



Codice del candidato:

Državni izpitni center



P 0 9 3 C 1 0 1 1 1 1

SESSIONE INVERNALE

MATEMATICA

Prova d'esame

Giovedì, 11 febbraio 2010 / 120 minuti

*Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, di una calcolatrice tascabile priva di interfaccia grafica e possibilità di calcolo letterale, nonché di compasso, squadra, righello e goniometro.
Al candidato vengono consegnati due fogli per la minuta e una scheda di valutazione.*

MATURITÀ PROFESSIONALE

INDICAZIONI PER I CANDIDATI

Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.

Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra, sulla scheda di valutazione e sui fogli della minuta.

La prova d'esame si compone di due parti. La prima parte comprende 9 quesiti. Nella seconda parte sono proposti tre quesiti: sceglietene due e risolvetele. Il punteggio massimo che potete conseguire nella prova è di 70 punti, di cui 40 nella prima parte e 30 nella seconda. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate alle pagine 2 e 3.

Nella seguente tabella segnate con una "x" i numeri corrispondenti ai quesiti da voi scelti nella seconda parte.

In mancanza di vostre indicazioni, il valutatore procederà alla correzione dei primi due quesiti in cui avrà trovato delle domande risolte.

1	2	3

Scrivete le vostre risposte negli spazi appositamente previsti all'interno della prova utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera. Disegnate a matita i grafici delle funzioni. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto ad essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile verrà assegnato il punteggio di zero (0). Utilizzate i fogli della minuta solo per l'impostazione delle soluzioni, in quanto essi non verranno sottoposti a valutazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

La prova si compone di 20 pagine, di cui 2 bianche.

FORMULE

**1. Sistema di coordinate cartesiane nel piano,
funzione lineare**

- **Distanza tra due punti nel piano:** $d(A, B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- **Funzione lineare:** $f(x) = kx + n$
- **Coefficiente angolare:** $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- **Angolo d'inclinazione della retta:** $k = \tan \varphi$
- **Angolo tra due rette:** $\tan \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2} \right|$

2. Geometria del piano (le aree delle figure sono indicate con A)

- **Triangolo:** $A = \frac{c \cdot h_c}{2} = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$
 $A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$
- **Raggio della circonferenza inscritta (r) e di quella circoscritta (R) a un triangolo:**
 $r = \frac{A}{s}$, $\left(s = \frac{a+b+c}{2} \right)$; $R = \frac{abc}{4A}$
- **Triangolo equilatero:** $A = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$, $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$, $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
- **Rombo e romboide:** $A = \frac{e \cdot f}{2}$ • **Rombo:** $A = a^2 \sin \alpha$ • **Trapezio:** $A = \frac{a+c}{2} \cdot h$
- **Parallelogramma:** $A = ab \sin \alpha$
- **Lunghezza di un arco di circonferenza:** $l = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$
- **Area di un settore circolare:** $A = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$
- **Teorema dei seni:** $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
- **Teorema del coseno:** $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

3. Aree e volumi di solidi (B indica l'area di base)

- **Prisma:** $A_t = 2B + A_l$, $V = B \cdot h$
- **Piramide:** $A_t = B + A_l$, $V = \frac{1}{3} B \cdot h$
- **Sfera:** $A_t = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$
- **Cilindro:**
 $A_t = 2\pi r^2 + 2\pi r h$, $V = \pi r^2 h$
- **Cono:** $A_t = \pi r(r + l)$, $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$

4. Funzioni goniometriche

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

5. Funzioni ed equazioni di secondo grado

- $f(x) = ax^2 + bx + c$ **Vertice:** $V(p, q)$, $p = \frac{-b}{2a}$, $q = \frac{-D}{4a}$, $D = b^2 - 4ac$
- $ax^2 + bx + c = 0$ **Zeri:** $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

6. Logaritmi

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$
- $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$

7. Successioni

- **Progressione aritmetica:** $a_n = a_1 + (n-1)d$, $s_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$
- **Progressione geometrica:** $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, $s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$
- **Montante a capitalizzazione semplice:** $M = C + I$; $I = \frac{C \cdot n \cdot p}{100}$
- **Montante a capitalizzazione composta:** $M = C(1+i)^n$, $i = \frac{p}{100}$

8. Statistica

- **Valore medio (media aritmetica):** $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_k}{k}$,
 $\bar{x} = \frac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \dots + f_k \cdot x_k}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$

Pagina bianca

Parte prima**Risolvete tutti i quesiti**

1. a) Elevate al quadrato: $(2x - 1)^2 =$

b) Elevate al cubo: $(x + 2)^3 =$

(4 punti)

2. Alla fine del semestre in una classe di 28 allievi il 75 % di essi riportava un profitto positivo, gli altri riportavano invece un profitto negativo. Quanti allievi riportavano un profitto negativo?

(4 punti)

3. In un triangolo rettangolo ABC l'angolo interno α misura $32^{\circ}18'$. Calcolate i rimanenti angoli interni e tutti gli angoli esterni del triangolo. Scrivete i risultati nel prospetto sottostante.

Angoli interni del triangolo	Angoli esterni corrispondenti
$\alpha =$	$\alpha_1 =$
$\beta =$	$\beta_1 =$
$\gamma =$	$\gamma_1 =$

(4 punti)

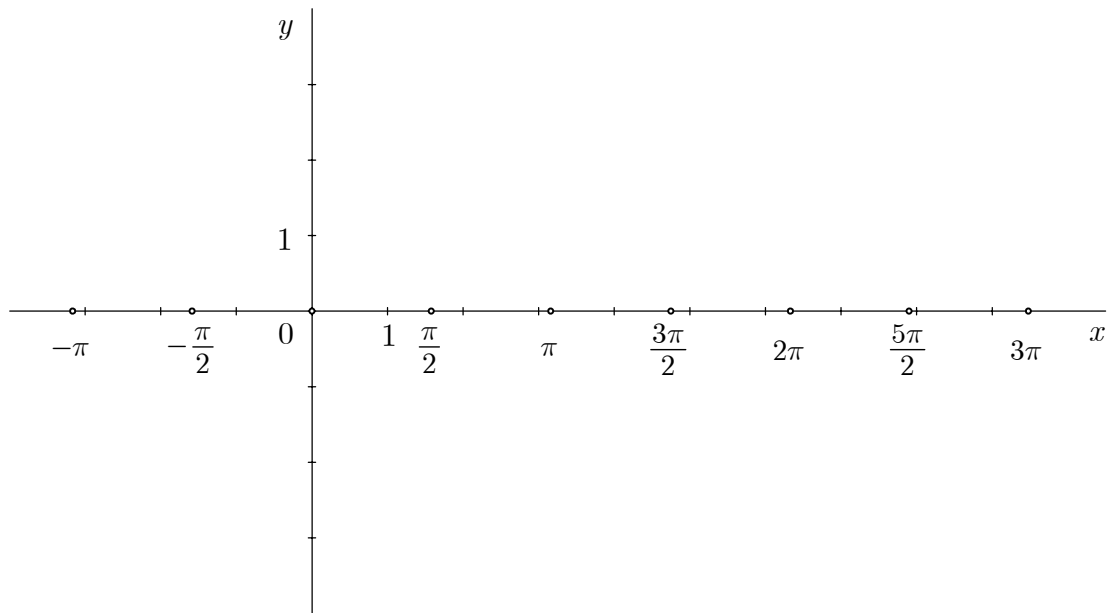
4. Se l'affermazione è corretta cerchiate SÌ, altrimenti cerchiate NO.

a) Se 1, 4, 7 ... sono i primi tre termini di una progressione aritmetica, allora il quinto termine è 13.	SÌ	NO
b) La ragione della progressione aritmetica 2, 0, -2, -4, ... è $d = 2$.	SÌ	NO
c) Il primo termine di una progressione geometrica è $a_1 = 4$, il secondo è $a_2 = 2$. Il quarto termine di tale progressione è 16.	SÌ	NO
d) La ragione di una progressione geometrica i cui primi tre termini sono 2, 4, 8 è $q = 2$.	SÌ	NO

(4 punti)

5. Tracciate il grafico della funzione $f(x) = \cos x$ nell'intervallo $(-\pi, 3\pi)$. Determinate il dominio e il codominio della funzione $f(x)$.

(4 punti)



6. Le diagonali di un rombo misurano $e = 16$ cm e $f = 12$ cm.
Disegnate a mano libera il rombo e calcolatene il perimetro.

(5 punti)

7. In un negozio 5 kg di arance e 2 kg di banane costano 13 Euro, 7 kg di arance e 4 kg di banane costano invece 20 Euro. Quanto costano in questo negozio un chilogrammo di arance e un chilogrammo di banane?

(5 punti)

8. Risolvete le seguenti equazioni:

a) $16^x = 2$

b) $\log(5x) = 1$

(5 punti)

9. Calcolate gli zeri del polinomio $p(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$.

(5 punti)

Parte seconda
Scegliete due quesiti, segnate i loro numeri e risolvete.

1. I primi tre termini di una successione sono: $x - 2$, x , $3x$, $x \neq 0$.

(Totale: 15 punti)

a) Calcolate x in modo da ottenere una progressione geometrica e scrivete i primi termini.

(6 punti)

b) Calcolate x in modo da ottenere una progressione aritmetica e scrivete i termini.

(5 punti)

c) Per $x = 3$ calcolate la somma dei primi dieci termini della corrispondente progressione geometrica.

(4 punti)

2. Sono date le funzioni $f(x) = x^2 - 4x + 4$ e $g(x) = x$.

(Totale 15 punti)

a) Calcolate gli zeri e le coordinate del vertice della funzione $f(x)$, poi tracciate con precisione i grafici delle due funzioni nel sistema cartesiano tracciato qui sotto.

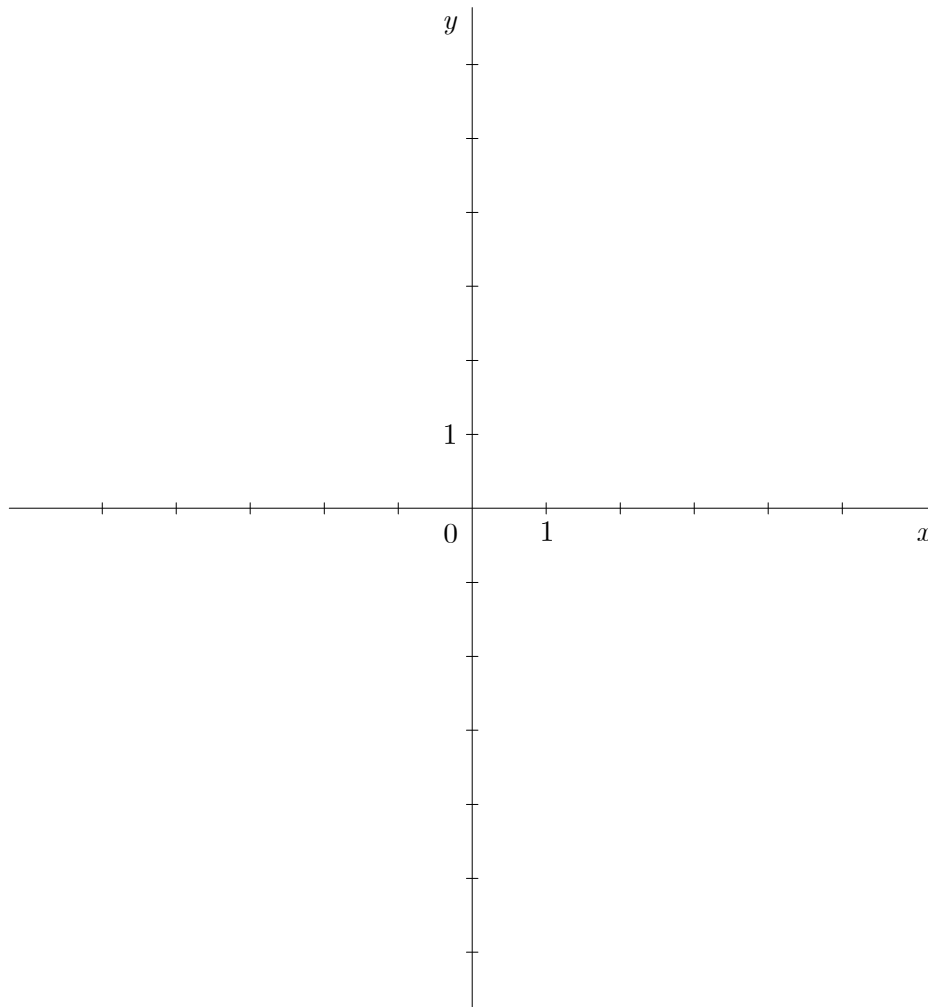
(7 punti)

b) Calcolate le coordinate dei punti d'intersezione dei due grafici $f(x)$ e $g(x)$.

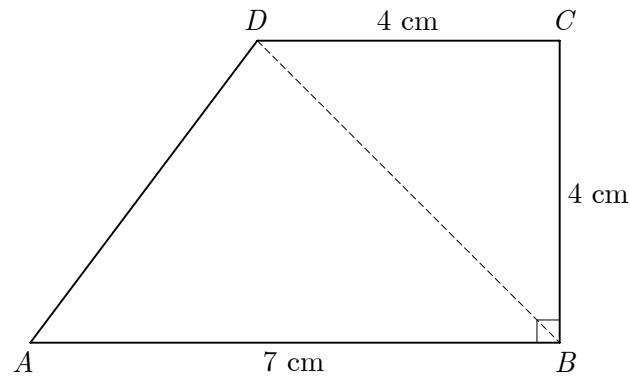
(4 punti)

c) Calcolate la distanza tra i punti d'intersezione dei grafici. Esprimete il risultato con una radice parziale.

(4 punti)



3. Nella figura è disegnato il trapezio $ABCD$ con i seguenti dati:



- a) Calcolate il perimetro e l'area del trapezio.

(Totale 15 punti)

- b) Calcolate gli angoli interni del trapezio nei vertici A e D .

(7 punti)

- c) Calcolate con esattezza la lunghezza della diagonale BD .

(5 punti)

(3 punti)

Pagina bianca