Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center

P083C10111M

ZIMSKI IZPITNI ROK
TÉLI VIZSGAIDŐSZAK

MATEMATIKA

Izpitna pola / *Feladatlap*

Sreda, 11. februar 2009 / 120 minut
2009. február 11., szerda / 120 perc

Dovoljeno gradivo in pripomočki:
Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, računalo brez grafičnega zaslona in možnosti računanja s simboli, šestilo, trikotnik (geotrikotnik), ravnilo in kotomer.
Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.
Engedélyezett segédeszközök: a jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, csak műveleteket végző zsebszámológépet, körzőt, háromszögvonalzót (geo-háromszögvonalzót), vonalzót és szögmérőt hoz magával.
A jelölt egy értékelő lapot és két pótlapot is kap a vázlatkészítéshez.

POKLICNA MATURA
SZAKMAI ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Ta pola ima 24 strani, od tega 3 prazne.
A feladatlap terjedelme 24 oldal, ebből 3 üres.

© RIC 2009

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite oziroma vpišite svojo šifro v okvirček desno zgoraj na prvi strani in na ocenjevalni obrazec ter na konceptna lista.

Izpitna pola ima dva dela. Prvi del vsebuje 9 nalog. Drugi del vsebuje 3 naloge, izmed katerih izberite in rešite dve. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 70, od tega 40 v prvem delu in 30 v drugem delu. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s formulami na 3. in 4. strani.

V preglednici z "x" zaznamujte, kateri dve nalogi v drugem delu naj ocenjevalec oceni. Če tega ne boste storili, bo ocenil prvi dve nalogi, ki ste ju reševali.

1	2	3

Rešitve pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom in jih vpisujte v izpitno polo v za to predvideni prostor; grafe funkcij, geometrijske skice in risbe pa rišite s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev napišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z nič (0) točkami. Osnutke rešitev lahko napišete na konceptna lista, vendar se ti pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót!
Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg azt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

Ragassza, illetve írja be kódszámát a feladatlap első oldalának jobb felső sarkában levő keretbe, az értékelő lapokra és a vázlathoz kapott pótlapokra!

A feladatlap két részből áll. Az első rész 9 feladatot tartalmaz. A második részben 3 feladat van, ebből kettőt oldjon meg! Összesen 70 pont érhető el: 40 pont az első, 30 pont a második részben. A feladatlapban a feladatok mellett feltüntettük az elérhető pontszámot is. A feladatok megoldásakor használhatja az 5. és 6. oldalon található képletgyűjteményt.

A táblázatban jelölje meg x-szel, a második rész melyik két feladatát értékelje az értékelő! *Ha ezt nem teszi meg, az értékelő tanár az első két megoldott feladatot értékeli.*

1.	*2.*	*3.*

Válaszait töltőtollal vagy golyóstollal írja a feladatlap erre kijelölt helyére, a függvénygrafikonokat, a mértani ábrákat és a rajzokat ceruzával rajzolja be! Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd válaszát írja le újra! Az olvashatatlan megoldásokat és a nem egyértelmű javításokat nulla (0) ponttal értékeljük. Vázlatát írja a pótlapokra, ám azt az értékelés során nem vesszük figyelembe.

A válasznak tartalmaznia kell a megoldásig vezető műveletsort, az összes köztes számítással és következtetéssel együtt. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékeljék!

Bízzon önmagában és képességeiben! Eredményes munkát kívánunk!

FORMULE

1. Pravokotni koordinatni sistem v ravnini

- **Ploščina** (S) **trikotnika z oglišči** $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

  $S = \frac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|$

- **Kot med premicama:** $\operatorname{tg}\varphi = \left|\frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2}\right|$

2. Ravninska geometrija (ploščine likov so označene s S)

- **Trikotnik**:

  $S = \frac{c \cdot v_c}{2} = \frac{1}{2} ab \sin\gamma$

  $S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$

- **Polmera trikotniku včrtanega** (r) **in očrtanega** (R) **kroga:**

  $r = \frac{S}{s}$, $\left(s = \frac{a+b+c}{2}\right)$; $R = \frac{abc}{4S}$

- **Enakostranični trikotnik:** $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, $v = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$, $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

- **Deltoid, romb:** $S = \frac{e \cdot f}{2}$, **trapez:** $S = \frac{a+c}{2} \cdot v$

- **Dolžina krožnega loka:** $l = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$

- **Krožni izsek:** $S = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$

- **Sinusni izrek:** $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$

- **Kosinusni izrek:** $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$

3. Površine in prostornine geometrijskih teles (S je ploščina osnovne ploskve)

- **Prizma in valj:** $P = 2S + S_{pl}$, $V = S \cdot v$

- **Piramida:** $P = S + S_{pl}$, $V = \frac{1}{3} S \cdot v$

- **Pokončni stožec:** $P = \pi r \cdot (r + s)$, $V = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot v$

- **Krogla:** $P = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$

4. Kotne funkcije

- $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
- $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$
- $1 + \operatorname{tg}^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$ $\quad\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$
- $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$ $\quad\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

5. Kvadratna funkcija, kvadratna enačba

- $f(x) = ax^2 + bx + c$ **Teme:** $T(p,q)$, $p = -\dfrac{b}{2a}$, $q = -\dfrac{D}{4a}$, $D = b^2 - 4ac$
- $ax^2 + bx + c = 0$ **Ničli:** $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

6. Logaritmi

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n\log_a x$
- $\log_b x = \dfrac{\log_a x}{\log_a b}$

7. Zaporedja

- **Aritmetično zaporedje:** $a_n = a_1 + (n-1)d$, $s_n = \dfrac{n}{2}\big(2a_1 + (n-1)d\big)$
- **Geometrijsko zaporedje:** $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, $s_n = a_1 \cdot \dfrac{q^n - 1}{q - 1}$

8. Statistika

- **Srednja vrednost (aritmetična sredina):** $\overline{x} = \dfrac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$,

  $\overline{x} = \dfrac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \cdots + f_k \cdot x_k}{f_1 + f_2 + \cdots + f_k}$
- **Varianca:** $\sigma^2 = \dfrac{1}{n}\Big[(x_1 - \overline{x})^2 + (x_2 - \overline{x})^2 + \cdots + (x_n - \overline{x})^2\Big]$,

  $\sigma^2 = \dfrac{f_1(x_1 - \overline{x})^2 + f_2(x_2 - \overline{x})^2 + \cdots + f_k(x_k - \overline{x})^2}{f_1 + f_2 + \cdots + f_k}$
- **Standardni odklon:** $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

KÉPLETEK

1. Derékszögű koordináta-rendszer a síkban

- ***Az*** $A(x_1, y_1),\ B(x_2, y_2),\ C(x_3, y_3)$ ***csúcsú háromszög területe*** (S)***:***

  $S = \frac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|$

- ***Két egyenes hajlásszöge:*** $\operatorname{tg}\varphi = \left|\frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2}\right|$

2. Síkmértan (a síkidomok területe S -sel van jelölve)

- ***Háromszög:*** $S = \frac{c \cdot v_c}{2} = \frac{1}{2} ab \sin\gamma$

  $S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)},\ s = \frac{a+b+c}{2}$

- ***A háromszögbe írható kör sugara*** (r) ***és a háromszög köré írható kör sugara*** (R)***:***

  $r = \frac{S}{s},\ \left(s = \frac{a+b+c}{2}\right);\ R = \frac{abc}{4S}$

- ***Egyenlő oldalú háromszög:*** $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4},\quad v = \frac{a\sqrt{3}}{2},\quad r = \frac{a\sqrt{3}}{6},\quad R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
- ***Deltoid, rombusz:*** $S = \frac{e \cdot f}{2}$, ***trapéz:*** $S = \frac{a+c}{2} \cdot v$
- ***A körív hossza:*** $l = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$
- ***Körcikk:*** $S = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$
- ***Szinusztétel:*** $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$
- ***Koszinusztétel:*** $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$

3. A mértani testek felszíne és térfogata (az S az alaplap területe)

- ***Hasáb és henger:*** $P = 2S + S_{pl},\ V = S \cdot v$
- ***Gúla:*** $P = S + S_{pl},\ V = \frac{1}{3} S \cdot v$
- ***Egyenes kúp:*** $P = \pi r \cdot (r + s),\ V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot v$
- ***Gömb:*** $P = 4\pi r^2,\ V = \frac{4\pi r^3}{3}$

4. Szögfüggvények

- $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
- $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$
- $1 + \operatorname{tg}^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$ $\qquad \cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$
- $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$ $\qquad \cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

5. Másodfokú függvény, másodfokú egyenlet

- $f(x) = ax^2 + bx + c$ $\qquad$ ***Tengelypont:*** $T(p,q),\ \ p = -\dfrac{b}{2a},\ \ q = -\dfrac{D}{4a},\ \ D = b^2 - 4ac$
- $ax^2 + bx + c = 0$ $\qquad$ ***Zérushelyek:*** $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

6. Logaritmusok

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n\log_a x$
- $\log_b x = \dfrac{\log_a x}{\log_a b}$

7. Sorozatok

- ***Számtani sorozat:*** $a_n = a_1 + (n-1)d$, $s_n = \dfrac{n}{2}\left(2a_1 + (n-1)d\right)$
- ***Mértani sorozat:*** $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, $s_n = a_1 \cdot \dfrac{q^n - 1}{q - 1}$

8. Statisztika

- ***Középérték (számtani közép):*** $\overline{x} = \dfrac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$, $\overline{x} = \dfrac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \cdots + f_k \cdot x_k}{f_1 + f_2 + \cdots + f_k}$
- ***Variancia (szórásnégyzet):*** $\sigma^2 = \dfrac{1}{n}\left[(x_1 - \overline{x})^2 + (x_2 - \overline{x})^2 + \cdots + (x_n - \overline{x})^2\right]$

$$\sigma^2 = \frac{f_1(x_1 - \overline{x})^2 + f_2(x_2 - \overline{x})^2 + \cdots + f_k(x_k - \overline{x})^2}{f_1 + f_2 + \cdots + f_k}$$

- ***Standard eltérés (szórás):*** $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

1. del / *1. rész*

Rešite vse naloge. / *Minden feladatot oldjon meg.*

1. Dano je število 12350214. Pazljivo preberite spodnje trditve. Če je trditev pravilna, obkrožite DA, če je nepravilna, pa NE.
Adott az 12350214 szám. Figyelmesen olvassa el az alábbi állításokat! Ha az állítás helyes, karikázza be az IGAZ szót, ha pedig hibás, akkor a HAMIS szót.

Število je deljivo z 1. *A szám osztható 1-gyel.*	DA *IGAZ*	NE *HAMIS*
Število je deljivo z 2. *A szám osztható 2-vel.*	DA *IGAZ*	NE *HAMIS*
Število je deljivo s 3. *A szám osztható 3-mal.*	DA *IGAZ*	NE *HAMIS*
Število je deljivo s 4. *A szám osztható 4-gyel.*	DA *IGAZ*	NE *HAMIS*
Število je deljivo s 5. *A szám osztható 5-tel.*	DA *IGAZ*	NE *HAMIS*
Število je deljivo s 6. *A szám osztható 6-tal.*	DA *IGAZ*	NE *HAMIS*
Število je deljivo z 9. *A szám osztható 9-cel.*	DA *IGAZ*	NE *HAMIS*
Število je deljivo z 10. *A szám osztható 10-zel.*	DA *IGAZ*	NE *HAMIS*

(4 točke/pont)

2. Dan je polinom $p(x) = -2x^4 + x^3 - 5$. Določite in zapišite:
Adott a $p(x) = -2x^4 + x^3 - 5$ *polinom. Határozza meg és írja fel:*

a) stopnjo polinoma
a polinom fokát ___________________________

b) prosti člen polinoma
a polinom konstans tagját ___________________________

c) vodilni koeficient polinoma
a polinom főegyütthatóját ___________________________

d) $p(0)$ ___________________________

(4 točke/pont)

3. Rešite sistem enačb:
Oldja meg az egyenletrendszert:

$$x - 3y = 1$$

$$7x + 12y = 40$$

(4 točke/pont)

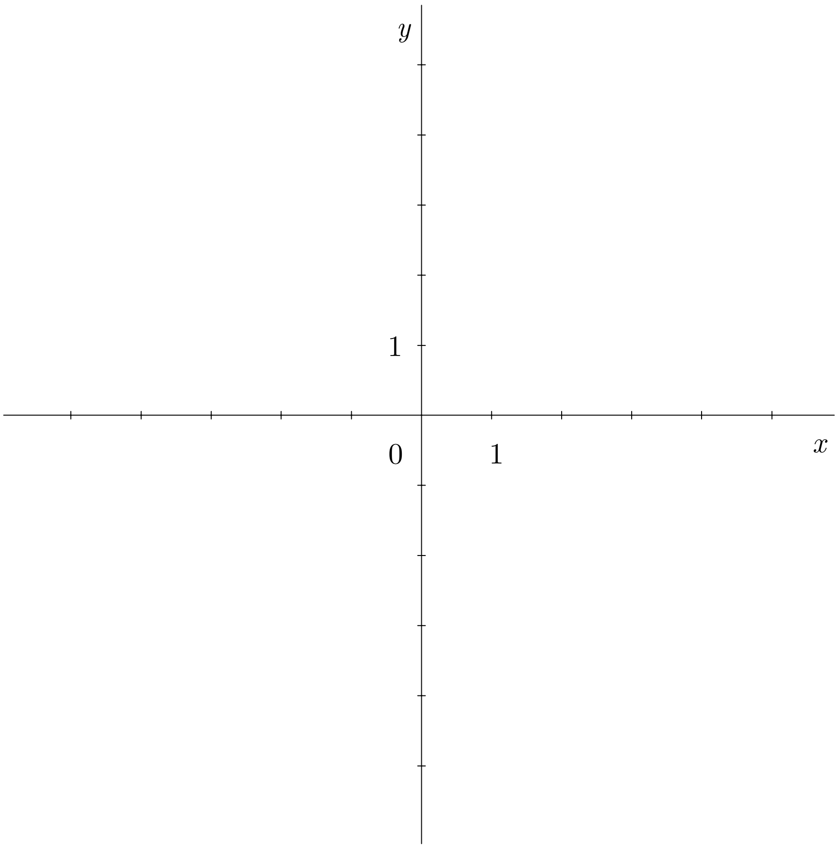
4. V trikotniku merita stranici $c = 10\ \mathrm{cm}$ in $b = 16\ \mathrm{cm}$. Kot med njima meri 62°. Izračunajte dolžino stranice a na centimeter natančno.
Egy háromszögben adottak a $c = 10\ \mathrm{cm}$ *és a* $b = 16\ \mathrm{cm}$ *oldalhosszúságok. A közbezárt szögük* 62°. *Számítsa ki az* a *oldal hosszúságát centiméter pontossággal!*

(4 točke/pont)

5. Natančno narišite graf funkcije $f(x) = x^2 - 4x + 4$.

Pontosan ábrázolja az $f(x) = x^2 - 4x + 4$ *függvény grafikonját!*

(4 točke/pont)



6. Dani sta števili $a = 240$ in $b = 165$. Število a povečajte za $15\ \%$, število b pa zmanjšajte za $20\ \%$. Izračunajte vsoto novih dveh števil.
Adottak az $a = 240$ *és a* $b = 165$ *számok. Az* a *számot növelje* 15% -kal, a b *számot pedig csökkentse* 20% *-kal! Számítsa ki a két új szám összegét!*

(5 točk/pont)

7. Rešite enačbo: $\log_x(5x-6)=2$.
Oldja meg a következő egyenletet: $\log_x(5x-6)=2$.

(5 točk/pont)

8. Pravilna 4-strana piramida je visoka $8\ \mathrm{cm}$, dolžina stranskega roba je $15\ \mathrm{cm}$. Narišite skico piramide in označite kot φ med osnovno ploskvijo in stranskim robom. Nato izračunajte velikost kota φ.

A szabályos négyoldalú gúla magassága $8\ \mathrm{cm}$, *oldalélének hossza* $15\ \mathrm{cm}$. *Rajzoljon ábrát, és jelölje be az alaplap és az oldalél által bezárt* φ *szöget! Majd számítsa ki a* φ *szög nagyságát!*

(5 točk/pont)

9. Števila $2,\ \sqrt{x},\ 8$ so prvi trije členi geometrijskega zaporedja. Izračunajte x in zapišite peti člen tega zaporedja.
A $2,\ \sqrt{x},\ 8$ *szám egy mértani sorozat első három tagja. Számítsa ki az* x *-et, és írja fel a sorozat ötödik tagját!*

(5 točk/pont)

2. del / *2. rész*

Izberite dve nalogi, obkrožite njuni zaporedni številki in ju rešite.
Válasszon két feladatot, karikázza be a sorszámukat, és oldja meg őket!

1. Dana je funkcija $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x^2+4x+4}$.

Adott az $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x^2+4x+4}$ *függvény.*

(Skupaj 15 točk/Összesen 15 pont)

a) Zapišite ničli in pol funkcije $f(x)$.
Írja fel az $f(x)$ *függvény két zérushelyét és pólusát!*

(4 točke/pont)

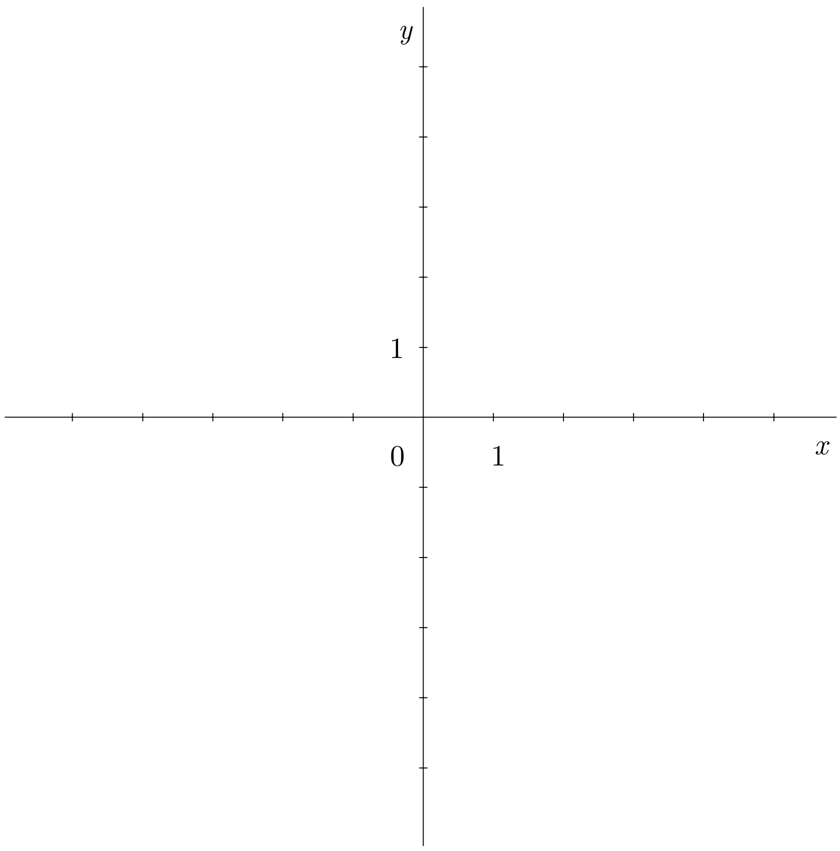
b) Zapišite enačbo vodoravne asimptote in narišite graf $f(x)$.
Írja fel a vízszintes aszimptotájának az egyenletét, és ábrázolja az $f(x)$ *grafikonját!*

(6 točk/pont)

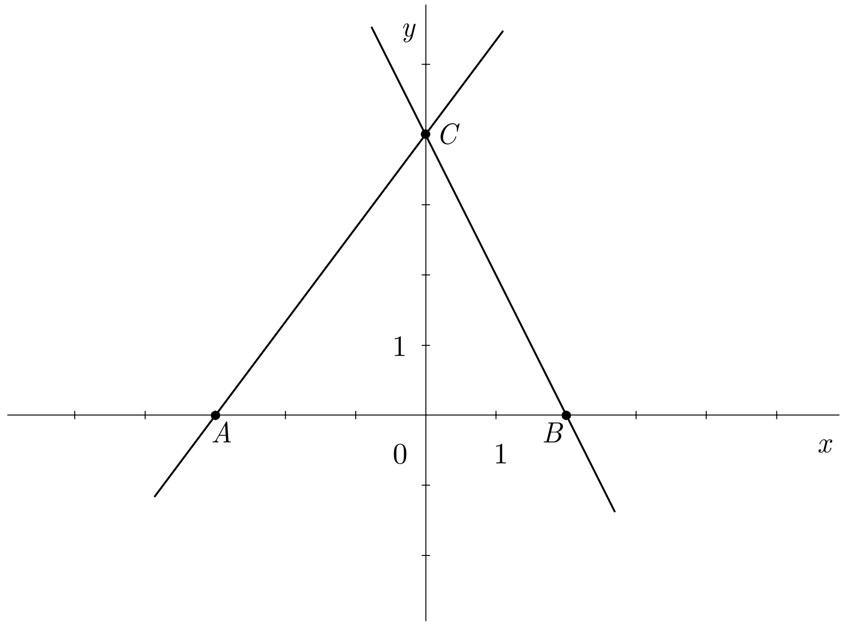
c) Natančno izračunajte vrednosti $f(0)$ in $f\left(-\dfrac{1}{2}\right)$.

Pontosan számítsa ki az $f(0)$ *és az* $f\left(-\dfrac{1}{2}\right)$ *értékét!*

(5 točk/pont)



2. Na sliki sta narisani premici.
A képen két egyenes látható.



(Skupaj 15 točk/Összesen 15 pont)

a) Zapišite koordinate točk A, B in C ter izračunajte razdaljo med točkama A in C.
Írja fel az A, B és C pontok koordinátáit, és számítsa ki az A és C pont távolságát!

(5 točk/pont)

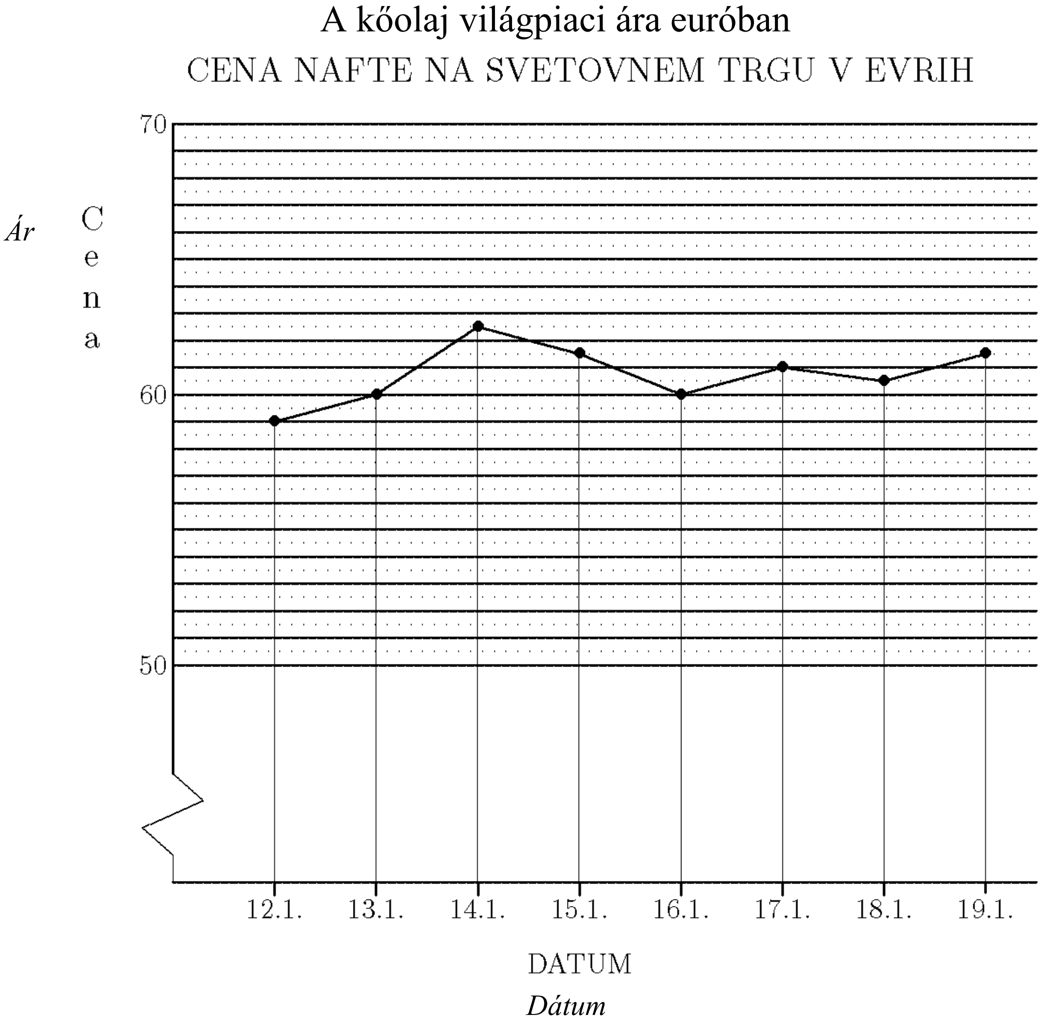
b) Zapišite enačbo premice skozi točki B in C.
Írja fel a B és C pontokra illeszkedő egyenes egyenletét!

(5 točk/pont)

c) Izračunajte velikost kota $\sphericalangle BCA$.
Számítsa ki a $\sphericalangle BCA$ szög nagyságát!

(5 točk/pont)

3. Na sliki so prikazane cene soda nafte na svetovnem trgu. Cene so v evrih.
A képen a kőolaj hordónkénti világpiaci ára látható. Az árak euróban vannak megadva.



(Skupaj 15 točk/Összesen 15 pont)

a) Preberite cene in jih zapišite v preglednico. Izračunajte povprečno ceno nafte od vključno 12. 1. do vključno 19. 1.
Olvassa le az árakat, és vigye be őket a táblázatba! Számítsa ki a kőolaj átlagárát az 1.12-től 1.19-ig terjedő időszakban.

(6 točk/pont)

b) Izračunajte največji porast cene med zaporednima dnevoma. Zapišite ga v odstotkih.
Számítsa ki a két egymást követő nap közötti legnagyobb árnövekedést! Írja fel ezt százalékban kifejezve!

(4 točke/pont)

c) Izračunajte prihranek pri nakupu 20000 sodov nafte, če je nakup opravljen 12. 1. namesto 14. 1.
Számítsa ki a megtakarítást 20000 hordó kőolaj esetén, ha 1.12-én vásároltuk volna 1.14-e helyett.

(5 točk/pont)

Datum/*Dátum*								
Cena/*Ár*								

Prazna stran
Üres oldal

Prazna stran
Üres oldal

Prazna stran

Üres oldal