathrm{cm}$ *sugarú kör.*

(Skupaj 15 točk/Összesen 15 pont)

a) Izračunajte središčni kot, ki pripada $4\ \mathrm{cm}$ dolgi tetivi. Narišite skico.
Számítsa ki azt a középponti szöget, amely egy $4\ \mathrm{cm}$ *-es hosszúságu húrhoz tartozik! Készítse el az ábrát is!*

(4 točke/pont)

b) $73\ \%$ kroga je pobarvano z rdečo barvo. Koliko cm^2 meri pobarvani del kroga?
A kör $73\ \%$ *-a piros színre van festve. Hány* cm^2 *a kör beszínezett része?*

(6 točk/pont)

c) Izračunajte obseg in ploščino kvadrata, ki je krogu očrtan.
Számítsa ki a kör köré írt négyszögnek a kerületét és területét!

(5 točk/pont)

3. Cene in Urška sta imela na začetku študija enaki mesečni štipendiji, vsak po 200 evrov. Višina štipendije se jima je povečevala vsakih 12 mesecev, in sicer Cenetu za 12 %, Urški za 20 evrov.

Cene és Urška az egyetemi tanulmányaik kezdetén havonta egyenlő nagyságú ösztöndíjat kaptak, mindegyikük 200 - 200 eurót. Az ösztöndíj nagysága minden 12 hónap után megnövekedett, méghozzá Cenéé 12 %-kal, Urškáé 20 euróval.

(Skupaj 15 točk/Összesen 15 pont)

a) Kolikšno mesečno štipendijo bo imel Cene po 25 mesecih?
Mekkora lesz Cene havi ösztöndíja 25 hónap után?

(4 točke/pont)

b) Kateri od njiju bo imel višjo mesečno štipendijo po 30 mesecih in za koliko odstotkov?
Melyiküknek lesz magasabb az ösztöndíja 30 hónap múlva, és hány százalékkal?

(7 točk/pont)

c) Izračunajte vsoto vseh štipendij, ki jo bo Cene prejel v 3 letih.
Számítsa ki az ösztöndíjak összegét, amelyeket Cene a 3 év során kapni fog!

(4 točke/pont)

Prazna stran
Üres oldal

Prazna stran

Üres oldal

Prazna stran

Üres oldal