Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center

SPOMLADANSKI IZPITNI ROK
TAVASZI VIZSGAIDŐSZAK

P091C10111M

MATEMATIKA

Izpitna pola / *Feladatlap*

Sobota, 6. junij 2009 / 120 minut
2009. június 6., szombat / 120 perc

Dovoljeno gradivo in pripomočki:
Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, numerično žepno računalo brez grafičnega zaslona in možnosti simbolnega računanja, šestilo, trikotnik (geotrikotnik), ravnilo, kotomer in trigonir.
Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.

Engedélyezett segédeszközök:
A jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, algebrai számítási rendszer lehetőség nélküli és csak műveleteket végző zsebszámológépet , körzőt, háromszögvonalzót (geo-háromszögvonalzót), vonalzót és szögmérőt és trigonirt (360°-os szögmérőt) hoz magával.
A jelölt egy értékelő lapot és két pótlapot is kap a vázlatkészítéshez.

POKLICNA MATURA
SZAKMAI ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Ta pola ima 24 strani, od tega 3 prazne.
A feladatlap terjedelme 24 oldal, ebből 3 üres.

© RIC 2009

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.
Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite oziroma vpišite svojo šifro v okvirček desno zgoraj na prvi strani in na ocenjevalni obrazec ter na konceptna lista.

Izpitna pola ima dva dela. Prvi del vsebuje 9 nalog. Drugi del vsebuje 3 naloge, izmed katerih izberite in rešite dve. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 70, od tega 40 v prvem delu in 30 v drugem delu. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s formulami na 3. in 4. strani.

V preglednici z "x" zaznamujte, kateri dve nalogi v drugem delu naj ocenjevalec oceni. Če tega ne boste storili, bo ocenil prvi dve nalogi, ki ste ju reševali.

1	2	3

Rešitve pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom in jih vpisujte v izpitno polo v za to predvideni prostor; grafe funkcij, geometrijske skice in risbe pa rišite s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev napišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z nič (0) točkami. Osnutke rešitev lahko napišete na konceptna lista, vendar se ti pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót!

Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg azt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

Ragassza, illetve írja be kódszámát a feladatlap első oldalának jobb felső sarkában levő keretbe, az értékelő lapokra és a vázlathoz kapott pótlapokra!

A feladatlap két részből áll. Az első rész 9 feladatot tartalmaz. A második részben 3 feladat van, ebből kettőt oldjon meg! Összesen 70 pont érhető el: 40 pont az első, 30 pont a második részben. A feladatlapban a feladatok mellett feltüntettük az elérhető pontszámot is. A feladatok megoldásakor használhatja az 5. és 6. oldalon található képletgyűjteményt.

A táblázatban jelölje meg x-szel, a második rész melyik két feladatát értékelje az értékelő! *Ha ezt nem teszi meg, az értékelő tanár az első két megoldott feladatot értékeli.*

1.	*2.*	*3.*

Válaszait töltőtollal vagy golyóstollal írja a feladatlap erre kijelölt helyére, a függvénygrafikonokat, a mértani ábrákat és a rajzokat ceruzával rajzolja be! Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd válaszát írja le újra! Az olvashatatlan megoldásokat és a nem egyértelmű javításokat nulla (0) ponttal értékeljük. Vázlatát írja a pótlapokra, ám azt az értékelés során nem vesszük figyelembe.

A válasznak tartalmaznia kell a megoldásig vezető műveletsort, az összes köztes számítással és következtetéssel együtt. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékeljék!

Bízzon önmagában és képességeiben! Eredményes munkát kívánunk!

FORMULE

1. Pravokotni koordinatni sistem v ravnini, linearna funkcija

- **Razdalja dveh točk v ravnini:** $d(A,B)=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$
- **Linearna funkcija:** $f(x)=kx+n$
- **Smerni koeficient:** $k=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$
- **Naklonski kot premice:** $k=\tan\varphi$
- **Kot med premicama:** $\tan\varphi=\left|\dfrac{k_2-k_1}{1+k_1\cdot k_2}\right|$

2. Ravninska geometrija (ploščine likov so označene s S)

- **Trikotnik:** $S=\dfrac{c\cdot v_c}{2}=\dfrac{1}{2}ab\sin\gamma$

  $S=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s=\dfrac{a+b+c}{2}$
- **Polmera trikotniku očrtanega (R) in včrtanega (r) kroga:** $R=\dfrac{abc}{4S}$, $r=\dfrac{S}{s}$, $\left(s=\dfrac{a+b+c}{2}\right)$
- **Enakostranični trikotnik:** $S=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$, $v=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, $r=\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$, $R=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$
- **Deltoid, romb:** $S=\dfrac{e\cdot f}{2}$
- **Trapez:** $S=\dfrac{a+c}{2}\cdot v$
- **Paralelogram:** $S=ab\sin\alpha$
- **Romb:** $S=a^2\sin\alpha$
- **Dolžina krožnega loka:** $l=\dfrac{\pi r\alpha^\circ}{180^\circ}$
- **Ploščina krožnega izseka:** $S=\dfrac{\pi r^2\alpha^\circ}{360^\circ}$
- **Sinusni izrek:** $\dfrac{a}{\sin\alpha}=\dfrac{b}{\sin\beta}=\dfrac{c}{\sin\gamma}=2R$
- **Kosinusni izrek:** $a^2=b^2+c^2-2bc\cos\alpha$

3. Površine in prostornine geometrijskih teles (S je ploščina osnovne ploskve)

- **Prizma:** $P=2S+S_{pl}$, $V=S\cdot v$
- **Valj:** $P=2\pi r^2+2\pi rv$, $V=\pi r^2 v$
- **Piramida:** $P=S+S_{pl}$, $V=\dfrac{1}{3}S\cdot v$
- **Stožec:** $P=\pi r(r+s)$, $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2 v$
- **Krogla:** $P=4\pi r^2$, $V=\dfrac{4\pi r^3}{3}$

4. Kotne funkcije

- $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
- $\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$
- $1 + \tan^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$
- $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

5. Kvadratna funkcija, kvadratna enačba

- $f(x) = ax^2 + bx + c$

Teme: $T(p,q)$, $p = \dfrac{-b}{2a}$, $q = \dfrac{-D}{4a}$, $D = b^2 - 4ac$

- $ax^2 + bx + c = 0$

Ničli: $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

6. Logaritmi

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a x^n = n\log_a x$
- $\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_b x = \dfrac{\log_a x}{\log_a b}$
- $\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

7. Zaporedja

- **Aritmetično zaporedje:** $a_n = a_1 + (n-1)d$, $s_n = \dfrac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$
- **Geometrijsko zaporedje:** $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, $s_n = a_1 \cdot \dfrac{q^n - 1}{q - 1}$
- **Navadno obrestovanje:** $G_n = G_0 + o$, $o = \dfrac{G_0 \cdot n \cdot p}{100}$
- **Obrestno obrestovanje:** $G_n = G_0 r^n$, $r = 1 + \dfrac{p}{100}$

8. Statistika

- **Srednja vrednost (aritmetična sredina):** $\overline{x} = \dfrac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}$

$$\overline{x} = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + \ldots + f_kx_k}{f_1 + f_2 + \ldots + f_k}$$

KÉPLETEK

1. A derékszögű koordináta-rendszer a síkban, a lineáris függvény

- **Két pont távolsága a síkban:** $d(A,B)=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$
- **Lineáris függvény:** $f(x)=kx+n$
- **A lineáris függvény iránytényezője:** $k=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$
- **Az egyenes hajlásszöge:** $k=\tan\varphi$
- **Két egyenes hajlásszöge:** $\tan\varphi=\left|\dfrac{k_2-k_1}{1+k_1\cdot k_2}\right|$

2. Síkmértan (a síkidomok területe S -sel van jelölve)

- **Háromszög:** $S=\dfrac{c\cdot v_c}{2}=\dfrac{1}{2}ab\sin\gamma$

  $S=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s=\dfrac{a+b+c}{2}$
- **A háromszög köré írható kör sugara** (R) **és a háromszögbe írható kör sugara** (r)**:**

  $R=\dfrac{abc}{4S}$, $r=\dfrac{S}{s}$, $\left(s=\dfrac{a+b+c}{2}\right)$
- **Egyenlő oldalú háromszög:** $S=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$, $v=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, $r=\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$, $R=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$
- **Deltoid, rombusz:** $S=\dfrac{e\cdot f}{2}$
- **Trapéz:** $S=\dfrac{a+c}{2}\cdot v$
- **Paralelogramma:** $S=ab\sin\alpha$
- **Rombusz:** $S=a^2\sin\alpha$
- **A körív hossza:** $l=\dfrac{\pi r\alpha^\circ}{180^\circ}$
- **A körcikk területe:** $S=\dfrac{\pi r^2\alpha^\circ}{360^\circ}$
- **Szinusztétel:** $\dfrac{a}{\sin\alpha}=\dfrac{b}{\sin\beta}=\dfrac{c}{\sin\gamma}=2R$
- **Koszinusztétel:** $a^2=b^2+c^2-2bc\cos\alpha$

3. A mértani testek felszíne és térfogata (az S az alaplap területe)

- **Hasáb:** $P=2S+S_{pl}$, $V=S\cdot v$
- **Henger:** $P=2\pi r^2+2\pi rv$, $V=\pi r^2 v$
- **Gúla:** $P=S+S_{pl}$, $V=\dfrac{1}{3}S\cdot v$
- **Kúp:** $P=\pi r\cdot(r+s)$, $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2\cdot v$
- **Gömb:** $P=4\pi r^2$, $V=\dfrac{4\pi r^3}{3}$

4. Szögfüggvények

- $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
- $\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$
- $1 + \tan^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$
- $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

5. Másodfokú függvény, másodfokú egyenlet

- $f(x) = ax^2 + bx + c$

Tengelypont: $T(p,q),\ p = \dfrac{-b}{2a},\ q = \dfrac{-D}{4a},$

- $ax^2 + bx + c = 0$

Zérushelyek: $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{D}}{2a},\ D = b^2 - 4ac$

6. Logaritmusok

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n\log_a x$
- $\log_b x = \dfrac{\log_a x}{\log_a b}$

7. Sorozatok

- **Számtani sorozat:** $a_n = a_1 + (n-1)d,\ s_n = \dfrac{n}{2}\left(2a_1 + (n-1)d\right)$
- **Mértani sorozat:** $a_n = a_1 \cdot q^{n-1},\ s_n = a_1 \cdot \dfrac{q^n - 1}{q - 1}$
- **Kamatszámítás**: $G_n = G_0 + o,\ o = \dfrac{G_0 \cdot n \cdot p}{100}$
- **Kamatoskamat-számítás:** $G_n = G_0 r^n,\ r = 1 + \dfrac{p}{100}$

8. Statisztika

- **Középérték (számtani közép):** $\overline{x} = \dfrac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$

$$\overline{x} = \frac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \cdots + f_k \cdot x_k}{f_1 + f_2 + \cdots + f_k}$$

1. del / *1. rész*

Rešite vse naloge. / *Minden feladatot oldjon meg.*

1. Število 870 razcepite na prafaktorje. Zapišite najmanjše in največje praštevilo, ki deli to število.

   Bontsa prímtényezők szorzatára a $870 - et$ *! Írja fel azt a legkisebb és a legnagyobb prímszámot, amely osztója ennek a számnak!*

(4 točke/pont)

2. Za $a=-2$ in $b=\dfrac{3}{4}$ izračunajte vrednost izraza $(3a+4b)^2-24ab$.

Az $a=-2$ *és* $b=\dfrac{3}{4}$ *feltétel esetén számítsa ki a* $(3a+4b)^2-24ab$ *kifejezés értékét!*

(4 točke/pont)

3. Če je trditev pravilna, obkrožite DA, če je nepravilna, pa NE.

Ha az állítás helyes, karikázza be az IGAZ, ha pedig hibás, akkor a HAMIS szót!

a) Polinom $p(x)=2x^3+x+1$ ima ničlo $x=1$. *A* $p(x)=2x^3+x+1$ *polinom zérushelye az* $x=1$.	DA *IGAZ*	NE *HAMIS*
b) Graf polinoma $p(x)=-2x^4+3x^2-x-1$ seka ordinatno os v točki $P(0,-2)$. *A* $p(x)=-2x^4+3x^2-x-1$ *polinom grafikonja az ordinátatengelyt a* $P(0,-2)$ *pontban metszi.*	DA *IGAZ*	NE *HAMIS*
c) Racionalna funkcija $f(x)=\frac{x-1}{2-x}$ ima pol $x=2$. *Az* $f(x)=\frac{x-1}{2-x}$ *racionális törtfüggvény pólusa* $x=2$.	DA *IGAZ*	NE *HAMIS*
d) Abscisna os je vodoravna asimptota funkcije $f(x)=\frac{2}{x+3}$. *Az abszcisszatengely az* $f(x)=\frac{2}{x+3}$ *függvény vízszintes aszimptotája.*	DA *IGAZ*	NE *HAMIS*

(4 točke/pont)

4. V enakokrakem trapezu $ABCD$ meri kot $\alpha = 78^\circ$. Narišite skico trapeza, označite vse notranje kote in izračunajte njihove velikosti.

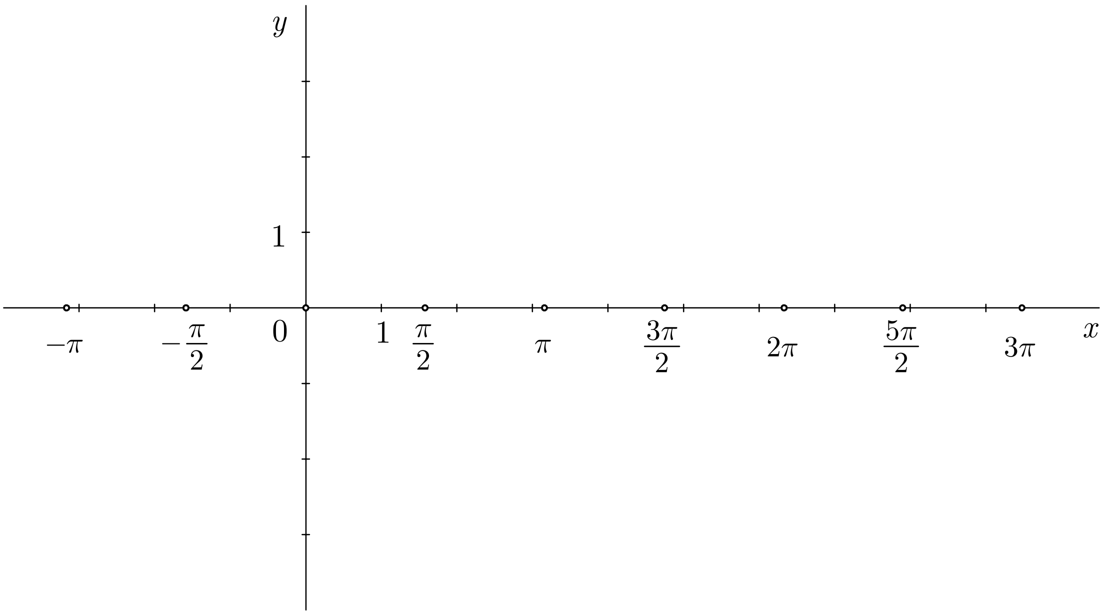
Az $ABCD$ *egyenlő szárú trapézban az* $\alpha = 78^\circ$ *. Rajzoljon ábrát, jelölje be az összes belső szöget, és számítsa ki a nagyságukat!*

(4 točke/pont)

5. Narišite graf funkcije $f(x) = \sin x$ na intervalu $(-\pi, 3\pi)$. Zapišite definicijsko območje in zalogo vrednosti funkcije $f(x)$.

Ábrázolja az $f(x) = \sin x$ függvény grafikonját a $(-\pi, 3\pi)$ intervallumon! Írja fel az $f(x)$ függvény értelmezési tartományát és értékkészletét!

(4 točke/pont)



6. Tone je za $2{,}5\ \mathrm{kg}$ banan in $1\ \mathrm{kg}$ mandarin plačal 4 evre, Jože pa je v isti trgovini za $1\ \mathrm{kg}$ banan in $3\ \mathrm{kg}$ mandarin dal $5{,}5$ evra. Koliko stane kilogram banan in koliko kilogram mandarin v tej trgovini?

   Tóni $2{,}5\ \mathrm{kg}$ *banánért és* $1\ \mathrm{kg}$ *mandarinért 4 eurót fizetett, Józsi pedig ugyanabban a boltban* $1\ \mathrm{kg}$ *banánért és* $3\ \mathrm{kg}$ *mandarinért* $5{,}5$ *eurót adott. Mennyibe kerül a banán és mennyibe a mandarin kilója ebben a boltban?*

(5 točk/pont)

7. Rešite enačbi:

Oldja meg a következő egyenleteket:

a) $|x-2|=1$

b) $3^{x-2}=1$

(5 točk/pont)

8. Vrt ima obliko pravokotnika z dolžino $10\ \mathrm{m}$ in širino $6\ \mathrm{m}$. Gospodar bo vrt po dolžini povečal za $20\ \%$ in po širini zmanjšal za $15\ \%$. Izračunajte, za koliko kvadratnih metrov (m^2) se bo spremenila ploščina vrta.

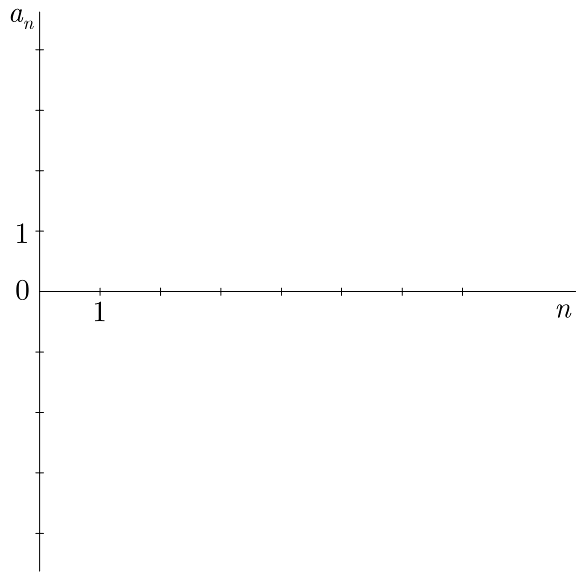
A téglalap alakú kert hosszúsága $10\ \mathrm{m}$*, szélessége* $6\ \mathrm{m}$. *A gazda a kert hosszúságát* 20%*-kal fogja növelni, szélességét pedig* 15%*-kal csökkenteni. Számítsa ki, hány négyzetméterrel* (m^2) *fog változni a kert területe!*

(5 točk/pont)

9. Dan je splošni člen zaporedja $a_n = 8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n - 1$. Izračunajte prve štiri člene in narišite graf zaporedja.

Adott az $a_n = 8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n - 1$ *sorozat általános tagja. Számítsa ki az első négy tagot, és ábrázolja a sorozat grafikonját!*

(5 točk/pont)

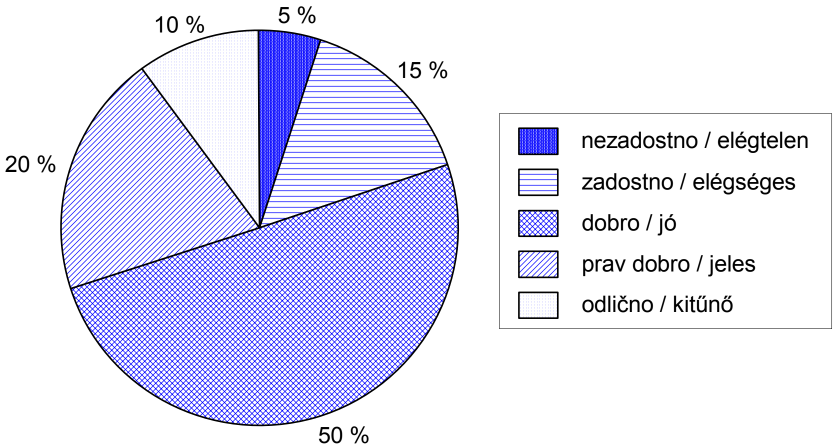


2. del / *2. rész*

Izberite dve nalogi, obkrožite njuni zaporedni številki in ju rešite.
Válasszon két feladatot, karikázza be a sorszámukat, és oldja meg őket!

1. Na šoli je 300 dijakov. Frekvenčni kolač (strukturni krog) prikazuje njihove ocene pri matematiki.

   Az iskolában 300 diák van. A kördiagram a matematikából szerzett osztályzatukat mutatja be.



(Skupaj 15 točk/Összesen 15 pont)

a) Podatke napišite v razpredelnico 1.

Írja be az adatokat az 1. számú táblázatba!

(5 točk/pont)

b) Izračunajte povprečno oceno pri matematiki na tej šoli.

Számítsa ki a matematikajegyek átlagát ebben az iskolában!

(4 točke/pont)

c) Izračunajte središčne kote, ki pripadajo posamezni oceni v strukturnem krogu. Izračunane kote vpišite v razpredelnico 2.

Számítsa ki az egyes osztályzatokhoz tartozó középponti szögeket a kördiagramban! A kiszámított szögeket írja be a 2. számú táblázatba!

(6 točk/pont)

Razpredelnica 1 / *1. számú táblázat*

Ocena *osztályzat*	nezadostno *elégtelen*	zadostno *elégséges*	dobro *jó*	prav dobro *jeles*	odlično *kitűnő*
Število dijakov (frekvenca) *a diákok száma (gyakoriság)*					

Razpredelnica 2 / *2. számú táblázat*

Ocena *osztályzat*	nezadostno *elégtelen*	zadostno *elégséges*	dobro *jó*	prav dobro *jeles*	odlično *kitűnő*
Središčni kot *középponti szög*					

2. Dani sta parabola $y = x^2 - 2x + 2$ in premica $y = 2x - 1$.

Adott az $y = x^2 - 2x + 2$ parabola és az $y = 2x - 1$ egyenes.

(Skupaj 15 točk/Összesen 15 pont)

a) Izračunajte koordinate presečišč parabole in premice.

Számítsa ki a parabola és az egyenes két metszéspontjának koordinátáit!

(5 točk/pont)

b) Parabolo in premico natančno narišite v isti koordinatni sistem.

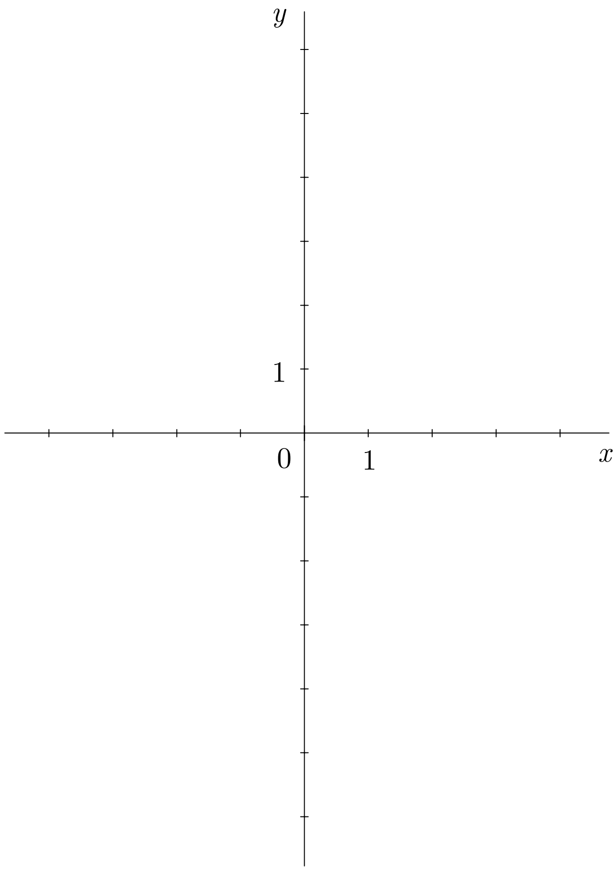
Pontosan ábrázolja a parabolát és az egyenest ugyanabban a koordináta-rendszerben!

(6 točk/pont)

c) Izračunajte kot, ki ga premica oklepa z abscisno osjo. Kot zapišite v stopinjah in minutah.

Számítsa ki az egyenes és az abszcisszatengely által bezárt szöget! A szöget írja fel fokokban és percekben kifejezve!

(4 točke/pont)



3. List papirja ima obliko pravokotnika z dolžino $30\ \mathrm{cm}$ in širino $20\ \mathrm{cm}$.

Egy téglalap alakú papírlap hosszúsága $30\ \mathrm{cm}$, *szélessége pedig* $20\ \mathrm{cm}$.

(Skupaj 15 točk/Összesen 15 pont)

a) List zvijemo v plašč valja tako, da je krajša stranica višina valja.
Izračunajte površino tako nastalega valja.

A lapot összetekerjük úgy, hogy egy henger palástját kapjuk, amelynek magassága a lap rövidebb oldala.
Számítsa ki az így keletkezett henger felszínét!

(6 točk/pont)

b) List naj bo plašč pravilne 4-strane prizme z višino, ki je enaka dolžini krajše stranice.
Izračunajte površino tako nastale prizme.

A lap legyen egy szabályos négyoldalú hasáb palástja, amelynek magassága egyenlő a rövidebb oldal hosszával.
Számítsa ki az így keletkezett hasáb felszínét!

(6 točk/pont)

c) Za koliko odstotkov je površina valja večja od površine prizme?

Hány százalékkal nagyobb a henger felszíne a hasáb felszínénél?

(3 točke/pont)

Prazna stran

Üres oldal

Prazna stran
Üres oldal

Prazna stran

Üres oldal