Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center

P092C10111M

JESENSKI IZPITNI ROK
ŐSZI VIZSGAIDŐSZAK

MATEMATIKA

Izpitna pola / *Feladatlap*

Torek, 25. avgust 2009 / 120 minut
2009. augusztus 25., kedd / 120 perc

Dovoljeno gradivo in pripomočki:
Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, numerično žepno računalo brez grafičnega zaslona in možnosti simbolnega računanja, šestilo, trikotnik (geotrikotnik), ravnilo, kotomer in trigonir.
Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.

Engedélyezett segédeszközök:
A jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, algebrai számítási rendszer lehetőség nélküli és csak műveleteket végző zsebszámológépet, körzőt, háromszögvonalzót (geo-háromszögvonalzót), vonalzót, szögmérőt és trigonirt (360°-os szögmérőt) hoz magával.
A jelölt egy értékelő lapot és két pótlapot is kap a vázlatkészítéshez.

POKLICNA MATURA
SZAKMAI ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Ta pola ima 24 strani, od tega 3 prazne.
A feladatlap terjedelme 24 oldal, ebből 3 üres.

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite oziroma vpišite svojo šifro v okvirček desno zgoraj na prvi strani in na ocenjevalni obrazec ter na konceptna lista.

Izpitna pola ima dva dela. Prvi del vsebuje 9 nalog. Drugi del vsebuje 3 naloge, izmed katerih izberite in rešite dve. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 70, od tega 40 v prvem delu in 30 v drugem delu. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s formulami na 3. in 4. strani.

V preglednici z "x" zaznamujte, kateri dve nalogi v drugem delu naj ocenjevalec oceni. Če tega ne boste storili, bo ocenil prvi dve nalogi, ki ste ju reševali.

1	2	3

Rešitve pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom in jih vpisujte v izpitno polo v za to predvideni prostor; grafe funkcij, geometrijske skice in risbe pa rišite s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev napišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z nič (0) točkami. Osnutke rešitev lahko napišete na konceptna lista, vendar se ti pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót!

Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg azt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

Ragassza, illetve írja be kódszámát a feladatlap első oldalának jobb felső sarkában levő keretbe, az értékelő lapokra és a vázlathoz kapott pótlapokra!

A feladatlap két részből áll. Az első rész 9 feladatot tartalmaz. A második részben 3 feladat van, ebből kettőt oldjon meg! Összesen 70 pont érhető el: 40 pont az első, 30 pont a második részben. A feladatlapban a feladatok mellett feltüntettük az elérhető pontszámot is. A feladatok megoldásakor használhatja az 5. és 6. oldalon található képletgyűjteményt.

A táblázatban jelölje meg x-szel, a második rész melyik két feladatát értékelje az értékelő! *Ha ezt nem teszi meg, az értékelő tanár az első két megoldott feladatot értékeli.*

1.	*2.*	*3.*

Válaszait töltőtollal vagy golyóstollal írja a feladatlap erre kijelölt helyére, a függvénygrafikonokat, a mértani ábrákat és a rajzokat ceruzával rajzolja be! Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd válaszát írja le újra! Az olvashatatlan megoldásokat és a nem egyértelmű javításokat nulla (0) ponttal értékeljük. Vázlatát írja a pótlapokra, ám azt az értékelés során nem vesszük figyelembe.

A válasznak tartalmaznia kell a megoldásig vezető műveletsort, az összes köztes számítással és következtetéssel együtt. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékeljék!

Bízzon önmagában és képességeiben! Eredményes munkát kívánunk!

FORMULE

1. Pravokotni koordinatni sistem v ravnini, linearna funkcija

- **Razdalja dveh točk v ravnini:** $d(A,B)=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$
- **Linearna funkcija:** $f(x)=kx+n$
- **Smerni koeficient:** $k=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$
- **Naklonski kot premice:** $k=\tan\varphi$
- **Kot med premicama:** $\tan\varphi=\left|\dfrac{k_2-k_1}{1+k_1\cdot k_2}\right|$

2. Ravninska geometrija (ploščine likov so označene s S)

- **Trikotnik:** $S=\dfrac{c\cdot v_c}{2}=\dfrac{1}{2}ab\sin\gamma$

  $S=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s=\dfrac{a+b+c}{2}$
- **Polmera trikotniku očrtanega (R) in včrtanega (r) kroga:** $R=\dfrac{abc}{4S}$, $r=\dfrac{S}{s}$, $\left(s=\dfrac{a+b+c}{2}\right)$
- **Enakostranični trikotnik:** $S=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$, $v=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, $r=\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$, $R=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$
- **Deltoid, romb:** $S=\dfrac{e\cdot f}{2}$
- **Trapez:** $S=\dfrac{a+c}{2}\cdot v$
- **Paralelogram:** $S=ab\sin\alpha$
- **Romb:** $S=a^2\sin\alpha$
- **Dolžina krožnega loka:** $l=\dfrac{\pi r\alpha^\circ}{180^\circ}$
- **Ploščina krožnega izseka:** $S=\dfrac{\pi r^2\alpha^\circ}{360^\circ}$
- **Sinusni izrek:** $\dfrac{a}{\sin\alpha}=\dfrac{b}{\sin\beta}=\dfrac{c}{\sin\gamma}=2R$
- **Kosinusni izrek:** $a^2=b^2+c^2-2bc\cos\alpha$

3. Površine in prostornine geometrijskih teles (S je ploščina osnovne ploskve)

- **Prizma:** $P=2S+S_{pl}$, $V=S\cdot v$
- **Valj:** $P=2\pi r^2+2\pi rv$, $V=\pi r^2 v$
- **Piramida:** $P=S+S_{pl}$, $V=\dfrac{1}{3}S\cdot v$
- **Stožec:** $P=\pi r(r+s)$, $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2 v$
- **Krogla:** $P=4\pi r^2$, $V=\dfrac{4\pi r^3}{3}$

4. Kotne funkcije

- $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
- $\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$
- $1 + \tan^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$
- $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

5. Kvadratna funkcija, kvadratna enačba

- $f(x) = ax^2 + bx + c$

Teme: $T(p,q)$, $p = \dfrac{-b}{2a}$, $q = \dfrac{-D}{4a}$, $D = b^2 - 4ac$

- $ax^2 + bx + c = 0$

Ničli: $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

6. Logaritmi

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a x^n = n\log_a x$
- $\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_b x = \dfrac{\log_a x}{\log_a b}$
- $\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

7. Zaporedja

- **Aritmetično zaporedje:** $a_n = a_1 + (n-1)d$, $s_n = \dfrac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$
- **Geometrijsko zaporedje:** $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, $s_n = a_1 \cdot \dfrac{q^n - 1}{q - 1}$
- **Navadno obrestovanje:** $G_n = G_0 + o$, $o = \dfrac{G_0 \cdot n \cdot p}{100}$
- **Obrestno obrestovanje:** $G_n = G_0 r^n$, $r = 1 + \dfrac{p}{100}$

8. Statistika

- **Srednja vrednost (aritmetična sredina):** $\overline{x} = \dfrac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}$

$$\overline{x} = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + \ldots + f_kx_k}{f_1 + f_2 + \ldots + f_k}$$

KÉPLETEK

1. A derékszögű koordináta-rendszer a síkban, a lineáris függvény

- **Két pont távolsága a síkban:** $d(A,B)=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$
- **Lineáris függvény:** $f(x)=kx+n$
- **A lineáris függvény iránytényezője:** $k=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$
- **Az egyenes hajlásszöge:** $k=\tan\varphi$
- **Két egyenes hajlásszöge:** $\tan\varphi=\left|\dfrac{k_2-k_1}{1+k_1\cdot k_2}\right|$

2. Síkmértan (a síkidomok területe S -sel van jelölve)

- **Háromszög:** $S=\dfrac{c\cdot v_c}{2}=\dfrac{1}{2}ab\sin\gamma$

  $S=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s=\dfrac{a+b+c}{2}$
- **A háromszög köré írható kör sugara** (R) **és a háromszögbe írható kör sugara** (r)**:**

  $R=\dfrac{abc}{4S}$, $r=\dfrac{S}{s}$, $\left(s=\dfrac{a+b+c}{2}\right)$
- **Egyenlő oldalú háromszög:** $S=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$, $v=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, $r=\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$, $R=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$
- **Deltoid, rombusz:** $S=\dfrac{e\cdot f}{2}$
- **Trapéz:** $S=\dfrac{a+c}{2}\cdot v$
- **Paralelogramma:** $S=ab\sin\alpha$
- **Rombusz:** $S=a^2\sin\alpha$
- **A körív hossza:** $l=\dfrac{\pi r\alpha^\circ}{180^\circ}$
- **A körcikk területe:** $S=\dfrac{\pi r^2\alpha^\circ}{360^\circ}$
- **Szinusztétel:** $\dfrac{a}{\sin\alpha}=\dfrac{b}{\sin\beta}=\dfrac{c}{\sin\gamma}=2R$
- **Koszinusztétel:** $a^2=b^2+c^2-2bc\cos\alpha$

3. A mértani testek felszíne és térfogata (az S az alaplap területe)

- **Hasáb:** $P=2S+S_{pl}$, $V=S\cdot v$
- **Henger:** $P=2\pi r^2+2\pi rv$, $V=\pi r^2 v$
- **Gúla:** $P=S+S_{pl}$, $V=\dfrac{1}{3}S\cdot v$
- **Kúp:** $P=\pi r\cdot(r+s)$, $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2\cdot v$
- **Gömb:** $P=4\pi r^2$, $V=\dfrac{4\pi r^3}{3}$

4. Szögfüggvények

- $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
- $\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$
- $1 + \tan^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$
- $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

5. Másodfokú függvény, másodfokú egyenlet

- $f(x) = ax^2 + bx + c$ **Tengelypont:** $T(p,q),\ p = \dfrac{-b}{2a},\ q = \dfrac{-D}{4a},$
- $ax^2 + bx + c = 0$ **Zérushelyek:** $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{D}}{2a},\ D = b^2 - 4ac$

6. Logaritmusok

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a x^n = n\log_a x$
- $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_b x = \dfrac{\log_a x}{\log_a b}$
- $\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

7. Sorozatok

- **Számtani sorozat:** $a_n = a_1 + (n-1)d,\ s_n = \dfrac{n}{2}\big(2a_1 + (n-1)d\big)$
- **Mértani sorozat:** $a_n = a_1 \cdot q^{n-1},\ s_n = a_1 \cdot \dfrac{q^n - 1}{q - 1}$
- **Kamatszámítás**: $G_n = G_0 + o,\ o = \dfrac{G_0 \cdot n \cdot p}{100}$
- **Kamatoskamat-számítás:** $G_n = G_0 r^n,\ r = 1 + \dfrac{p}{100}$

8. Statisztika

- **Középérték (számtani közép):** $\overline{x} = \dfrac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$

$$\overline{x} = \frac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \cdots + f_k \cdot x_k}{f_1 + f_2 + \cdots + f_k}$$

1. del / ***1. rész***

Rešite vse naloge.

Oldjon meg minden feladatot!

1. Z "DA" označite enakosti, ki so pravilne, in z "NE" tiste, ki niso pravilne.

   Jelölje »IGEN«-nel a helyes, és »NEM«-mel a hibás azonosságokat.

   a) $x \cdot x \cdot x = 3x$
   b) $2y \cdot 2y \cdot 2y = 6y^3$
   c) $x^2 \cdot x^{-2} = 1$
   d) $x^2 \cdot x^3 = x^5$

(4 točke/pont)

2. Izračunajte natančno vrednost izraza: $\sqrt{1+\sqrt[3]{27}}-2\sqrt[4]{16}$.

Számítsa ki a $\sqrt{1+\sqrt[3]{27}}-2\sqrt[4]{16}$ *kifejezés pontos értékét!*

(4 točke/pont)

3. Na kolesarski tekmi je odstopilo $20\ \%$ tekmovalcev. Skozi cilj je pripeljalo 72 kolesarjev. Koliko je bilo vseh tekmovalcev?

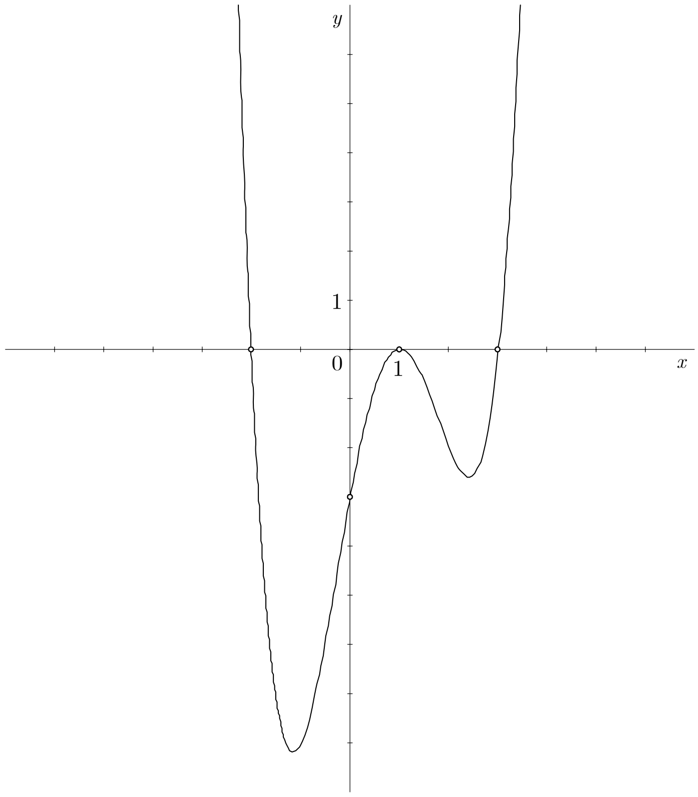
A kerékpárversenyen a versenyzők 20%*-a nem jutott el a célig. A célba* 72 *kerékpározó gurult be. Összesen hány versenyző volt?*

(4 točke/pont)

4. Na sliki je graf polinoma četrte stopnje. Napišite ničle in presečišče grafa z ordinatno osjo.

A képen egy negyedfokú polinom grafikonja látható. Írja fel a zérushelyeket és a grafikon metszéspontját az ordinátatengellyel!

(4 točke/pont)



Ničle:

Zérushelyek:

Presečišče z ordinatno osjo:

Az orinátatengellyel való metszéspont:

5. Rešite enačbo: $\log(2x+1)=2$.

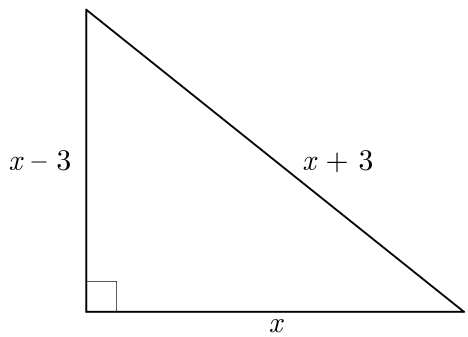
Oldja meg a $\log(2x+1)=2$ *egyenletet!*

(4 točke/pont)

6. Na skici je pravokotni trikotnik. Izračunajte stranice trikotnika.

Az ábrán egy derékszögű háromszög látható. Számítsa ki a háromszög oldalait!

(5 točk/pont)



7. Narišite premico z enačbo $y = 2x + 5$ in izračunajte njen naklonski kot na minuto natančno.

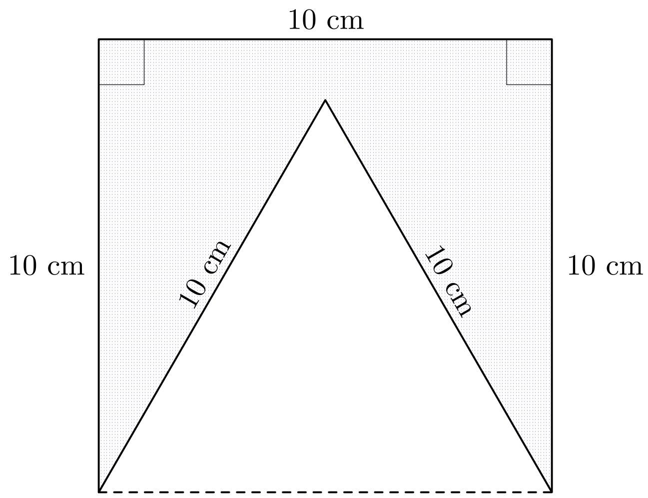
Ábrázolja az $y = 2x + 5$ *egyenletű egyenest, és számítsa ki a hajlásszögét percnyi pontossággal!*

(5 točk/pont)

8. Na eno decimalno mesto natančno izračunajte ploščino osenčenega lika na skici.

Egy tizedesjegy pontossággal számítsa ki az ábrán látható árnyékolt síkidom területét!

(5 točk/pont)



9. V spodnjih vrsticah sta zapisani dve geometrijski zaporedji. V okvirčke zapišite manjkajoče člene teh zaporedij. Zapišite količnika zaporedij.

Két mértani sorozatot írtunk fel. Írja a keretbe a sorozatok hiányzó tagjait! Írja fel a sorozatok hányadosát is!

a) $27,\ 9,\ 3,\ \boxed{}$ $\qquad q = \boxed{}$

b) $2,\ \boxed{},\ 8,\ 16,\ \boxed{}$ $\qquad q = \boxed{}$

(5 točk/pont)

2. del / ***2. rész***

Izberite dve nalogi, obkrožite njuni zaporedni številki in ju rešite.

Válasszon két feladatot, karikázza be a sorszámukat, és oldja meg őket!

1. Dana je racionalna funkcija $f(x)=\dfrac{x+2}{x^2-2x+1}$.

Adott az $f(x)=\dfrac{x+2}{x^2-2x+1}$ *racionális törtfüggvény.*

(Skupaj/Összesen 15 točk/pont)

a) Določite ničlo, pol, enačbo vodoravne asimptote in presečišče z ordinatno osjo za funkcijo $f(x)$.

Határozza meg az $f(x)$ *függvény zérushelyét, pólusát, a vízszintes aszimptota egyenletét és az ordinátatengellyel való metszéspontját!*

(4 točke/pont)

b) Narišite graf $f(x)$.

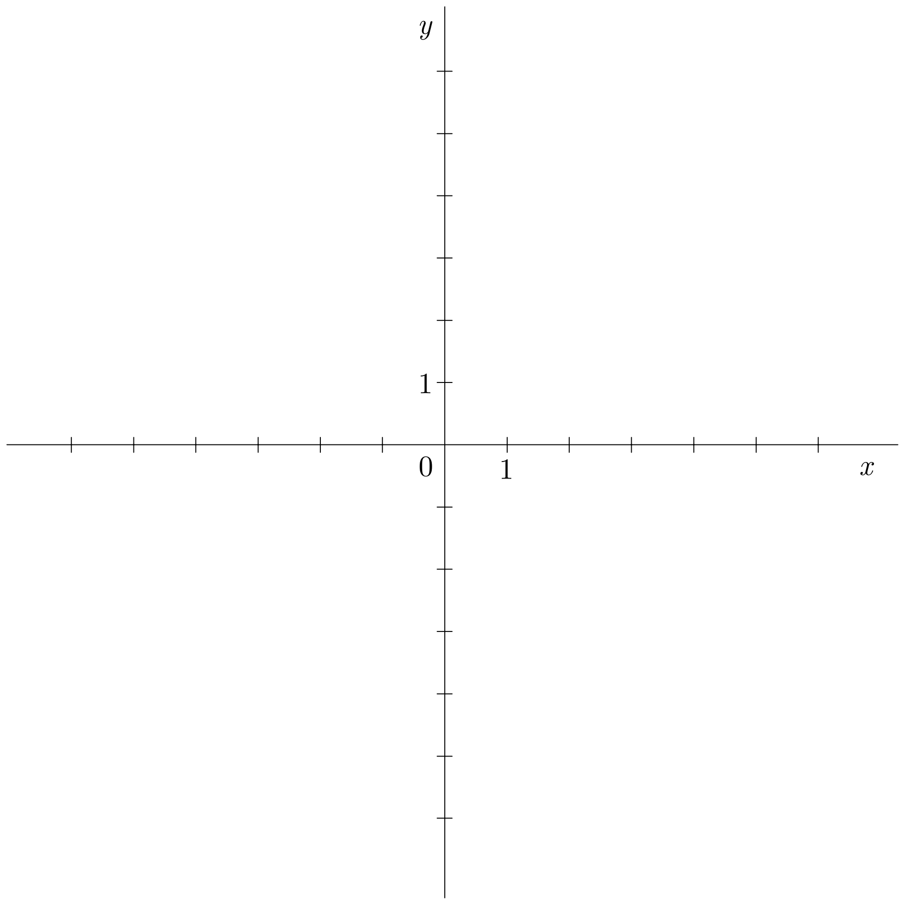
Ábrázolja az $f(x)$ *grafikonját!*

(5 točk/pont)

c) Rešite enačbo $f(x)=\dfrac{2}{x-1}$.

Oldja meg az $f(x)=\dfrac{2}{x-1}$ *egyenletet!*

(6 točk/pont)



2. Dijaki so zbirali prostovoljne prispevke. Sodelovalo je 10 dijakov. Zbrani zneski predstavljajo naraščajoče aritmetično zaporedje. Najmanjši znesek je bil 10 evrov, peti pa je bil 20 evrov.

A diákok önkéntes adományokat gyűjtöttek. 10 *diák vett részt a gyűjtésben. Az összegyűjtött adományok növekvő számtani sorozatot alkotnak. A legkisebb összeg* 10 *euró volt, az ötödik pedig* 20 *euró.*

(Skupaj/Összesen 15 točk/pont)

a) Kolikšen je deseti znesek?

Mekkora a tizedik összeg?

(6 točk/pont)

b) Koliko so zbrali vsi skupaj?

Összesen mennyit gyűjtöttek össze?

(4 točke/pont)

c) Koliko odstotkov zbranih sredstev predstavlja največji znesek?

Az összegyűjtött eszközök hány százalékát képezi a legnagyobb összeg?

(5 točk/pont)

3. Pravokotnik s stranicama $10\ \mathrm{cm}$ in $4\ \mathrm{cm}$ zavrtimo okrog daljše stranice za $360°$.

Egy $10\ \mathrm{cm}$ *és* $4\ \mathrm{cm}$ *oldalú téglalapot a hosszabb oldala körül* $360°$*-kal elforgatunk.*

(Skupaj/Összesen 15 točk/pont)

a) Narišite skico in izračunajte površino nastalega valja na mm^2 natančno.

Rajzolja meg az ábrát, és számítsa ki a keletkezett henger felszínét mm^2 *pontossággal!*

(6 točk/pont)

b) Izračunajte dolžino najdaljše toge palice, ki bi jo še skrili v ta valj.

Számítsa ki annak a leghosszabb merev botnak a hosszát, amelyet még el tudnánk rejteni a henger belsejében!

(4 točke/pont)

c) Kolikšen kot oklepa ta palica z osnovno ploskvijo valja? Kot označite na skici.

Mekkora szöget zár be ez a bot a henger alaplapjával? A szöget jelölje be az ábrán!

(5 točk/pont)

Prazna stran

Üres oldal

Prazna stran

Üres oldal

Prazna stran

Üres oldal