



Codice del candidato:

--

Državni izpitni center



SESSIONE AUTUNALE

# MATEMATICA

Prova d'esame

**Martedì, 26 agosto 2008 / 120 minuti**

*Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, di una calcolatrice tascabile priva di interfaccia grafica e possibilità di calcolo letterale, nonché di compasso, squadra, righello e goniometro.  
Al candidato vengono consegnati due fogli per la minuta e una scheda di valutazione.*

**MATURITÀ PROFESSIONALE**

## INDICAZIONI PER I CANDIDATI

**Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.**

**Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.**

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra, sulla scheda di valutazione e sui fogli della minuta.

La prova d'esame si compone di due parti. La prima parte comprende 9 quesiti. Nella seconda parte sono proposti tre esercizi: sceglietene due e risolvetele. Il punteggio massimo che potete conseguire nella prova è di 70 punti, di cui 40 nella prima parte e 30 nella seconda. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate alle pagine 2 e 3.

**Nella seguente tabella segnate con una "x" i numeri corrispondenti ai quesiti da voi scelti nella seconda parte.**

In mancanza di vostre indicazioni, il valutatore procederà alla correzione dei primi due quesiti in cui avrà trovato delle domande risolte.

1	2	3

Scrivete le vostre risposte negli spazi appositamente previsti all'interno della prova utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera. Disegnate a matita i grafici delle funzioni. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto ad essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile verrà assegnato il punteggio di zero (0). Utilizzate i fogli della minuta solo per l'impostazione delle soluzioni, in quanto essi non verranno sottoposti a valutazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

*La prova si compone di 20 pagine, di cui 2 bianche.*

## FORMULE

### 1. Sistema di coordinate cartesiane nel piano

- **Area (A) del triangolo di vertici**  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ :  

$$A = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- **Angolo tra due rette:**  $\operatorname{tg} \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2} \right|$

### 2. Geometria del piano (l'area di ogni figura è indicata con A)

- **Triangolo:**  

$$A = \frac{c \cdot h_c}{2} = \frac{1}{2} ab \operatorname{sen} \gamma$$

$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \quad p = \frac{a+b+c}{2}$$
- **Raggio della circonferenza inscritta (r) e circoscritta (R) ad un triangolo:**  

$$r = \frac{A}{p}, \quad \left( p = \frac{a+b+c}{2} \right); \quad R = \frac{abc}{4A}$$
- **Triangolo equilatero:**  $A = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$ ,  $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ ,  $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$ ,  $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
- **Romboide, rombo:**  $A = \frac{e \cdot f}{2}$ , **trapezio:**  $A = \frac{a+c}{2} \cdot h$
- **Lunghezza di un arco di circonferenza:**  $l = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$
- **Area del settore circolare:**  $A = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$
- **Teorema dei seni:**  $\frac{a}{\operatorname{sen} \alpha} = \frac{b}{\operatorname{sen} \beta} = \frac{c}{\operatorname{sen} \gamma} = 2R$
- **Teorema del coseno:**  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

### 3. Aree e volumi dei solidi (B indica l'area di base del solido)

- **Prisma e cilindro:**  $A_t = 2B + A_l$ ,  $V = B \cdot h$
- **Piramide:**  $A_t = B + A_l$ ,  $V = \frac{1}{3} B \cdot h$
- **Cono retto:**  $A_t = \pi r \cdot (r + l)$ ,  $V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h$
- **Sfera:**  $A = 4\pi r^2$ ,  $V = \frac{4\pi r^3}{3}$

#### 4. Funzioni goniometriche

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

#### 5. La funzione e l'equazione di secondo grado

- $f(x) = ax^2 + bx + c$
- **Vertice:**  $V(p, q)$ ,  $p = -\frac{b}{2a}$ ,  $q = -\frac{D}{4a}$ ,  $D = b^2 - 4ac$
- $ax^2 + bx + c = 0$
- **Zeri:**  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

#### 6. Logaritmi

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$
- $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$

#### 7. Successioni

- **Progressione aritmetica:**  $a_n = a_1 + (n-1)d$ ,  $s_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$
- **Progressione geometrica:**  $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ ,  $s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$

#### 8. Statistica

- **Valore medio (media aritmetica):**  $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_k}{k}$ ,  $\bar{x} = \frac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \dots + f_k \cdot x_k}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$
- **Varianza:**  $\sigma^2 = \frac{1}{k}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_k - \bar{x})^2]$   

$$\sigma^2 = \frac{f_1(x_1 - \bar{x})^2 + f_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + f_k(x_k - \bar{x})^2}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$$
- **Scarto quadratico medio o deviazione standard:**  $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

**Pagina bianca**

**Parte prima****Risolvete tutti i quesiti.**

1. Sia dato il polinomio  $p(x) = 5x^4 - 2x^2 + x$ . Determinate e scrivete:

a) il grado del polinomio \_\_\_\_\_ ;

b) il termine noto \_\_\_\_\_ ;

c) il coefficiente direttivo del polinomio \_\_\_\_\_ ;

d)  $p(0)$  \_\_\_\_\_ .

*(4 punti)*

2. Sia dato il numero intero di sei cifre  $2345a1$ . Determinate tutti i possibili valori di  $a$ , in modo che il numero risulti divisibile per 3.

*(4 punti)*

3. La tabella riporta le temperature dell'aria, misurate alle ore 13 di tutti i giorni di una settimana.

Giorno	Lunedì	Martedì	Mercoledì	Giovedì	Venerdì	Sabato	Domenica
T [°C]	20	20	18	19	22	22	24

Calcolate la temperatura media della settimana. Arrotondate il risultato ad una cifra decimale.

*(4 punti)*

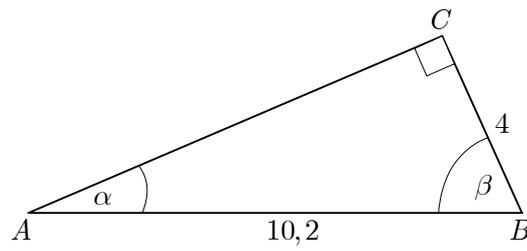
4. Risolvete l'equazione:  $2^{x+3} + 2^x = 18$ .

*(4 punti)*

5. La ragione di una progressione aritmetica è  $d = 4$ . La somma del secondo e del terzo termine è 22. Determinate il primo termine della progressione.

*(4 punti)*

6. La figura sottostante rappresenta un triangolo rettangolo.



Calcolate l'ampiezza degli angoli  $\alpha$  e  $\beta$ . Scrivete i risultati con precisione al minuto di grado.

(5 punti)

7. Il raggio della base di un cono retto misura 3 cm, l'apotema misura 5 cm. Disegnate il cono e indicatene la sezione assiale. Calcolate l'area di tale sezione.

*(5 punti)*

8. Scrivete l'equazione della funzione di secondo grado il cui grafico interseca l'asse delle ascisse nei punti  $x_1 = -1$  e  $x_2 = 3$  e l'asse delle ordinate nel punto  $A\left(0, \frac{3}{2}\right)$ .

*(5 punti)*

9. Calcolate il valore dell'espressione  $a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{2}{3}} : \left( a^{-\frac{1}{2}} b \right)$  per  $a = 4$  e  $b = -8$

*(5 punti)*

**Parte seconda**

**Scegliete due quesiti, cerchiatene i rispettivi numeri e risolvete.**

1. Jan e Meta sono marito e moglie. Jan guadagna 980 euro al mese mentre Meta ne guadagna 1050.

*(Totale 15 punti)*

a) Di quanto in percentuale lo stipendio di Meta supera quello di Jan?

*(5 punti)*

b) Calcolate quale somma rimane a Jan, se ogni mese versa il 5 % del suo stipendio su un conto destinato al figlio e il 4 % su uno destinato alla figlia.

*(4 punti)*

c) Se lo stipendio di Jan aumentasse del 15 % e quello di sua moglie dell'8 %, quale dei coniugi avrebbe lo stipendio maggiore e di quanto?

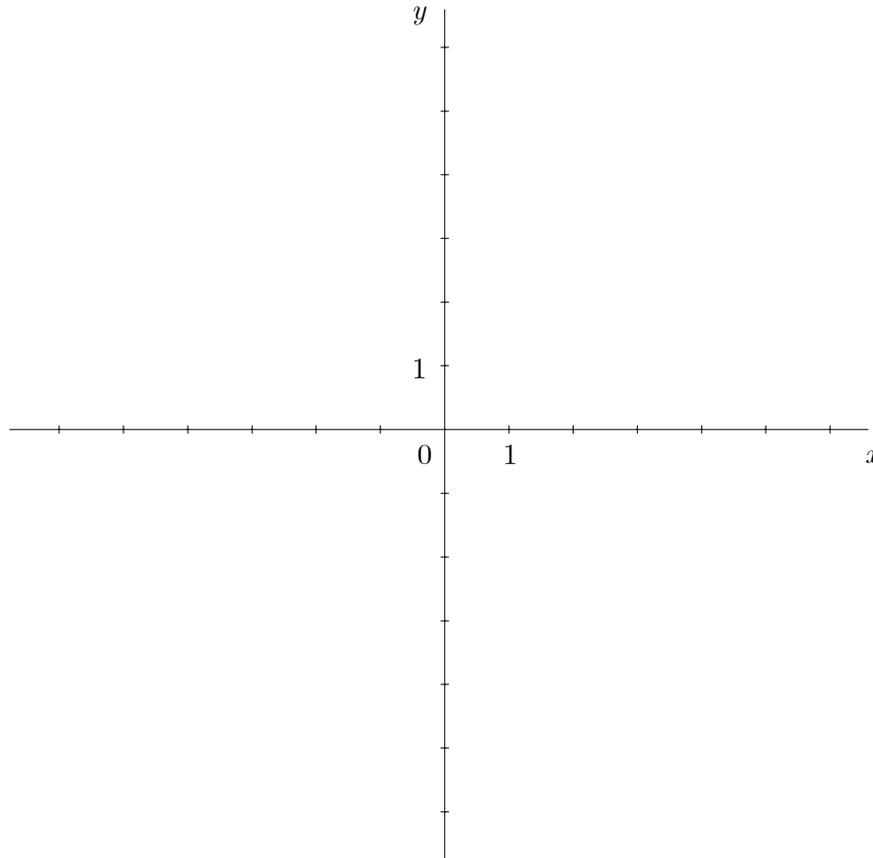
*(6 punti)*



2. Siano date le funzioni  $f(x) = 2x - 3$  e  $g(x) = 5 - x$ .

*(Totale 15 punti)*

- a) Tracciate con esattezza i grafici delle due funzioni nel medesimo sistema cartesiano. *(5 punti)*
- b) Calcolate l'ampiezza dell'angolo acuto determinato dai grafici  $f(x)$  e  $g(x)$ .  
La precisione del risultato sia al centesimo di grado. *(6 punti)*
- c) Calcolate per quale  $x$  il valore della funzione  $f(x)$  è maggiore di 10 rispetto al valore della funzione  $g(x)$ . *(4 punti)*





3. Sia data la funzione  $f(x) = \frac{2x + 3}{x - 1}$ .

(Totale 15 punti)

a) Scrivete lo zero, il polo, l'equazione dell'asintoto orizzontale e il valore della funzione nell'origine.

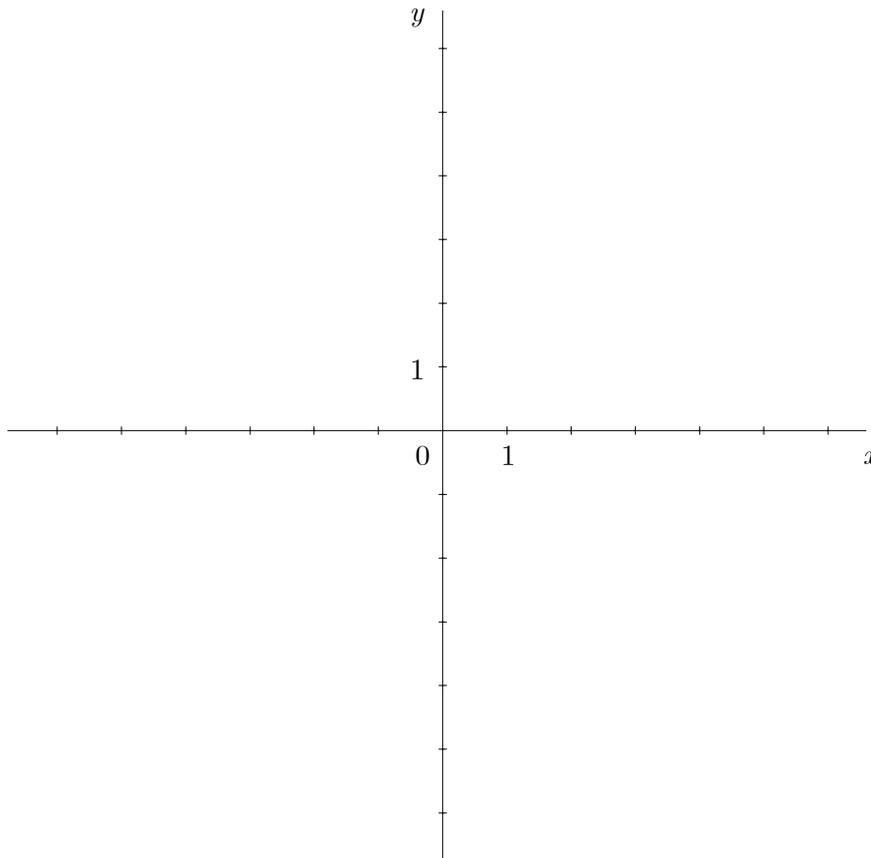
(5 punti)

b) Tracciate il grafico della funzione  $f(x)$ .

(6 punti)

c) Calcolate i valori  $f(-1)$  e  $f\left(\frac{5}{2}\right)$ .

(4 punti)





**Pagina bianca**