



Codice del candidato:

Državni izpitni center



SESSIONE AUTUNNALE

# MATEMATICA

Prova d'esame

**Martedì, 25 agosto 2009 / 120 minuti**

*Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, di una calcolatrice tascabile priva di interfaccia grafica e possibilità di calcolo letterale, nonché di compasso, squadra, righello, goniometro e "trigonir".  
Al candidato vengono consegnati due fogli per la minuta e una scheda di valutazione.*

**MATURITÀ PROFESSIONALE**

## INDICAZIONI PER I CANDIDATI

**Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.**

**Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.**

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra, sulla scheda di valutazione e sui fogli della minuta.

La prova d'esame si compone di due parti. La prima parte comprende 9 quesiti. Nella seconda parte sono proposti tre quesiti: sceglietene due e risolvetele. Il punteggio massimo che potete conseguire nella prova è di 70 punti, di cui 40 nella prima parte e 30 nella seconda. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate alle pagine 2 e 3.

**Nella seguente tabella segnate con una "x" i numeri corrispondenti ai quesiti da voi scelti nella seconda parte.**

In mancanza di vostre indicazioni, il valutatore procederà alla correzione dei primi due quesiti in cui avrà trovato delle domande risolte.

1	2	3

Scrivete le vostre risposte negli spazi appositamente previsti all'interno della prova utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera. Disegnate a matita i grafici delle funzioni. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto ad essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile verrà assegnato il punteggio di zero (0). Utilizzate i fogli della minuta solo per l'impostazione delle soluzioni, in quanto essi non verranno sottoposti a valutazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

*La prova si compone di 20 pagine, di cui 2 bianche.*

## FORMULE

**1. Sistema di coordinate cartesiane nel piano,  
funzione lineare**

- **Distanza tra due punti nel piano:**  $d(A, B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- **Funzione lineare:**  $f(x) = kx + n$
- **Coefficiente angolare:**  $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- **Angolo d'inclinazione della retta:**  $k = \tan \varphi$
- **Angolo tra due rette:**  $\tan \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2} \right|$

**2. Geometria del piano (le aree delle figure sono indicate con  $A$ )**

- **Triangolo:**  $A = \frac{c \cdot h_c}{2} = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$   
 $A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ ,  $s = \frac{a+b+c}{2}$
- **Raggio della circonferenza inscritta ( $r$ ) e di quella circoscritta ( $R$ ) a un triangolo:**  
 $r = \frac{A}{s}$ ,  $\left( s = \frac{a+b+c}{2} \right)$ ;  $R = \frac{abc}{4A}$
- **Triangolo equilatero:**  $A = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$ ,  $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ ,  $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$ ,  $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
- **Rombo e romboide:**  $A = \frac{e \cdot f}{2}$     • **Rombo:**  $A = a^2 \sin \alpha$     • **Trapezio:**  $A = \frac{a+c}{2} \cdot h$
- **Parallelogramma:**  $A = ab \sin \alpha$
- **Lunghezza di un arco di circonferenza:**  $l = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$
- **Area di un settore circolare:**  $A = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$
- **Teorema dei seni:**  $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
- **Teorema del coseno:**  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

**3. Aree e volumi di solidi ( $B$  indica l'area di base)**

- **Prisma:**  $A_t = 2B + A_l$ ,  $V = B \cdot h$
- **Piramide:**  $A_t = B + A_l$ ,  $V = \frac{1}{3} B \cdot h$
- **Sfera:**  $A_t = 4\pi r^2$ ,  $V = \frac{4\pi r^3}{3}$
- **Cilindro:**  
 $A_t = 2\pi r^2 + 2\pi r h$ ,  $V = \pi r^2 h$
- **Cono:**  $A_t = \pi r(r + l)$ ,  $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$

#### 4. Funzioni goniometriche

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

#### 5. Funzioni ed equazioni di secondo grado

- $f(x) = ax^2 + bx + c$       **Vertice:**  $V(p, q)$ ,  $p = \frac{-b}{2a}$ ,  $q = \frac{-D}{4a}$ ,  $D = b^2 - 4ac$
- $ax^2 + bx + c = 0$       **Zeri:**  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

#### 6. Logaritmi

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$
- $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$

#### 7. Successioni

- **Progressione aritmetica:**  $a_n = a_1 + (n-1)d$ ,  $s_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$
- **Progressione geometrica:**  $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ ,  $s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$
- **Montante a capitalizzazione semplice:**  $M = C + I$ ;  $I = \frac{C \cdot n \cdot p}{100}$
- **Montante a capitalizzazione composta:**  $M = C(1+i)^n$ ,  $i = \frac{p}{100}$

#### 8. Statistica

- **Valore medio (media aritmetica):**  $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_k}{k}$ ,  
 $\bar{x} = \frac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \dots + f_k \cdot x_k}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$

**Pagina bianca**

**Parte prima**  
**Risolvete tutti i quesiti.**

1. Segnate con un "SÌ" le uguaglianze corrette e con un "NO" quelle errate.

a)  $x \cdot x \cdot x = 3x$

b)  $2y \cdot 2y \cdot 2y = 6y^3$

c)  $x^2 \cdot x^{-2} = 1$

d)  $x^2 \cdot x^3 = x^5$

*(4 punti)*

2. Calcolate il valore esatto dell'espressione:  $\sqrt{1 + \sqrt[3]{27}} - 2\sqrt[4]{16}$ .

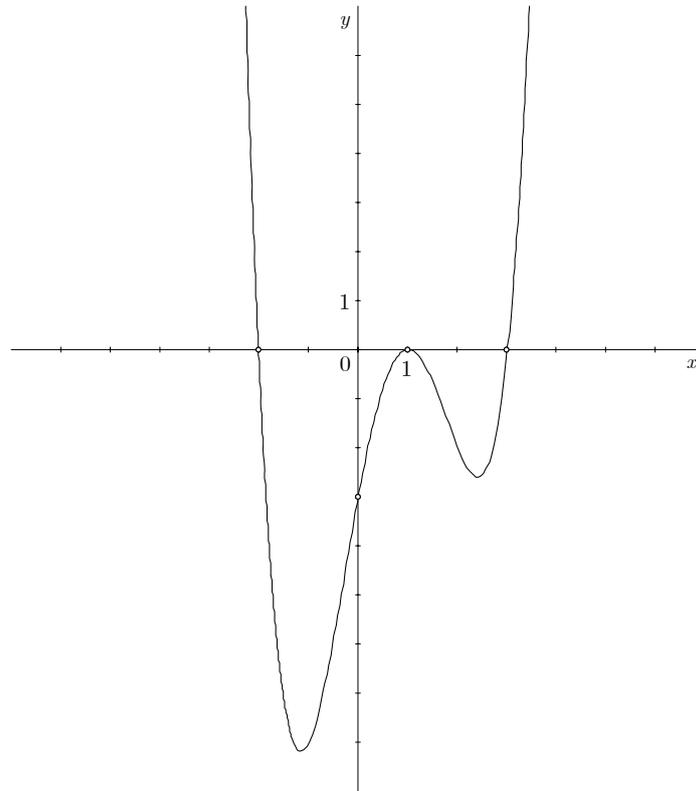
*(4 punti)*

3. Durante una gara di ciclismo il 20 % dei corridori abbandona la competizione. Se al traguardo arrivano 72 ciclisti, quanti ce n'erano all'inizio della gara?

*(4 punti)*

4. La figura sottostante rappresenta il grafico di un polinomio di quarto grado. Scrivete gli zeri del polinomio e il punto d'intersezione del grafico con l'asse delle ordinate.

(4 punti)



Zeri del polinomio:

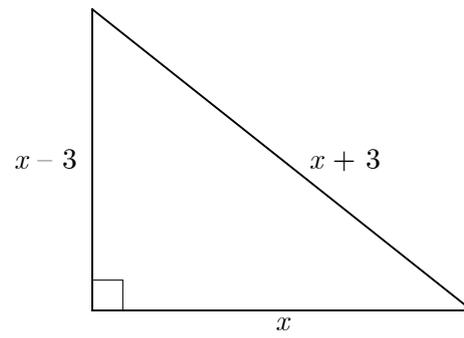
Intersezione del grafico con l'asse delle ordinate:

5. Risolvete l'equazione:  $\log(2x + 1) = 2$ .

*(4 punti)*

6. Calcolate le lunghezze dei lati del triangolo rettangolo disegnato nella figura sottostante.

(5 punti)

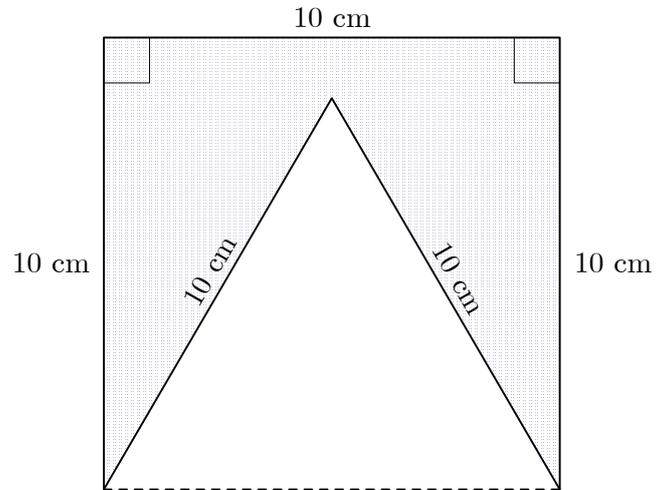


7. Disegnate la retta di equazione  $y = 2x + 5$  e calcolate l'angolo d'inclinazione che essa determina con l'asse delle ascisse, esprimendone l'ampiezza in gradi e minuti.

*(5 punti)*

8. Calcolate l'area della parte ombreggiata della figura sottostante. Esprimate il risultato con una precisione di un decimo.

(5 punti)



9. Nelle righe sottostanti sono scritte due progressioni geometriche. Scrivete i termini mancanti negli appositi riquadri. Scrivete anche i rispettivi valori della ragione  $q$ .

a) 27, 9, 3,   $q =$

b) 2, , 8, 16,   $q =$

(5 punti)

**Parte seconda****Scegliete due quesiti, cerchiatene i numeri e risolvete.**

1. Sia data la funzione razionale  $f(x) = \frac{x+2}{x^2-2x+1}$ .

*(Totale 15 punti)*

a) Determinate lo zero della funzione, il polo, l'equazione dell'asintoto orizzontale e l'intersezione del grafico della funzione  $f(x)$  con l'asse delle ordinate.

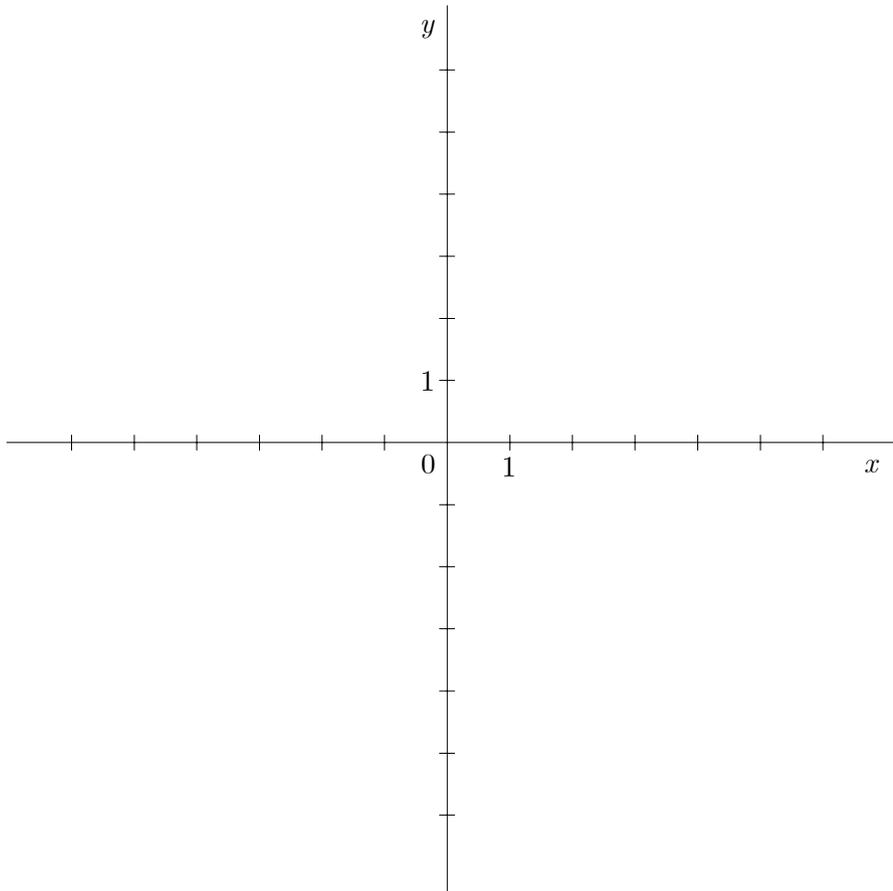
*(4 punti)*

b) Tracciate il grafico di  $f(x)$ .

*(5 punti)*

c) Risolvete l'equazione  $f(x) = \frac{2}{x-1}$ .

*(6 punti)*





2. Dieci studenti hanno aderito a una raccolta di denaro a scopo di beneficenza. Gli importi che essi hanno donato formano una progressione aritmetica. L'importo minimo equivale a 10 Euro mentre il quinto importo in progressione equivale a 20 Euro.

*(Totale 15 punti)*

a) A quanto equivale il decimo importo?

*(6 punti)*

b) Quale somma hanno raccolto in totale gli studenti?

*(4 punti)*

c) Quale percentuale della somma raccolta rappresenta l'importo maggiore?

*(5 punti)*



3. Un rettangolo i cui lati misurano 10 cm e 4 cm viene fatto ruotare di  $360^\circ$  attorno al lato maggiore.

*(Totale 15 punti)*

- a) Eseguite uno schizzo della figura e poi calcolate con una precisione del  $\text{mm}^2$  l'area totale del cilindro generato da tale rotazione. *(6 punti)*
- b) Calcolate quale deve essere la lunghezza massima di un bastoncino rigido, nel caso in cui volessimo nascondere quest'ultimo all'interno del cilindro. *(4 punti)*
- c) Quale angolo determinerebbe tale bastoncino con la base del cilindro? Segnate l'angolo sullo schizzo da voi eseguito. *(5 punti)*



**Pagina bianca**