



Codice del candidato:

Državni izpitni center



P 0 8 1 C 1 0 1 1 1 1

SESSIONE PRIMAVERILE

MATEMATICA

Prova d'esame

Sabato, 7 giugno 2008 / 120 minuti

*Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, di una calcolatrice tascabile priva di interfaccia grafica e possibilità di calcolo letterale, nonché di compasso, squadra, righello e goniometro.
Al candidato vengono consegnati due fogli per la minuta e una scheda di valutazione.*

MATURITÀ PROFESSIONALE

INDICAZIONI PER I CANDIDATI

Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.

Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra, sulla scheda di valutazione e sui fogli della minuta.

La prova d'esame si compone di due parti. La prima parte comprende 9 quesiti, mentre la seconda ne comprende tre. Il punteggio massimo che potete conseguire nella prova è di 70 punti, di cui 40 nella prima parte e 30 nella seconda. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate alle pagine 2 e 3.

Nella seguente tabella tracciate una crocetta sotto i numeri corrispondenti ai quesiti da voi scelti nella seconda parte. In mancanza di vostre indicazioni, il valutatore procederà alla correzione dei primi due quesiti in cui avrà trovato delle domande risolte.

1	2	3

Scrivete le vostre risposte negli spazi appositamente previsti all'interno della prova utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera. Disegnate a matita i grafici delle funzioni. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto ad essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile verrà assegnato il punteggio di zero (0). Utilizzate i fogli della minuta solo per l'impostazione delle soluzioni, in quanto essi non verranno sottoposti a valutazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

La prova si compone di 20 pagine, di cui 2 bianche.

FORMULE

1. Sistema di coordinate cartesiane nel piano

- **Area (A) del triangolo di vertici** $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$A = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$

- **Angolo tra due rette:** $\operatorname{tg} \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2} \right|$

2. Geometria del piano (l'area di ogni figura è indicata con A)

- **Triangolo:**

$$A = \frac{c \cdot h_c}{2} = \frac{1}{2} ab \operatorname{sen} \gamma$$

$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \quad p = \frac{a+b+c}{2}$$

- **Raggio della circonferenza inscritta (r) e circoscritta (R) ad un triangolo:**

$$r = \frac{A}{p}, \quad \left(p = \frac{a+b+c}{2} \right); \quad R = \frac{abc}{4A}$$

- **Triangolo equilatero:** $A = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$, $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$, $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

- **Romboide, rombo:** $A = \frac{e \cdot f}{2}$, **trapezio:** $A = \frac{a+c}{2} \cdot h$

- **Lunghezza di un arco di circonferenza:** $l = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$

- **Area del settore circolare:** $A = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$

- **Teorema dei seni:** $\frac{a}{\operatorname{sen} \alpha} = \frac{b}{\operatorname{sen} \beta} = \frac{c}{\operatorname{sen} \gamma} = 2R$

- **Teorema del coseno:** $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

3. Aree e volumi dei solidi (B indica l'area di base del solido)

- **Prisma e cilindro:** $A_t = 2B + A_l$, $V = B \cdot h$

- **Piramide:** $A_t = B + A_l$, $V = \frac{1}{3} B \cdot h$

- **Cono retto:** $A_t = \pi r \cdot (r + l)$, $V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h$

- **Sfera:** $A = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$

4. Funzioni goniometriche

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

5. La funzione e l'equazione di secondo grado

- $f(x) = ax^2 + bx + c$
- **Vertice:** $V(p, q)$, $p = -\frac{b}{2a}$, $q = -\frac{D}{4a}$, $D = b^2 - 4ac$
- $ax^2 + bx + c = 0$
- **Zeri:** $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

6. Logaritmi

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$
- $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$

7. Successioni

- **Progressione aritmetica:** $a_n = a_1 + (n-1)d$, $s_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$
- **Progressione geometrica:** $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, $s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$

8. Statistica

- **Valore medio (media aritmetica):** $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_k}{k}$, $\bar{x} = \frac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \dots + f_k \cdot x_k}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$
- **Varianza:** $\sigma^2 = \frac{1}{k}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_k - \bar{x})^2]$

$$\sigma^2 = \frac{f_1(x_1 - \bar{x})^2 + f_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + f_k(x_k - \bar{x})^2}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$$
- **Scarto quadratico medio o deviazione standard:** $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

Pagina bianca

Parte I
Risolvete tutti i quesiti.

1. Risolvete l'equazione: $x - 2\left(\frac{3}{2} - x\right) = 4(x - 2)$.

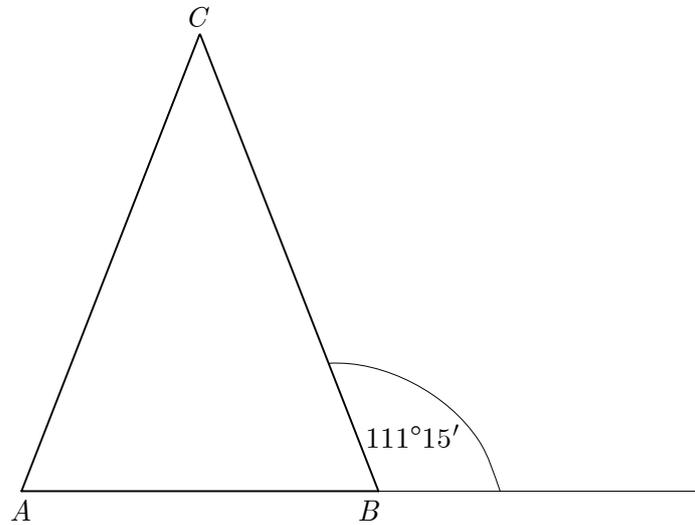
(4 punti)

2. In luglio una lavabiancheria costava 500 euro. In agosto il suo prezzo è aumentato del 10 %, in settembre esso ha subito un ulteriore aumento del 5 %, mentre in ottobre è diminuito del 20 %. Qual è il prezzo della lavabiancheria dopo l'ultima variazione?

(4 punti)

3. Nella figura è disegnato il triangolo isoscele ABC ($|AC| = |BC|$). Calcolate l'ampiezza dei suoi angoli interni.

(4 punti)

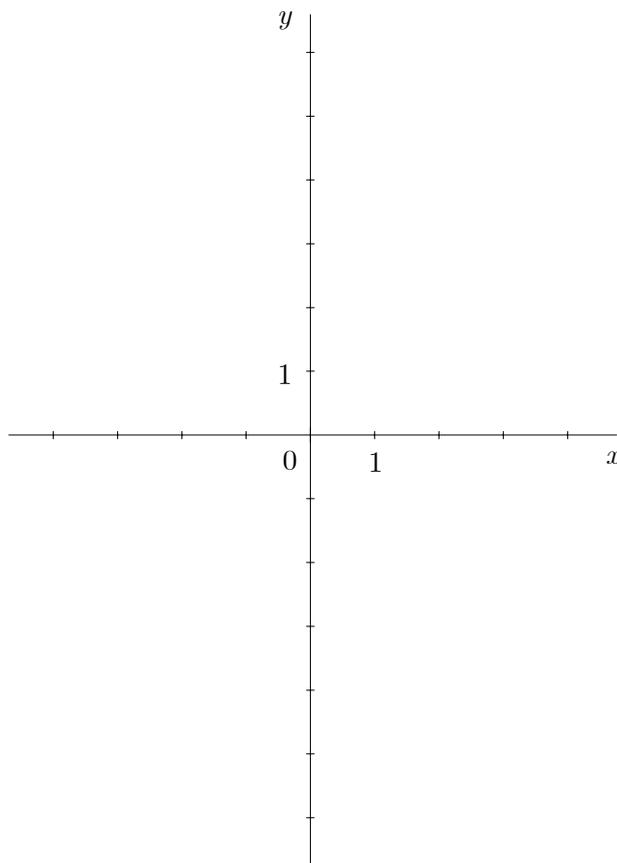


4. Scrivete i primi quattro termini della successione definita dal termine generico $a_n = 2^n - 2n$.

(4 punti)

5. Tracciate il grafico della funzione $f(x) = \frac{2-x}{x+1}$.

(5 punti)



6. Calcolate le ascisse dei punti d'intersezione della parabola $y = x^2 + 2x + 5$ con la retta $y = 3x + 7$.

(5 punti)

7. Da un lingotto d'oro a forma di parallelepipedo e avente dimensioni 10 cm , 5 cm e 4 cm vengono ricavate delle perline piene di forma sferica del diametro di 0,4 cm . Quante perline si possono ricavare dal lingotto?

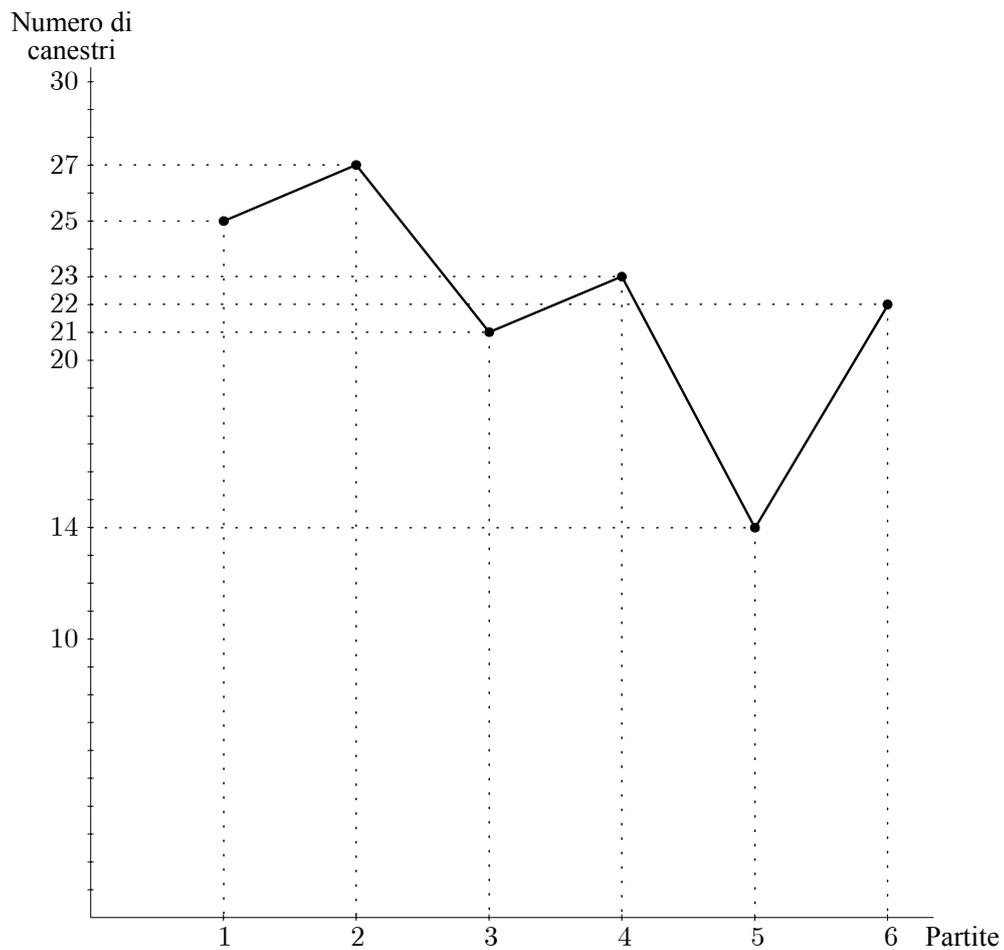
(5 punti)

8. Dati $a = 4$ e $b = 3$ calcolate con esattezza il valore dell'espressione:

$$(2\sqrt{a} + b)^2 - 4b\sqrt{a} + a^0$$

(5 punti)

9. Il grafico della figura sottostante rappresenta il numero di canestri realizzati dal giocatore classificatosi al primo posto tra i marcatori a un torneo di pallacanestro.



Qual è il numero medio di canestri per partita realizzati dal giocatore durante il torneo?
Eseguite il calcolo e poi scrivete la risposta.

(5 punti)

Parte II

Scegliete due quesiti, cerchiare i numeri a essi corrispondenti e risolverli.

1. Siano dati i polinomi $p(x) = x^3 - x^2 - 6x$ e $q(x) = x^2 - 4$.

(Totale 15 punti)

a) Dividete il polinomio $p(x)$ per il polinomio $q(x)$ e scrivete il quoziente ottenuto e il resto.

(6 punti)

b) Calcolate lo zero che i due polinomi hanno in comune.

(5 punti)

c) Calcolate il valore dell'espressione $2 \cdot p(-1) + q(3)$.

(4 punti)

2. Nel piano si trova il triangolo ABC definito dai seguenti dati:
 $a = 36$ cm, $b = 44$ cm, $\gamma = 84^\circ$.

(Totale 15 punti)

a) Calcolate la lunghezza (approssimata al centimetro) del lato c .

(4 punti)

b) Calcolate l'ampiezza (approssimata al grado) dell'angolo α .

(4 punti)

c) Calcolate l'area del triangolo e l'area della circonferenza in esso inscritta.

(7 punti)

3. I primi quattro termini di una progressione aritmetica sono: -4 , -1 , 2 , 5 .

(Totale 15 punti)

a) Determinate dapprima i due termini successivi della progressione, e poi il suo ventesimo termine.

(5 punti)

b) A quanto ammonta la somma dei primi trenta termini della progressione?

(4 punti)

c) Qual è il primo termine della progressione avente valore maggiore di 100?

(6 punti)

Pagina bianca