



Codice del candidato:

Državni izpitni center



P 0 8 3 C 1 0 1 1 1 1

SESSIONE INVERNALE

# MATEMATICA

Prova d'esame

**Mercoledì, 11 febbraio 2009 / 120 minuti**

*Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, di una calcolatrice tascabile priva di interfaccia grafica e possibilità di calcolo letterale, nonché di compasso, squadra, righello e goniometro.  
Al candidato vengono consegnati due fogli per la minuta e una scheda di valutazione.*

MATURITÀ PROFESSIONALE

INDICAZIONI PER I CANDIDATI

**Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.**

**Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.**

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra, sulla scheda di valutazione e sui fogli della minuta.

La prova d'esame si compone di due parti. La prima parte comprende 9 quesiti. Nella seconda parte sono proposti tre quesiti: sceglietene due e risolvetele. Il punteggio massimo che potete conseguire nella prova è di 70 punti, di cui 40 nella prima parte e 30 nella seconda. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate alle pagine 2 e 3.

**Nella seguente tabella segnate con una "x" i numeri corrispondenti ai quesiti da voi scelti nella seconda parte.**

In mancanza di vostre indicazioni, il valutatore procederà alla correzione dei primi due quesiti in cui avrà trovato delle domande risolte.

1	2	3

Scrivete le vostre risposte negli spazi appositamente previsti all'interno della prova utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera. Disegnate a matita i grafici delle funzioni. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto ad essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile verrà assegnato il punteggio di zero (0). Utilizzate i fogli della minuta solo per l'impostazione delle soluzioni, in quanto essi non verranno sottoposti a valutazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

*La prova si compone di 20 pagine, di cui 2 bianche.*

## FORMULE

**1. Sistema di coordinate cartesiane nel piano**

- **Area (A) del triangolo di vertici**  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ :

$$A = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$

- **Angolo tra due rette:**  $\operatorname{tg} \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2} \right|$

**2. Geometria del piano (l'area di ogni figura è indicata con A)**

- **Triangolo:**

$$A = \frac{c \cdot h_c}{2} = \frac{1}{2} ab \operatorname{sen} \gamma$$

$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \quad p = \frac{a+b+c}{2}$$

- **Raggio della circonferenza inscritta (r) e circoscritta (R) ad un triangolo:**

$$r = \frac{A}{p}, \quad \left( p = \frac{a+b+c}{2} \right); \quad R = \frac{abc}{4A}$$

- **Triangolo equilatero:**  $A = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$ ,  $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ ,  $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$ ,  $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

- **Romboide, rombo:**  $A = \frac{e \cdot f}{2}$ , **trapezio:**  $A = \frac{a+c}{2} \cdot h$

- **Lunghezza di un arco di circonferenza:**  $l = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$

- **Area del settore circolare:**  $A = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$

- **Teorema dei seni:**  $\frac{a}{\operatorname{sen} \alpha} = \frac{b}{\operatorname{sen} \beta} = \frac{c}{\operatorname{sen} \gamma} = 2R$

- **Teorema del coseno:**  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

**3. Aree e volumi dei solidi (B indica l'area di base del solido)**

- **Prisma e cilindro:**  $A_t = 2B + A_l$ ,  $V = B \cdot h$

- **Piramide:**  $A_t = B + A_l$ ,  $V = \frac{1}{3} B \cdot h$

- **Cono retto:**  $A_t = \pi r \cdot (r + l)$ ,  $V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h$

- **Sfera:**  $A = 4\pi r^2$ ,  $V = \frac{4\pi r^3}{3}$

#### 4. Funzioni goniometriche

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

#### 5. La funzione e l'equazione di secondo grado

- $f(x) = ax^2 + bx + c$
- **Vertice:**  $V(p, q)$ ,  $p = -\frac{b}{2a}$ ,  $q = -\frac{D}{4a}$ ,  $D = b^2 - 4ac$
- $ax^2 + bx + c = 0$
- **Zeri:**  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

#### 6. Logaritmi

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$
- $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$

#### 7. Successioni

- **Progressione aritmetica:**  $a_n = a_1 + (n-1)d$ ,  $s_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$
- **Progressione geometrica:**  $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ ,  $s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$

#### 8. Statistica

- **Valore medio (media aritmetica):**  $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$ ,  $\bar{x} = \frac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \dots + f_k \cdot x_k}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$
- **Varianza:**  $\sigma^2 = \frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$   

$$\sigma^2 = \frac{f_1(x_1 - \bar{x})^2 + f_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + f_k(x_k - \bar{x})^2}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$$
- **Scarto quadratico medio o deviazione standard:**  $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

**Pagina bianca**

**Parte prima**  
**Risolvete tutti i quesiti.**

1. Sia dato il numero 12350214. Leggete attentamente le frasi che seguono. Se la frase è corretta cerchiate SI, se essa è scorretta cerchiate NO.

Il numero è divisibile per 1.	SI	NO
Il numero è divisibile per 2.	SI	NO
Il numero è divisibile per 3.	SI	NO
Il numero è divisibile per 4.	SI	NO
Il numero è divisibile per 5.	SI	NO
Il numero è divisibile per 6.	SI	NO
Il numero è divisibile per 9.	SI	NO
Il numero è divisibile per 10.	SI	NO

*(4 punti)*

2. Dato il polinomio  $p(x) = -2x^4 + x^3 - 5$ , determinate e poi scrivete:

a) il grado del polinomio \_\_\_\_\_

b) il termine noto \_\_\_\_\_

c) il coefficiente direttivo \_\_\_\_\_

d) il valore di  $p(0)$  \_\_\_\_\_

*(4 punti)*

3. Risolvete il sistema di equazioni:

$$x - 3y = 1$$

$$7x + 12y = 40$$

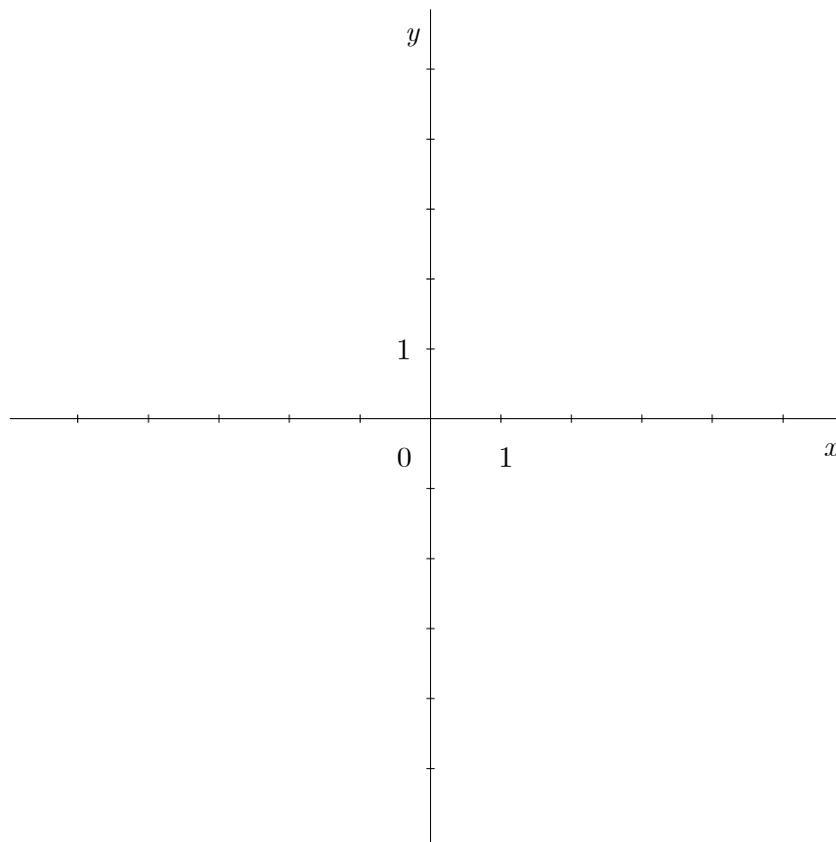
*(4 punti)*

4. È dato un triangolo in cui il lato  $b = 16$  cm e il lato  $c = 10$  cm . L'angolo determinato da tali lati misura  $62^\circ$  . Calcolate la lunghezza del lato  $a$  al centimetro di precisione.

*(4 punti)*

5. Disegnate quanto più esattamente il grafico della funzione  $f(x) = x^2 - 4x + 4$ .

(4 punti)



6. Siano dati i seguenti numeri:  $a = 240$  e  $b = 165$ . Aumentate  $a$  del 15 % e diminuite  $b$  del 20 %. Calcolate la somma dei nuovi numeri così ottenuti.

*(5 punti)*

7. Risolvete l'equazione:  $\log_x(5x - 6) = 2$ .

*(5 punti)*

8. L'altezza di una piramide quadrangolare regolare misura 8 cm , la lunghezza dello spigolo laterale misura 15 cm . Disegnate a mano libera la piramide e segnate l'angolo  $\varphi$  che lo spigolo laterale determina con la base. Calcolate l'ampiezza di  $\varphi$  .

*(5 punti)*

9. I primi tre termini di una progressione geometrica sono  $2$ ,  $\sqrt{x}$ ,  $8$ . Calcolate  $x$  e scrivete il quinto termine della progressione.

*(5 punti)*

**Parte seconda**

Scegliete due quesiti, cerchiatene i rispettivi numeri e risolvete.

1. Sia data la funzione  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 4x + 4}$ .

(Totale 15 punti)

a) Scrivete gli zeri e il polo di  $f(x)$ .

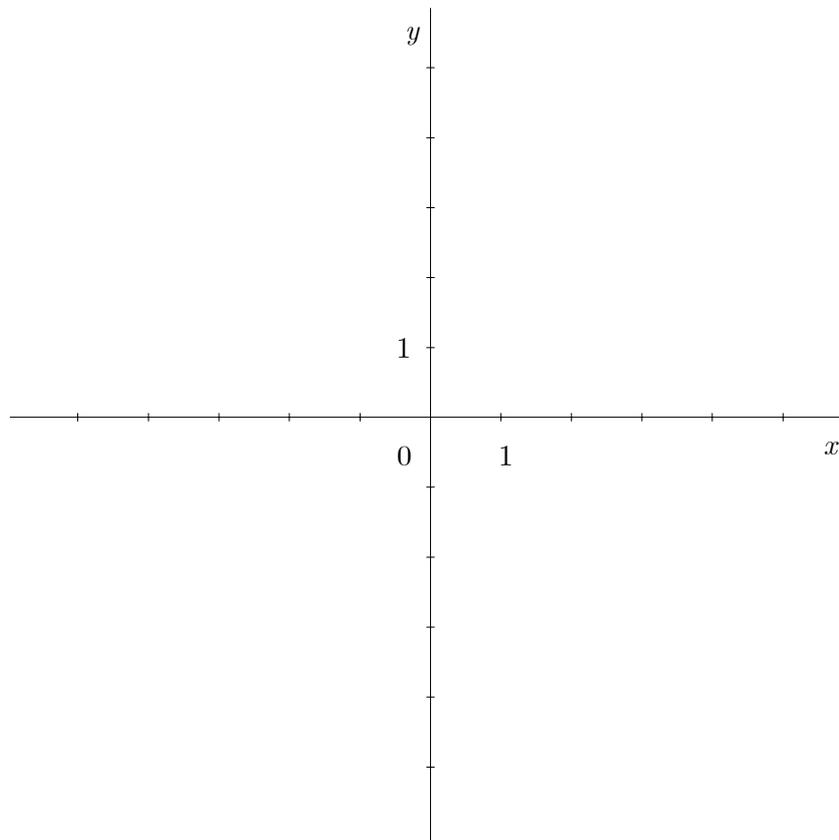
(4 punti)

b) Scrivete l'equazione dell'asintoto orizzontale e tracciate il grafico di  $f(x)$ .

(6 punti)

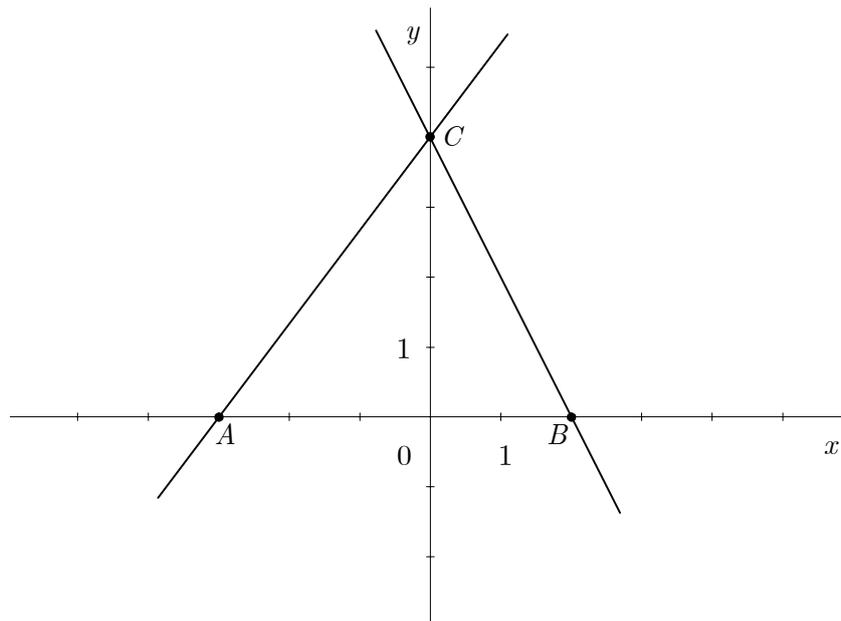
c) Calcolate con esattezza i valori di  $f(0)$  e di  $f\left(-\frac{1}{2}\right)$ .

(5 punti)





2. Nel piano cartesiano sono tracciate due rette.



(Totale 15 punti)

a) Scrivete le coordinate dei punti  $A$ ,  $B$  e  $C$  e calcolate la distanza tra i punti  $A$  e  $C$ .

(5 punti)

b) Scrivete l'equazione della retta passante per i punti  $B$  e  $C$ .

(5 punti)

c) Calcolate l'ampiezza dell'angolo  $\sphericalangle BCA$ .

(5 punti)







**Pagina bianca**