Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center

P 0 8 1 C 1 0 1 1 1 M

SPOMLADANSKI IZPITNI ROK
TAVASZI VIZSGAIDŐSZAK

MATEMATIKA

Izpitna pola / *Feladatlap*

Sobota, 7. junij 2008 / 120 minut
2008. június 7., szombat / 120 perc

Dovoljeno gradivo in pripomočki:
Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, računalo brez grafičnega zaslona in možnosti računanja s simboli, šestilo, trikotnik (geotrikotnik), ravnilo in kotomer.
Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.

Engedélyezett segédeszközök: a jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, csak műveleteket végző zsebszámológépet, körzőt, háromszögvonalzót (geo-háromszögvonalzót), vonalzót és szögmérőt hoz magával.
A jelölt egy értékelőlapot és két pótlapot is kap a vázlatkészítéshez.

POKLICNA MATURA
SZAKMAI ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Izpitna pola ima 24 strani, od tega 3 prazne.
A feladatlap terjedelme 24 oldal, ebből 3 üres.

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.
Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite oziroma vpišite svojo šifro v okvirček desno zgoraj na prvi strani in na ocenjevalni obrazec ter na konceptna lista.

Izpitna pola ima dva dela. Prvi del vsebuje 9 nalog. Drugi del vsebuje 3 naloge, izmed katerih izberite in rešite dve. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 70, od tega 40 v prvem delu in 30 v drugem delu. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s formulami na 3. in 4. strani.

V preglednici z "x" zaznamujte, kateri dve nalogi v drugem delu naj ocenjevalec oceni. Če tega ne boste storili, bo ocenil prvi dve nalogi, ki ste ju reševali.

1	2	3

Rešitve pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom in jih vpisujte v izpitno polo v za to predvideni prostor; grafe funkcij, geometrijske skice in risbe pa rišite s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev napišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z nič (0) točkami. Osnutke rešitev lahko napišete na konceptna lista, vendar se ti pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót!
Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg azt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

Ragassza, illetve írja be kódszámát a feladatlap első oldalának jobb felső sarkában levő keretbe, az értékelőlapokra és a vázlathoz kapott pótlapokra!

A feladatlap két részből áll. Az első rész 9 feladatot tartalmaz. A második részben 3 feladat van, ebből kettőt oldjon meg! Összesen 70 pont érhető el: 40 pont az első, 30 pont a második részben. A feladatlapban a feladatok mellett feltüntettük az elérhető pontszámot is. A feladatok megoldásakor használhatja a 5. és 6. oldalon található képletgyűjteményt.

A táblázatban jelölje meg x-szel, a második rész melyik két feladatát értékelje az értékelő! *Ha ezt nem teszi meg, az értékelő tanár az első két megoldott feladatot értékeli.*

1.	*2.*	*3.*

Válaszait töltőtollal vagy golyóstollal írja a feladatlap erre kijelölt helyére, a függvénygrafikonokat, a mértani ábrákat és a rajzokat ceruzával rajzolja be! Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd válaszát írja le újra! Az olvashatatlan megoldásokat és a nem egyértelmű javításokat nulla (0) ponttal értékeljük. Vázlatát írja a pótlapokra, ám azt az értékelés során nem vesszük figyelembe.

A válasznak tartalmaznia kell a megoldásig vezető műveletsort, az összes köztes számítással és következtetéssel együtt. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékeljék!

Bízzon önmagában és képességeiben! Eredményes munkát kívánunk!

FORMULE

1. Pravokotni koordinatni sistem v ravnini

- **Ploščina** (S) **trikotnika z oglišči** $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

  $S = \frac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|$
- **Kot med premicama:** $\operatorname{tg}\varphi = \left|\frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2}\right|$

2. Ravninska geometrija (ploščine likov so označene s S)

- **Trikotnik**:

  $S = \frac{c \cdot v_c}{2} = \frac{1}{2} ab \sin\gamma$

  $S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$
- **Polmera trikotniku včrtanega** (r) **in očrtanega** (R) **kroga:**

  $r = \frac{S}{s}$, $\left(s = \frac{a+b+c}{2}\right)$; $R = \frac{abc}{4S}$
- **Enakostranični trikotnik:** $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, $v = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$, $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
- **Deltoid, romb:** $S = \frac{e \cdot f}{2}$, **trapez:** $S = \frac{a+c}{2} \cdot v$
- **Dolžina krožnega loka:** $l = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$
- **Krožni izsek:** $S = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$
- **Sinusni izrek:** $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$
- **Kosinusni izrek:** $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$

3. Površine in prostornine geometrijskih teles (S je ploščina osnovne ploskve)

- **Prizma in valj:** $P = 2S + S_{pl}$, $V = S \cdot v$
- **Piramida:** $P = S + S_{pl}$, $V = \frac{1}{3} S \cdot v$
- **Pokončni stožec:** $P = \pi r \cdot (r + s)$, $V = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot v$
- **Krogla:** $P = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$

4. Kotne funkcije

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $\operatorname{tg} \alpha = \dfrac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \dfrac{1}{\cos^2 \alpha}$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$ $\qquad \cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$ $\qquad \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

5. Kvadratna funkcija, kvadratna enačba

- $f(x) = ax^2 + bx + c$ **Teme:** $T(p, q)$, $p = -\dfrac{b}{2a}$, $q = -\dfrac{D}{4a}$, $D = b^2 - 4ac$
- $ax^2 + bx + c = 0$ **Ničli:** $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

6. Logaritmi

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$
- $\log_b x = \dfrac{\log_a x}{\log_a b}$

7. Zaporedja

- **Aritmetično zaporedje:** $a_n = a_1 + (n-1)d$, $s_n = \dfrac{n}{2}\big(2a_1 + (n-1)d\big)$
- **Geometrijsko zaporedje:** $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, $s_n = a_1 \cdot \dfrac{q^n - 1}{q - 1}$

8. Statistika

- **Srednja vrednost (aritmetična sredina):** $\overline{x} = \dfrac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$,

  $\overline{x} = \dfrac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \cdots + f_k \cdot x_k}{f_1 + f_2 + \cdots + f_k}$
- **Varianca:** $\sigma^2 = \dfrac{1}{n}\left[(x_1 - \overline{x})^2 + (x_2 - \overline{x})^2 + \cdots + (x_n - \overline{x})^2\right]$,

  $$\sigma^2 = \frac{f_1 (x_1 - \overline{x})^2 + f_2 (x_2 - \overline{x})^2 + \cdots + f_k (x_k - \overline{x})^2}{f_1 + f_2 + \cdots + f_k}$$
- **Standardni odklon:** $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

KÉPLETEK

1. Derékszögű koordináta-rendszer a síkban

- ***Az** $A(x_1,\ y_1),\ B(x_2,\ y_2),\ C(x_3,\ y_3)$ **csúcsú háromszög területe** (S)**:***

  $$S = \frac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|$$

- ***Két egyenes hajlásszöge:*** $\operatorname{tg}\varphi = \left|\dfrac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2}\right|$

2. Síkbeli mértan (a síkidomok területe S -sel van jelölve)

- ***Háromszög:*** $S = \dfrac{c \cdot v_c}{2} = \dfrac{1}{2} ab \sin\gamma$

  $$S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)},\ s = \frac{a+b+c}{2}$$

- ***A háromszögbe írható kör sugara*** (r) ***és a háromszög köré írható kör sugara*** (R)***:***

  $$r = \frac{S}{s},\ \left(s = \frac{a+b+c}{2}\right);\ R = \frac{abc}{4S}$$

- ***Egyenlő oldalú háromszög:*** $S = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4},\quad v = \dfrac{a\sqrt{3}}{2},\quad r = \dfrac{a\sqrt{3}}{6},\quad R = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$
- ***Deltoid, rombusz:*** $S = \dfrac{e \cdot f}{2}$, ***trapéz:*** $S = \dfrac{a+c}{2} \cdot v$
- ***A körív hossza:*** $l = \dfrac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$
- ***Körcikk:*** $S = \dfrac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$
- ***Szinusztétel:*** $\dfrac{a}{\sin\alpha} = \dfrac{b}{\sin\beta} = \dfrac{c}{\sin\gamma} = 2R$
- ***Koszinusztétel:*** $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$

3. A mértani testek felszíne és térfogata (az S az alaplap területe)

- ***Hasáb és henger:*** $P = 2S + S_{pl},\ V = S \cdot v$
- ***Gúla:*** $P = S + S_{pl},\ V = \dfrac{1}{3} S \cdot v$
- ***Egyenes kúp:*** $P = \pi r \cdot (r+s),\ V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 \cdot v$
- ***Gömb:*** $P = 4\pi r^2,\ V = \dfrac{4\pi r^3}{3}$

4. Szögfüggvények

- $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
- $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$
- $1 + \operatorname{tg}^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$ $\quad$ $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$
- $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$ $\quad$ $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

5. Másodfokú függvény, másodfokú egyenlet

- $f(x) = ax^2 + bx + c$ $\quad$ ***Tengelypont:*** $T(p,q),\ \ p = -\dfrac{b}{2a},\ \ q = -\dfrac{D}{4a},\ \ D = b^2 - 4ac$
- $ax^2 + bx + c = 0$ $\quad$ ***Zérushelyek:*** $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

6. Logaritmusok

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$
- $\log_b x = \dfrac{\log_a x}{\log_a b}$

7. Sorozatok

- ***Számtani sorozat:*** $a_n = a_1 + (n-1)d$***,*** $s_n = \dfrac{n}{2}\left(2a_1 + (n-1)d\right)$
- ***Mértani sorozat:*** $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$***,*** $s_n = a_1 \cdot \dfrac{q^n - 1}{q - 1}$

8. Statisztika

- ***Középérték (számtani közép):*** $\overline{x} = \dfrac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$, $\overline{x} = \dfrac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \cdots + f_k \cdot x_k}{f_1 + f_2 + \cdots + f_k}$
- ***Variancia (szórásnégyzet):*** $\sigma^2 = \dfrac{1}{n}\left[(x_1 - \overline{x})^2 + (x_2 - \overline{x})^2 + \cdots + (x_n - \overline{x})^2\right]$

$$\sigma^2 = \frac{f_1(x_1 - \overline{x})^2 + f_2(x_2 - \overline{x})^2 + \cdots + f_k(x_k - \overline{x})^2}{f_1 + f_2 + \cdots + f_k}$$

- ***Standard eltérés (szórás):*** $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

1. del / *1. rész*
Rešite vse naloge. / *Minden feladatot oldjon meg.*

1. Rešite enačbo: $x-2\left(\frac{3}{2}-x\right)=4\,(x-2)$.

   Oldja meg az $x-2\left(\frac{3}{2}-x\right)=4\,(x-2)$ *egyenletet!*

(4 točke/pont)

2. Julija je stal pralni stroj 500 evrov. Avgusta so ga podražili za 10%, septembra še za 5%, oktobra pa pocenili za 20%. Kolikšna je bila cena pralnega stroja po zadnji spremembi cene?

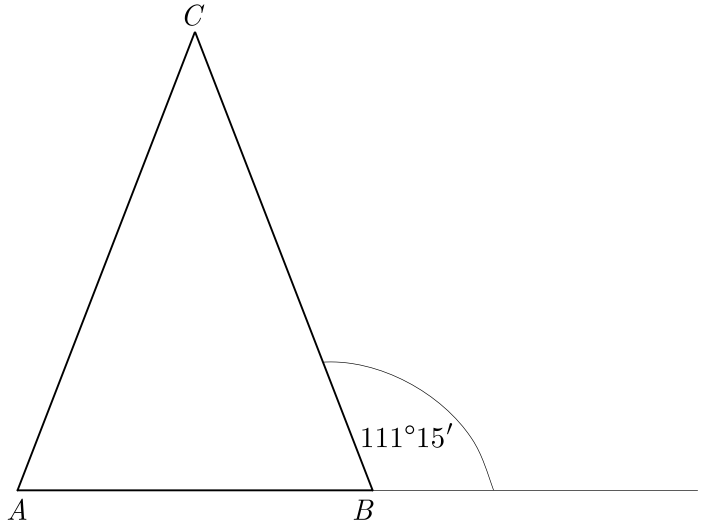
Júliusban a mosógép 500 *euróba került. Augusztusban* 10%*-kal megdrágult, szeptemberben még* 5%*-kal magasabb lett az ára, októberben viszont* 20%*-kal olcsóbb lett. Mennyi volt a mosógép ára az utolsó módosítás után?*

(4 točke/pont)

3. Na skici je enakokraki trikotnik ABC ($|AC| = |BC|$). Izračunajte notranje kote trikotnika.

Az ábrán az ABC ($|AC| = |BC|$) egyenlő szárú háromszög látható. Számítsa ki a háromszög belső szögeit!

(4 točke/pont)



4. Dano je zaporedje s splošnim členom $a_n = 2^n - 2n$. Zapišite prve štiri člene tega zaporedja.

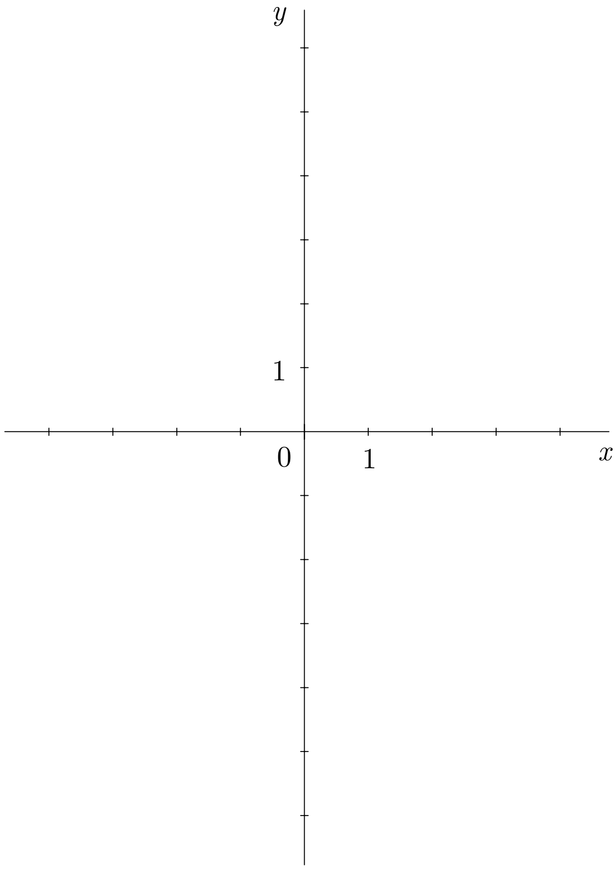
Adott egy $a_n = 2^n - 2n$ *általános tagú sorozat. Írja le ezen sorozat első négy tagját!*

(4 točke/pont)

5. Skicirajte graf funkcije $f(x)=\dfrac{2-x}{x+1}$.

Rajzolja meg az $f(x)=\dfrac{2-x}{x+1}$ *függvényt!*

(5 točk/pont)



6. Izračunajte abscisi presečišč parabole $y = x^2 + 2x + 5$ in premice $y = 3x + 7$.

Számítsa ki az $y = x^2 + 2x + 5$ *parabola és az* $y = 3x + 7$ *egyenes két metszéspontjának az abszcisszáját!*

(5 točk/pont)

7. Iz zlate palice v obliki kvadra z robovi $10\ \mathrm{cm}$, $5\ \mathrm{cm}$ in $4\ \mathrm{cm}$ izdelujejo obeske v obliki krogle s premerom $0{,}4\ \mathrm{cm}$ (krogle so polne). Največ koliko obeskov lahko naredijo iz ene takšne palice?

   A $10\ \mathrm{cm}$, $5\ \mathrm{cm}$ *és* $4\ \mathrm{cm}$ *oldalú, téglalap alakú aranyrudakból gömb alakú díszeket készítenek, ezek sugara* $0{,}4\ \mathrm{cm}$ *(a gömbök tömörek). Maximum hány ilyen díszt készíthetnek egy ilyen aranyrúdból?*

(5 točk/pont)

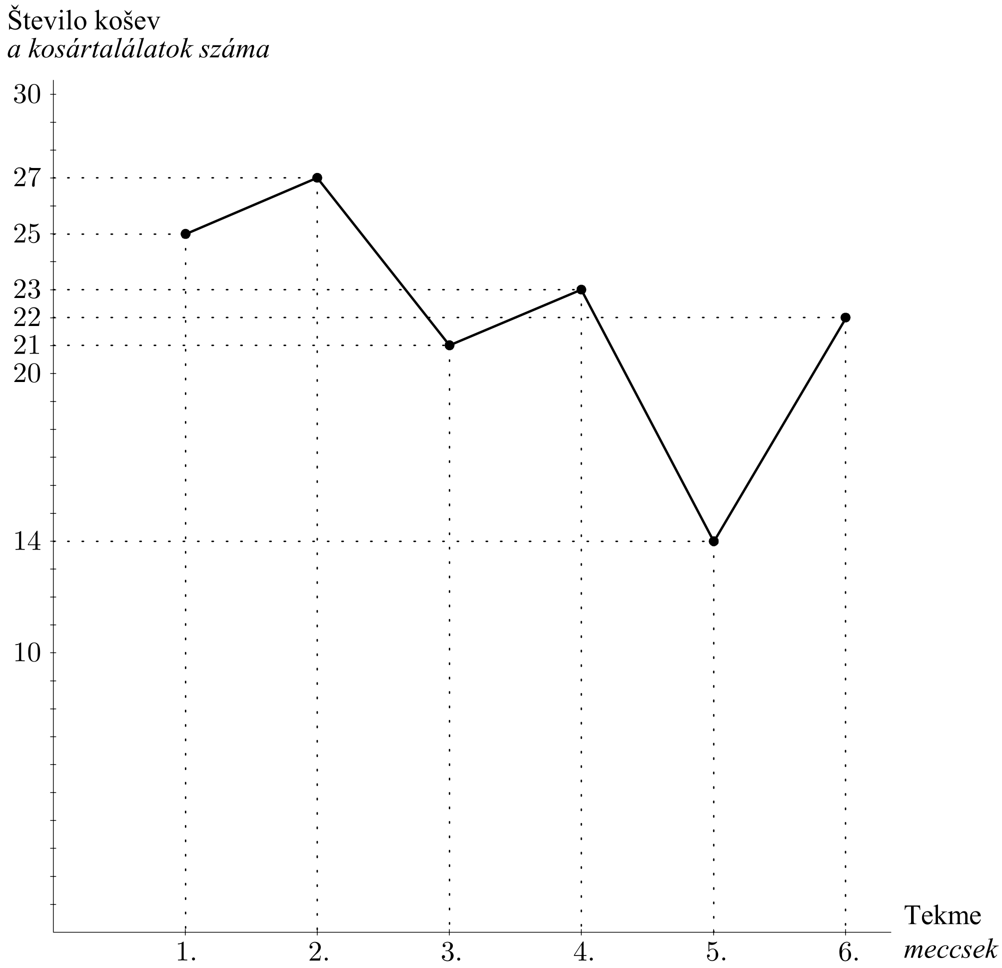
8. Za $a = 4$ in $b = 3$ izračunajte natančno vrednost izraza: $\left(2\sqrt{a} + b\right)^2 - 4b\sqrt{a} + a^0$

Az $a = 4$ *és* $b = 3$ *esetén számítsa ki a kifejezés értékét:* $\left(2\sqrt{a} + b\right)^2 - 4b\sqrt{a} + a^0$

(5 točk/pont)

9. Slika prikazuje število košev, ki jih je dosegel prvi strelec košarkarskega turnirja na šestih tekmah.

Az ábra a kosártalálatok számát mutatja, amelyeket egy kosárlabdaturné hat meccsén az első játékos dobott .



Kolikšno je povprečno število košev, ki jih je dosegel prvi strelec na teh šestih tekmah? Izračunajte in zapišite odgovor.

Mennyi volt a kosártalálatok átlaga, amelyeket a hat meccsen az első játékos dobott? Számítsa ki, és írja fel a válaszát!

(5 točk/pont)

2. del / ***2. rész***

Izberite dve nalogi, obkrožite njuni zaporedni številki in ju rešite.

Válasszon két feladatot, karikázza be a sorszámukat, és oldja meg őket!

1. Dana sta polinoma $p(x) = x^3 - x^2 - 6x$ in $q(x) = x^2 - 4$.

   Adott két polinom: $p(x) = x^3 - x^2 - 6x$ *és* $q(x) = x^2 - 4$.

   (Skupaj 15 točkt/Összesen 15 pont)

   a) Delite polinom $p(x)$ s polinomom $q(x)$ in zapišite količnik in ostanek.
   Ossza meg a $p(x)$ polinomot a $q(x)$ polinommal, és írja fel a kvocienset és a maradékot!
   (6 točk/pont)

   b) Izračunajte skupno ničlo obeh polinomov.
   Számítsa ki a két polinom közös gyökét!
   (5 točk/pont)

   c) Izračunajte vrednost izraza $2 \cdot p(-1) + q(3)$.
   Sámítsa ki a $2 \cdot p(-1) + q(3)$ kifejezés értékét!
   (4 točke/pont)

2. V ravnini je trikotnik ABC s podatki: $a = 36\ \mathrm{cm}$, $b = 44\ \mathrm{cm}$, $\gamma = 84^\circ$.

A síkban fekvő ABC *háromszög adatai:* $a = 36\ \mathrm{cm}$, $b = 44\ \mathrm{cm}$, $\gamma = 84^\circ$.

(Skupaj 15 točk/Összesen 15 pont)

a) Izračunajte dolžino stranice c na centimeter natančno.
Számítsa ki a c oldal hosszát centiméter pontosságra!

(4 točke/pont)

b) Izračunajte velikost kota α na stopinjo natančno.
Számítsa ki az α szög méretét foknyi pontosságra!

(4 točke/pont)

c) Izračunajte ploščino trikotnika in ploščino trikotniku včrtanega kroga.
Számítsa ki a háromszög területét, valamint a háromszögbe írt kör területét is!

(7 točk/pont)

3. Dani so prvi štirje členi aritmetičnega zaporedja: $-4, \ -1, \ 2, \ 5$.

Adva van a számtani sorozat első négy tagja: $-4, \ -1, \ 2, \ 5$.

(Skupaj 15 točk/Összesen 15 pont)

a) Zapišite naslednja dva člena tega zaporedja in dvajseti člen.
Íja fel a sorozat következő két tagját, valamint a huszadik tagját is!

(5 točk/pont)

b) Kolikšna je vsota prvih trideset členov tega zaporedja?
Mennyi a sorozat első harminc tagjának az összege?

(4 točke/pont)

c) Od vključno katerega člena naprej so vsi členi večji od 100?
Melyik tagtól kezdve nagyobb minden tag 100*-nál (ezt a tagot is beleértve)?*

(6 točk/pont)

Prazna stran

Üres oldal

Prazna stran

Üres oldal

Prazna stran

Üres oldal